

## Manuel de Validation

### Fascicule V5.02 : Dynamique non linéaire des structures linéiques

#### Document : V5.02.100

# SDNL100 - Pendule simple en grande oscillation

---

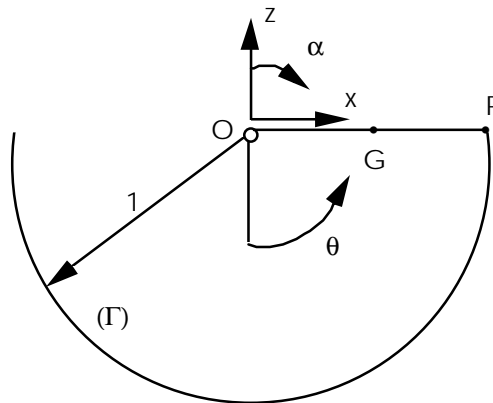
## Résumé :

L'objet de ce test est de calculer le mouvement d'une barre pesante articulée à un point fixe par l'une de ses extrémités, libre ailleurs et oscillant avec grande amplitude dans un plan vertical.

Intérêt : tester l'élément de câble à deux nœuds - qui est en fait un élément de barre - en dynamique et son fonctionnement dans l'opérateur DYNANONLINE [U4.32.02].

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Un pendule OP rigide de longueur 1 et de centre de gravité G oscille autour du point O.

La position angulaire du pendule est repérée par :  $\alpha = \pi - \theta$

### 1.2 Propriétés de matériaux

Masse linéique du pendule : 1. kg/m

Rigidité axiale (produit du module d'Young par l'aire de la section droite) :  $1.10^8$  N

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Le pendule est articulé au point fixe O. Sous l'action de la pesanteur, son extrémité P oscille sur le demi-cercle (Γ) de centre O et de rayon 1. Il n'y a pas de frottement.

### 1.4 Conditions initiales

Le pendule est lâché sans vitesse de la position horizontale OP.

$$\theta = +\frac{\pi}{2} \quad \dot{\theta} = 0$$

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La période  $T$  d'un pendule mobile sans frottement autour du point fixe O, dont la masse est concentrée au centre de gravité G (OG = l) et dont l'amplitude angulaire maximale est  $\theta_0$  est donnée par la série [bib1] :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \right)^{2n} \right]$$

avec

$$a_n = \frac{2n-1}{2n}$$

### 2.2 Résultats de référence

Pour  $l = 0.5$  m,  $g = 9.81$  m/s<sup>2</sup> et  $\theta_0 = \pi/2$ , on trouve :  $T = 1.6744$  s

### 2.3 Incertitude sur la solution

On a sommé les termes de la série jusqu'à  $n = 12$  inclusivement, le dernier terme pris en compte étant inférieur à  $10^{-5}$  fois la somme calculée.

### 2.4 Références bibliographiques

[1] J. HAAG, "Les mouvements vibratoires", P.U.F. (1952).

### 3 Modélisation A

---

#### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le pendule est modélisé par un élément de câble à 2 noeuds, identique à un élément de barre de section constante.

Discretisations :

- spatiale : un élément de câble MECABL2
- temporelle : analyse du mouvement sur une période complète T par pas de temps égaux à T/40.

#### 3.2 Fonctionnalités testées

Commande DYNA\_NON\_LINE pour les grands déplacements.

#### 3.3 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 2  
Nombre de mailles et types : 1 maille SEG2

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

	Instant	Grandeur	Référence	Aster	% différence	Tolérance
T/4	0.4186	DX <sub>p</sub>	-1.	-0.97518	2.48	rel 2.5
		DZ <sub>p</sub>	-1.	0.99969	0.03	rel 0.05
T/2	0.8372	DX <sub>p</sub>	-2.	-2.00000	0.0	rel 0.01
		DZ <sub>p</sub>	0.	-6.29E-4	-	abs 0.0007
3T/4	1.2558	DX <sub>p</sub>	-1.	-1.07453	-7.45	rel 7.5
		DZ <sub>p</sub>	-1.	-0.99722	0.28	rel 0.3
T	1.6744	DX <sub>p</sub>	0.	-6.50E-7	-	abs 1.E-6
		DZ <sub>p</sub>	0.	-1.40E-3	-	abs 1.5E-3

### 4.2 Remarques

- L'intégration temporelle se fait par la méthode de NEWMARK (règle du trapèze),
- A chaque pas de temps, la convergence est atteinte en moins de 8 itérations.

### 4.3 Paramètres d'exécution

Version : 3.06.11

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 8 mégamots

Système :

Temps CPU User :

UNICOS 8.0

55.6 secondes

---

## 5 Synthèse des résultats

---

On voit sur ce cas-test que l'intégration temporelle par la "règle du trapèze" de Newmark ne modifie que très légèrement la fréquence et n'apporte pas d'amortissement parasite, puisqu'au bout d'une période on revient à très peu près à la position initiale.