

**Manuel de Validation****Fascicule V6.01 : Statique non linéaire en axisymétrie****Document : V6.01.302**

# **SSNA302 - Plaque circulaire simplement appuyée soumise à pression**

**Résumé :**

Ce test consiste à appliquer une pression transversale sur une plaque circulaire, simplement appuyée et constituée d'un matériau élastique. Il est destiné à étudier la prise en compte des non linéarités géométriques particulièrement en l'absence de courbure initiale quand la raideur transversale est uniquement due à l'effet de plaque.

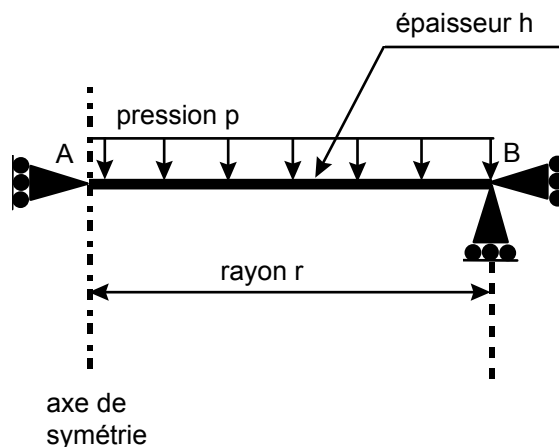
La modélisation est faite avec des éléments volumiques de type HEXA20 et PENTA15 et des éléments surfaciques de type QUAD8 et TRIA6 pour l'application de la pression.

La référence est le logiciel SAMCEF. On présente pour information les résultats issus de la théorie des coques minces.

La commande COMP\_ELAS avec l'option 'GREEN' est comparée à COMP\_INCR avec l'option 'PETIT\_REAC'.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



### 1.2 Propriétés de matériaux

Matériau élastique isotrope :

$$E = 200000 \text{ Mpa}$$
$$\nu = 0.3$$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Point B :  $u_x = 0$   
 $u_y = 0$ .

On applique une pression transversale  $p$  sur la plaque :  $p = 222.72 \text{ N/mm}^2$ . Cette pression correspond à une flèche  $w_0$  de 1.5 mm.

Rayon  $r = 10 \text{ mm}$   
Epaisseur  $h = 1 \text{ mm}$

Le problème est axisymétrique.

## 2 Solution de référence

### 2.1 Solution de référence

La référence est le logiciel SAMCEF. On présente, pour information, au paragraphe [§2.2], les résultats théoriques liés à une hypothèse de type coque mince. Puis, sont présentés les résultats obtenus avec SAMCEF selon que l'on choisisse une hypothèse de type coque épaisse ou de type volume. C'est cette dernière qui est prise en considération pour l'évaluation du *Code\_Aster*.

### 2.2 Solution analytique et résultats de référence

La formule suivante donne la flèche  $w_0$  au centre de la plaque :

$$\frac{w_0}{h} + A \left( \frac{w_0}{h} \right)^3 = \frac{Bp}{E} \left( \frac{r}{h} \right)^4 \quad \text{avec } A = 1.852 \text{ et } B = 0.696$$

Les contraintes à mi-épaisseur valent :

$$\sigma_{rr} = \alpha_r E \frac{w_0^2}{r^2}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \alpha_t E \frac{w_0^2}{r^2}$$

Les contraintes en peau inférieure valent

$$\sigma_{rr} = \beta_r E \frac{w_0 h}{r^2}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \beta_t E \frac{w_0 h}{r^2}$$

Les coefficients valent :

Au centre de la plaque :

$$\alpha_r = \alpha_t = 0.905$$

$$\beta_r = \beta_t = 1.778$$

Au bord de la plaque :

$$\alpha_r = 0.610$$

$$\alpha_t = 0.183$$

$$\beta_r = 0$$

$$\beta_t = 0.755$$

Pour une pression de 222.72 MPa, la flèche  $w_0$  vaut 1.5 mm et on obtient les contraintes suivantes :

Position	$\sigma_{rr}$ (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}$ (MPa)	$\sigma_{rr}'$ (MPa)	$\sigma_{\theta\theta}'$ (MPa)
Centre	4072.5	4072.5	5334.0	5334.0

Ces résultats correspondent à une hypothèse de coque mince.

Le tableau suivant montre les résultats obtenus par SAMCEF pour une modélisation de type coque épaisse et de type volume.

Identification	Coque épaisse	Volume
Flèche w0 (mm)	-1.43041 E-3	-1.441838 E-3
SIXX ( MPa ) centre, mi-épaisseur	3899.88	3850.88
SIYY ( MPa ) centre, mi-épaisseur	3899.53	3850.91
SIXX ( MPa ) centre, peau inf	8085.81	8133.60
SIYY ( MPa ) centre, peau inf	8083.32	8133.65
SIXX ( MPa ) r =R/2, mi-épaisseur	3596.91	3512.79
SIYY ( MPa ) r =R/2, mi-épaisseur	3056.37	2947.55
SIXX ( MPa ) r =R/2, peau inf	7798.18	7815.73
SIYY ( MPa ) r =R/2, peau inf	7264.69	7307.04

Les valeurs des contraintes sont des valeurs par élément extrapolées aux noeuds.

Les résultats obtenus avec SAMCEF sont proches l'un de l'autre.

Les écarts de résultats entre la théorie coque mince et le calcul élément fini utilisant l'hypothèse coque épaisse sont importants.

On choisit de prendre comme référence le calcul volumique obtenu par SAMCEF.

## 2.3 Références bibliographiques

- [1] Theory of Plates and Shells, Timoshenko S.P., 2<sup>nd</sup> edition, p 412

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation A

Face 1 :  
Fixation sur x

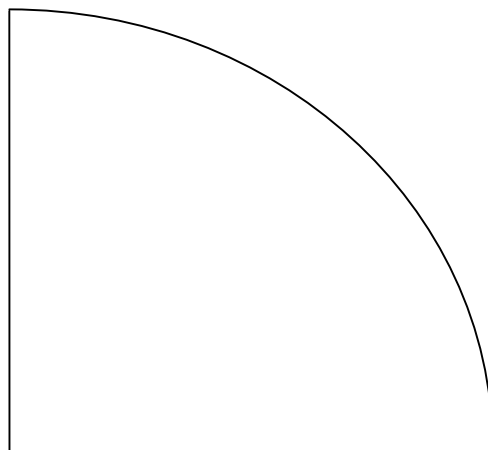


Figure 3.1-A : Face 2 : Fixation sur y

On ne modélise qu'un quart de plaque. On introduit des conditions de symétrie sur les deux faces montrées ci-dessus.

De plus on fixe suivant x, y, z tous les noeuds du bord situés à mi épaisseur.

Afin de représenter le plus fidèlement les hypothèses de coque mince, on introduit des contraintes linéaires sur les degrés de liberté des noeuds du bord. Celles ci s'écrivent :

pour deux noeuds i et j situés de part et d'autre du feuillet moyen :

$$\begin{aligned} u_i + u_j &= 0 \\ v_i + v_j &= 0 \end{aligned}$$

où u et v désignent les déplacements suivant les axes x et y.

La syntaxe utilisée dans le jeu de données du *Code\_Aster* est la suivante :

LIAISON\_DDL ( Noeud : Ni Nj ) , DDL : ( 'DX', 'DX' ) , COEF\_MULT : ( 1 , 1 ) , COEF\_IMPO : 0

On applique linéairement la pression en utilisant 6 incréments.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 2091  
Nombre de mailles et types : 368 HEXA20, 28 PENTA15  
92 QUAD8, 7 TRIA6

### 3.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
DEFI_MATERIAU	ELAS			[U4.23.01]
STAT_NON_LINE	COMP_ELAS	RELATION	ELAS	[U4.32.01]
		DEFORMATION	GREEN	

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
Flèche w0 (mm)	-1.441838E-3	-1.43823E-3	-0.250
SIXX (MPa) centre, mi-épaisseur	3850.9	3901.8	1.322
SIYY (MPa) centre, mi-épaisseur	3850.9	3901.8	1.323
SIXX (MPa) centre, peau inf	8133.6	8341.0	2.550
SIYY (MPa) centre, peau inf	8133.6	8341.1	2.549
SIXX (MPa) r =R/2, mi-épaisseur	3512.8	3513.1	0.010
SIYY (MPa) r =R/2, mi-épaisseur	2947.5	3016.6	2.344
SIXX (MPa) r =R/2, peau inf	7815.7	7885.4	0.892
SIYY (MPa) r =R/2, peau inf	7307.0	7439.5	1.813

### 4.2 Remarques

On obtient la même précision sur les résultats en utilisant un seul incrément de chargement. Le temps CPU est alors de 736.19 secondes.

### 4.3 Paramètres d'exécution

Version : 5.02

Machine : SGI ORIGIN 2000 - R12000

Encombrement mémoire : 64 mégamots

Temps CPU User : 475 secondes

## 5 Modélisation B

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation B

Idem modélisation A, mais en traitant les non linéarités géométriques par la commande COMP\_INCR option PETIT\_REAC.

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 2091  
Nombre de mailles et types : 368 HEXA20, 28 PENTA15  
92 QUAD8, 7 TRIA6

### 5.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
DEFI_MATERIAU	ELAS			[U4.23.01]
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	ELAS	[U4.32.01]
		DEFORMATION	'PETIT_REAC'	
	EXCIT	TYPE_CHARGE	'SUIV'	

## 6 Résultats de la modélisation B

### 6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
Flèche w0 (mm)	-1.441838E-3	-1.3692E-3	-5.036
SIXX (MPa) centre, mi-épaisseur	3850.9	4219.3	9.568
SIYY (MPa) centre, mi-épaisseur	3850.9	4219.4	9.569
SIXX (MPa) centre, peau inf	8133.6	7950.5	-2.251
SIYY (MPa) centre, peau inf	8133.6	7950.5	-2.252
SIXX (MPa) r =R/2, mi-épaisseur	3512.8	3838.4	9.268
SIYY (MPa) r =R/2, mi-épaisseur	2947.5	3314.2	12.440
SIXX (MPa) r =R/2, peau inf	7815.7	7593.9	-2.839
SIYY (MPa) r =R/2, peau inf	7307.0	7123.7	-2.509

### 6.2 Remarques

On note un écart important entre la solution de référence et la solution fournie par le Code\_Aster.  
On vérifie que cet écart tend vers 0 lorsque l'on augmente le nombre d'incrémentes.

### 6.3 Paramètres d'exécution

Version : 5.02  
Machine : SGI ORIGIN 2000 - R12000  
Encombrement mémoire : 64 mégamots      Temps CPU User : 924 secondes

## 7 Modélisation C

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation C



- modélisation axisymétrique
- conditions aux limites :

$$B : \quad DX = 0 \quad DY = 0$$

Comme pour la modélisation A (3D), des contraintes linéaires sont introduites pour mieux représenter une cinématique de coque. Elles portent sur les nœuds du bord extérieur du disque. Si  $i$  et  $j$  désignent 2 nœuds de part et d'autre du feuillet moyen, elles s'écrivent :

$$u_i + u_j = 0 \quad \text{où } u \text{ désigne le déplacement radial}$$

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 149  
Nombre de mailles et types : 40 QUAD8, 10 SEG3

### 7.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
DEFI_MATERIAU	ELAS			[U4.23.01]
STAT_NON_LINE	COMP_ELAS	RELATION	ELAS	[U4.32.01]
		DEFORMATION	'GREEN'	
	EXCIT	TYPE_CHARGE	'SUIV'	



## 8 Résultats de la modélisation C

### 8.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
Flèche w0 (mm)	-1.430	-1.438	0.5
SIXX (MPa) centre, mi-épaisseur	3900	3909	0.2
SIZZ (MPa) centre, mi-épaisseur	3900	3896	0.1

### 8.2 Remarques

En l'absence d'un calcul de référence axisymétrique SAMCEF, on se fonde sur le calcul en coque épaisse (toujours SAMCEF) et on ne compare que la flèche et les contraintes au centre à mi-épaisseur.

### 8.3 Paramètres d'exécution

Version : 5.02

Machine : SGI ORIGIN 2000 - R12000

Encombrement mémoire : 64 mégamots

Temps CPU User : 12 secondes

## 9 Synthèse des résultats

Les performances en temps calcul et précision des résultats sont satisfaisantes en utilisant la commande COMP\_ELAS option « GREEN ». Par contre, le traitement des non linéarités géométriques par la commande COMP\_INCR option « PETIT\_REAC » fournit des résultats assez éloignés de la solution de référence en adoptant une discrétisation en 6 pas de temps qui conduit à des coûts en temps calcul déjà importants.

Le tableau suivant récapitule les performances ( temps de calcul et nombre d'itérations ) entre le *Code\_Aster* et SAMCEF. Le nombre d'incréments imposés est identique dans les deux cas (6 incréments).

	GREEN (A)	PETIT_REAC (B)
Nombre d'itérations <i>Code_Aster</i>	27	67
Temps CPU <i>Code_Aster</i> (en s)	470	5108
Nombre d'itérations SAMCEF	26	-
Temps CPU SAMCEF (en s)	403	-