

**Manuel de Validation****Fascicule V3.02 : Statique linéaire des systèmes plans****Document : V3.02.103**

# **SSLP103 - Calcul des coefficients d'intensité de contraintes $K_I$ et $K_{II}$ pour une plaque circulaire fissurée en élasticité linéaire**

---

**Résumé**

Il s'agit d'un test de mécanique de la rupture en élasticité linéaire statique pour un problème bidimensionnel. On considère une plaque circulaire fissurée (avec une fissure inclinée de 30 degrés par rapport à l'axe des abscisses) pour laquelle on calcule :

- les coefficients d'intensité de contraintes  $K_I$  et  $K_{II}$ ,
- le taux de restitution d'énergie  $G$  à partir de la formule d'IRWIN.

L'intérêt du test est de connaître la solution analytique qui donne les coefficients d'intensité de contraintes et d'avoir une fissure inclinée.

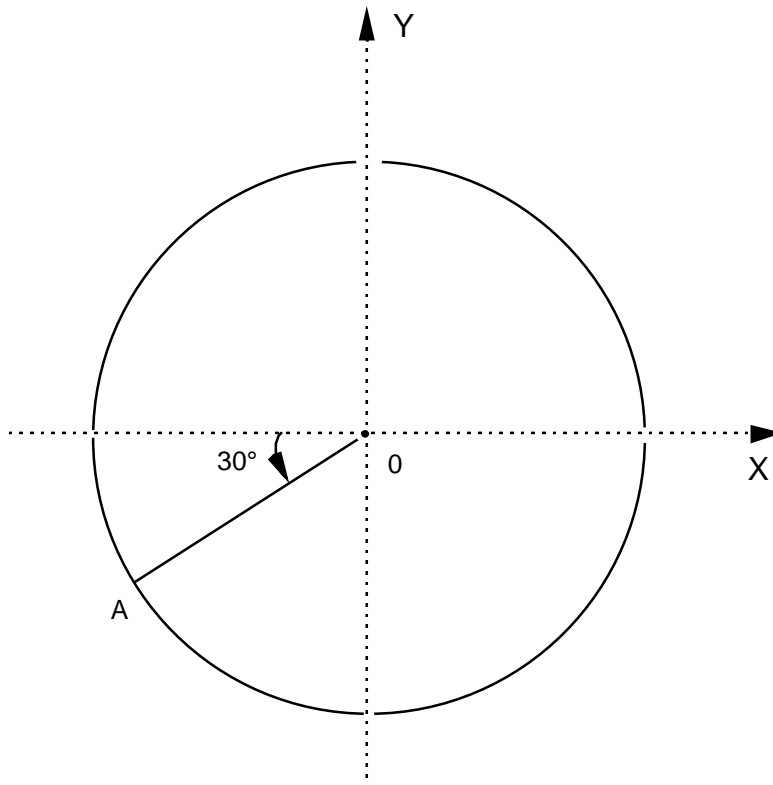
Ce test comprend une modélisation qui traite successivement les déformations planes et les contraintes planes (éléments de milieux continus).

Les résultats numériques ne s'écartent pas plus de 1 à 2 % des valeurs de références.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Il s'agit d'une plaque circulaire de rayon  $OA = 100$  mm, avec une fissure inclinée de 30 degrés par rapport à l'axe des abscisses.



### 1.2 Propriétés de matériaux

Les caractéristiques du matériau sont les suivantes :

$$E = 200\,000 \text{ MPa}$$

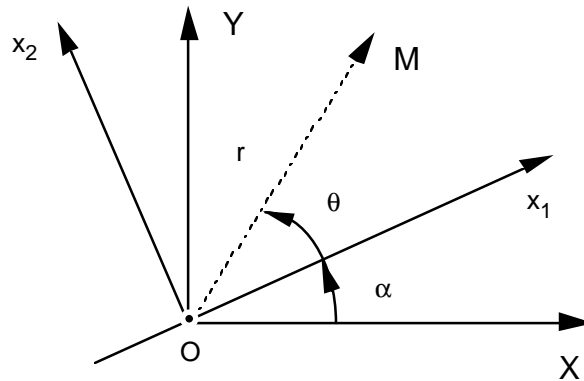
$$\nu = 0.3$$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Les déplacements sont imposés sur le contour de la plaque. Ils sont issus de la solution analytique singulière en mode mixte (avec  $K_I = 2.$  et  $K_{II} = 1.$ ).

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence



En déformations planes ou en contraintes planes, la répartition des déplacements est donnée dans ce repère  $(0, x_1, x_2)$  par :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1+\nu}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[ K_I \cos \frac{\theta}{2} (k - \cos \theta) + K_{II} \sin \left( \frac{\theta}{2} \right) (k - \cos \theta + 2) \right] \\ u_2 = \frac{1+\nu}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[ K_I \sin \frac{\theta}{2} (k - \cos \theta) - K_{II} \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) (k + \cos \theta - 2) \right] \end{cases}$$

avec  $k = 3 - 4\nu$  en déformations planes

$$k = \frac{3-\nu}{1+\nu} \text{ en contraintes planes}$$

ou dans le repère  $(O, X, Y)$  par :

$$\begin{cases} u_X = \cos \alpha u_1 - \sin \alpha u_2 \\ u_Y = \sin \alpha u_1 + \cos \alpha u_2 \end{cases}$$

Sur le contour de la plaque, on a :  $r = OA = 100 \text{ mm}$ .

On choisit de prendre  $K_I = 2$ . et  $K_{II} = 1$ . et d'imposer les déplacements sur le contour de la plaque circulaire.

### 2.2 Résultats de référence

$$K_I = 2.$$

$$K_{II} = 1.$$

$$G = 2.275 \cdot 10^{-5} \quad \text{en déformations planes}$$

$$G = 2.5 \cdot 10^{-5} \quad \text{en contraintes planes}$$

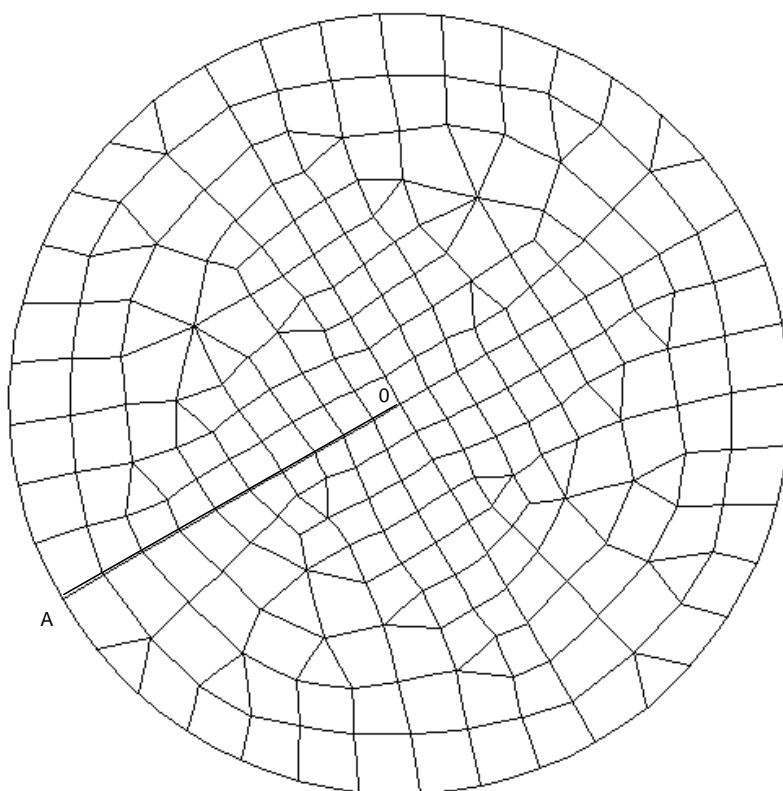
### 2.3 Références bibliographiques

- [1] H.D. BUI Mécanique de la rupture Fragile - Ed. Masson 1978

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le calcul est réalisé en contraintes planes (C\_PLAN) puis en déformations planes (D\_PLAN).



### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 737

Nombre de mailles et types : 204 mailles QUAD8, 30 mailles TRIA6

### 3.3 Fonctionnalités testées

Commandes		Clés
CALC_G_THETA	CALC_K_G	U4.63.03
CALC_G_THETA	CALC_G	U4.63.03

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

Les valeurs testées sont les coefficients d'intensité de contraintes  $K_I$  et  $K_{II}$  et le taux de restitution d'énergie G calculé par la formule d'IRWIN :

Identification	Référence	Aster	% différence
Contraintes planes			
$K_I$	2.0	2.0067	0.33
$K_{II}$	1.0	0.9877	1.23
G	$2.5 \cdot 10^{-5}$	$2.5213 \cdot 10^{-5}$	0.85
Déformations planes			
$K_I$	2.0	2.0030	0.15
$K_{II}$	1.0	0.9960	0.39
G	$2.275 \cdot 10^{-5}$	$2.2968 \cdot 10^{-5}$	0.96

### 4.2 Remarques

La formule d'IRWIN donne :  $G = \frac{(1-\nu^2)}{E} (K_I^2 + K_{II}^2)$  en déformations planes  
 et  $G = \frac{1}{E} (K_I^2 + K_{II}^2)$  en contraintes planes

Les calculs sont réalisés avec une couronne d'intégration de rayon inférieure 10.0 et de rayon supérieur 20.0 .

### 4.3 Paramètres d'exécution

Version : 3.06

Machine : CRAY C98

Encombrement mémoire : 8 MW

Système : UNICOS

8.0

Temps CPU User :

22 secondes

## 5 Synthèses des résultats

Les valeurs numériques des coefficients d'intensité de contraintes et du taux de restitution de l'énergie ne s'écartent pas plus de 1 à 2% des valeurs de références, ce qui est satisfaisant.

Le maillage pourrait être amélioré, en particulier au voisinage du fond de fissure.