

Manuel de Validation**Fascicule V7.02 : Thermo-mécanique stationnaire linéaire des systèmes plans****Document : V7.02.100**

HPLP100 - Calcul du taux de restitution de l'énergie d'une plaque fissurée en thermo-élasticité

Résumé

Il s'agit d'un test en thermo-élasticité pour un problème bidimensionnel. On considère une plaque rectangulaire fissurée et on se place dans l'hypothèse des déformations planes.

Dans **la modélisation A**, le taux de restitution de l'énergie est calculé en post-traitement par deux méthodes différentes :

- calcul classique par la méthode θ ,
- calcul par la formule d'IRWIN à partir des coefficients d'intensité de contraintes KI et KII.

Ces deux calculs sont réalisés sur 4 couronnes d'intégration différentes. Leur intérêt est de comparer les valeurs de G et de \dot{G} (IRWIN) par rapport à la solution de référence et de tester l'invariance des calculs par rapport aux différentes couronnes d'intégration.

Quant à **la modélisation B**, il s'agit d'un test fonctionnel et informatique du calcul de la dérivée du taux de restitution d'énergie classique par rapport à une variation de domaine (pilotée par une fonction θ particulière). On utilise des chargements qui pour la plupart sont analytiques et qui n'interviennent qu'en post-traitement du calcul de mécanique.

L'architecture du test permet de simuler une différence finie, on peut ainsi distinguer en terme de non-régression informatique, les éventuelles modifications externes impactant le problème direct et/ou sa dérivée.

D'un point de vue plus anecdotique, on peut s'inspirer des enchaînements de la commande `CREA_CHAMP` utilisés dans cette modélisation pour construire des champs analytiques et pour traduire un maillage

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Il s'agit d'une plaque rectangulaire fissurée (on ne représente que le quart de la structure) :

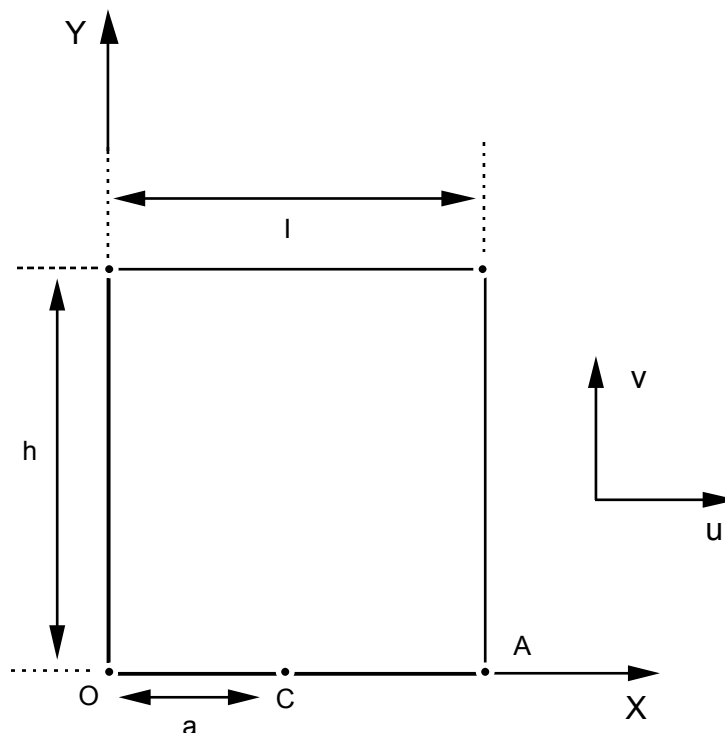


Figure 1.1-a : Plaque rectangulaire fissurée

Les dimensions de cette plaque sont les suivantes :

Demi-hauteur de la plaque : $h = 200.0 \text{ mm}$
Demi-largeur de la plaque : $l = 100.0 \text{ mm}$
Demi-longueur de la fissure : $a = 50.0 \text{ mm}$

1.2 Propriétés du matériau

Propriétés thermiques : $C_p = 0$.
 $\lambda = 1.0 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
Propriétés mécaniques : $E = 200000 \text{ MPa}$
 $\nu = 0.3$
 $\alpha = 5.10^{-6}/^\circ\text{C}$

Nous sommes dans l'hypothèse des déformations planes

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Température imposée en $X = 0$: $T = -100.0^\circ\text{C}$
- Température imposée en $X = 100$: $T = +100.0^\circ\text{C}$
- Déplacement pour $a < X < l$, $Y = 0$: $u = 0$.
- Déplacement pour $0 < X < l$, $Y = h$: $u = 0$.
- Point fixe pour $X = 0$, $Y = h$: $u = v = 0$.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est issue de WILSON et YU [bib1] :

$$K_I = \frac{E \alpha T_0}{1 - \nu} F \sqrt{\pi a} \quad F = 0.154$$

a en mm

E en N/mm^2

$$K_I = 92.0291$$

En déformations planes, la formule d'IRWIN donne : $G = \frac{(1 - \nu^2)}{E} (K_I^2 + K_{II}^2)$

soit numériquement : $G = 3.8535 \cdot 10^{-1}$

2.2 Résultats de référence

Les résultats de référence sont ceux issus de la solution de référence de WILSON et YU [bib1] :

$$G = 3.8535 \cdot 10^{-1}$$

$$K_I = 92.0291$$

$$K_{II} = 0.$$

2.3 Références bibliographiques

- [1] The Use of J-Integrals in thermal stress crack problems - International Journal of Fracture (1979) WILSON and YU.
- [2] Qualification complémentaire des codes INCA/MAYA en thermo-élasticité linéaire. Note technique DRE/STRE/LMA 84/598

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il y a 4 couronnes définies par la commande CALC_THETA :

Couronne 1 :	Rinf = 10.	Rsup = 40.
Couronne 2 :	Rinf = 15.	Rsup = 45.
Couronne 3 :	Rinf = 5.	Rsup = 47.
Couronne 4 :	Rinf = 3.	Rsup = 48.

Le fond de fissure est défini par DEFI_FOND_FISS, et pour chaque couronne on effectue :

- un calcul de G classique (option CALC_G de CALC_G_THETA_T),
- un calcul de G par la formule d'IRWIN à partir des coefficients d'intensité de contraintes K_I et K_{II} (option CALC_K_G de CALC_G_THETA_T).

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 853

Nombre de mailles et types : 359 mailles TRIA6 et 27 mailles QUAD8

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_MODELE	THERMIQUE	PLAN	TOUT
AFFE_MODELE	MECANIQUE	D_PLAN	TOUT
THER_LINEAIRE			
MECA_STATIQUE			
CALC_THETA	THETA_2D		
CALC_G_THETA_T	OPTION	CALC_G	
CALC_G_THETA_T	OPTION	CALC_K_G	

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Les valeurs testées sont celles de G obtenues par la méthode classique et celle de G_{IRWIN} obtenues par la formule d'IRWIN à partir des coefficients d'intensité de contraintes :

Identification	Référence	Aster	% différence
Couronne 1 G	$3.8535 \cdot 10^{-1}$	$3.6036 \cdot 10^{-1}$	6.62
Couronne 1 G_{IRWIN}	$3.8535 \cdot 10^{-1}$	$3.5964 \cdot 10^{-1}$	6.67
Couronne 2 G	$3.8535 \cdot 10^{-1}$	$3.6014 \cdot 10^{-1}$	6.63
Couronne 2 G_{IRWIN}	$3.8535 \cdot 10^{-1}$	$3.5958 \cdot 10^{-1}$	6.68
Couronne 3 G	$3.8535 \cdot 10^{-1}$	$3.6018 \cdot 10^{-1}$	6.65
Couronne 3 G_{IRWIN}	$3.8535 \cdot 10^{-1}$	$3.5602 \cdot 10^{-1}$	6.68
Couronne 4 G	$3.8535 \cdot 10^{-1}$	$3.6021 \cdot 10^{-1}$	6.62
Couronne 4 G_{IRWIN}	$3.8535 \cdot 10^{-1}$	$3.5962 \cdot 10^{-1}$	6.67

4.2 Remarques

Les valeurs numériques sont stables par rapport aux différentes couronnes d'intégration et quasiment identiques pour les deux méthodes de calcul. Néanmoins l'écart avec les valeurs de référence est de l'ordre de 6 à 7%, ce qui semble élevé.

4.3 Paramètres d'exécution

Version : 6.01.19

Machine : SGI CLUSTER

Encombrement mémoire : 8 MW

Système IRIX64 6.5

Temps CPU User : 4.22 secondes

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'un test fonctionnel et informatique du calcul de la dérivée du taux de restitution d'énergie classique par rapport à une variation de domaine. Cette variation est pilotée par une fonction θ_s particulière, notée θ_s , générée via CALC_THETA avec le mot-clé facteur THETA_BANDE.

On rappelle que cette fonction θ_s bidimensionnelle décroît cubiquement de la valeur module (mot-clé MODULE) à la valeur nulle, entre les abscisses $x_1 = -50$ et $x_2 = -30$ (mots-clé R_INF et R_SUP) des points délimitant son support vertical. Elle est nulle partout ailleurs (cf. [U4.82.03] §3.10).

La couronne délimitant la zone de calcul autour du fond de fissure (au point C matérialisant l'origine du repère) est modélisée par la fonction θ_f fissure classique, notée θ_f , avec $R_{inf} = 10$ et $R_{sup} = 45$.

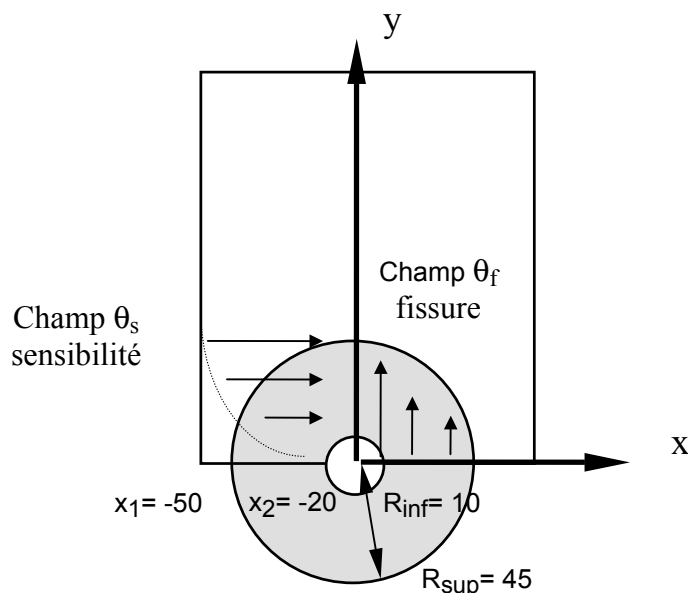


Figure 5.1-a : Dérivée de $G(\theta_f)$ par rapport à une variation de domaine pilotée par θ_s

Après avoir construit les modèles *mo* et *moth* en modélisation 'D_PLAN' et le champ θ_s (*thetas*), on affecte des chargements thermiques de type températures imposées sur les bords droit et gauche de la pièce, pour ensuite, effectuer le calcul thermique proprement dit. Ce dernier utilise *thetas*, fourni via le mot-clé SENSIBILITE, pour calculer le champ de température et sa dérivée lagrangienne.

Avant de réaliser le calcul thermo-élastique on affecte les chargements mécaniques. L'activation de l'opérateur MECA_STATIQUE ayant été faite avec le mot-clé SENSIBILITE, on enrichit le résultat de la dérivée lagrangienne des déplacements.

On rajoute par la suite des chargements analytiques qui n'interviennent qu'en post-traitement du calcul de mécanique. Ils permettent de calculer deux valeurs de G , l'un avec une force de pesanteur, une force interne et un champ de déformation initiale ($G1$), l'autre avec un champ de contraintes initiales ($G2$). Le premier calcul s'effectue en petites déformations, le second en déformations de Green-Lagrange. La couronne de calcul est définie par un appel à CALC_THETA avec l'option THETA_2D.

Ces tests, purement informatiques et fonctionnels, n'ont que peu d'intérêt d'un point de vue mécanique car la plupart des chargements ne vérifient pas d'équation à l'équilibre.

Par la suite on réitère cette série de calculs avec un maillage décalé suivant la loi θ_s (avec $\eta_s = 10^{-3}$) qui, à un point \mathbf{P} du domaine de référence fait correspondre un point \mathbf{M} ,

$$\mathbf{M} \leftarrow \mathbf{P} + \eta_s \theta_s(\mathbf{P})$$

En simulant ainsi une différence finie, on peut distinguer en terme de non-régression informatique les éventuelles modifications externes impactant le problème direct et/ou sa dérivée. On teste en dernier

ressort la précision des valeurs de $G(\theta_f)$ et de $\frac{\Delta G}{\Delta \eta_s}(\theta_f) \approx \left(\frac{\partial G}{\partial \eta_s}(\theta_f) \right)_{\eta_s=0}$ obtenues, avant et après la variation de domaine.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 853

Nombre de mailles et types : 359 mailles TRIA6 et 27 mailles QUAD8

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes

CREA_CHAMP	AFFE	ELNO_NEUT_F	
	ASSE	NOEU_DEPL_R	
	ASSE	ELNO_SIEF_R	
	DISC	ELNO_GEOM_R	
	EVAL	ELNO_NEUT_R	
	EXTR	NOEU_GEOM_R	
	EXTR	NOEU_DEPL_R	
MODI_MALLAGE	DEFORME	TRAN	
AFFE_MODELE	THERMIQUE	PLAN	TOUT
AFFE_MODELE	MECANIQUE	D_PLAN	TOUT
THER_LINEAIRE	SENSIBILITE		
MECA_STATIQUE	SENSIBILITE		
CALC_THETA	THETA_BANDE		
CALC_THETA	THETA_2D		
CALC_G_THETA_T	OPTION	CALC_G	
CALC_G_THETA_T	OPTION	CALC_DG	CHARGE
CALC_G_THETA_T	OPTION	CALC_DG	ETAT_INIT
CALC_G_THETA_T	OPTION	CALC_DG	GREEN

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

On teste la non-régression informatique des valeurs de G (sur le maillage initial et sur celui décalé) et de sa dérivée (sur le maillage initial) par rapport aux versions V6.0.19 des plateformes SGI et SUN. La tolérance relative est donc très sévère (10^{-7} %).

Identification	Aster	Tolérance
Maillage initial		
G avec PESANTEUR, FORCE_INTERNE, EPSI_INI	$-1.748581514 \cdot 10^2$	10^{-9}
DG avec PESANTEUR, FORCE_INTERNE, EPSI_INI	$-4.422828409 \cdot 10^{-1}$	10^{-9}
G avec SIGMA_INI + GREEN	$3.672692719 \cdot 10^{-1}$	10^{-9}
DG avec SIGMA_INI + GREEN	$1.102553167 \cdot 10^{-2}$	10^{-9}
Maillage décalé		
G avec PESANTEUR, FORCE_INTERNE, EPSI_INI	$-1.748585937 \cdot 10^2$	10^{-9}
G avec SIGMA_INI + GREEN	$3.672692982 \cdot 10^{-1}$	10^{-9}

6.2 Remarques

Ces valeurs numériques varient si on modifie les paramètres des fonctions thêta car on utilise des chargements mécaniques en post-traitement du calcul thermo-élastique. Ils ne respectent donc pas d'équation à l'équilibre. En utilisant uniquement des chargements intervenant durant tout le processus ces instabilités s'amoindrissent considérablement, en restant de l'ordre du pourcent.

6.3 Paramètres d'exécution

Version : 6.0.19

Machine : SGI CLASTER

Encombrement mémoire : 8 MW

Système IRIX64 6.5

Temps CPU User : 9.6 secondes

Machine : SUN CLI75AS

Encombrement mémoire : 8 MW

Système SUNOS 5.6

Temps CPU User : 25.6 secondes

7 Synthèses des résultats

Lors de la **première modélisation**, l'écart avec les valeurs de référence est de 6 à 7 %. La validation indépendante du lot mécanique de la rupture devrait apporter des éléments de réponse sur la validité de G en thermo-élasticité.

La **seconde modélisation** effectuant des tests de non-régression fonctionnelle et informatique du calcul de la dérivée de G par rapport à une variation de domaine, ses résultats se doivent d'être scrupuleusement respectés, d'où des critères de tolérance très sévères.