

Manuel de Validation**Fascicule V3.01 : Statique linéaire des structures linéiques****Document : V3.01.103**

SSLL103 - Flambement élastique d'une cornière

Résumé :

Une poutre droite (cornière à ailes égales) biarticulée est soumise à un effort normal (excentré ou non) ou à un moment fléchissant.

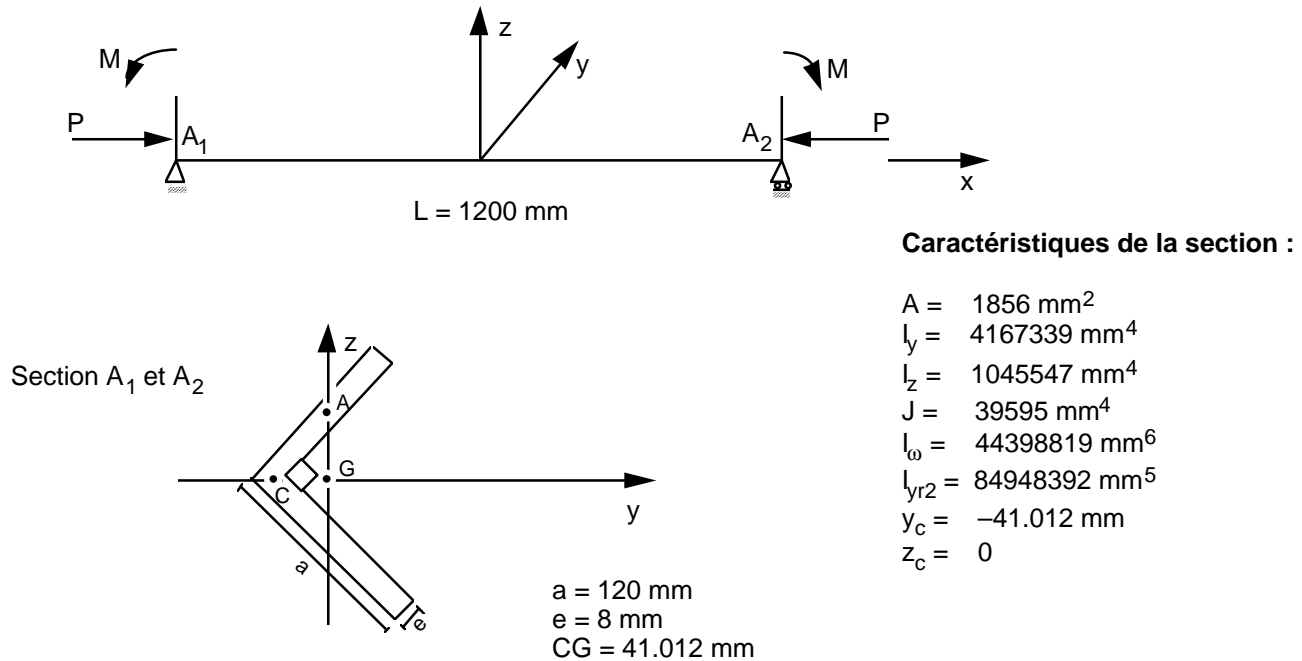
On cherche les charges critiques de flambement élastique.

- mécanique élastique linéaire,
- flambement d'une poutre,
- excentricité du centre de torsion,
- intérêt du test : calcul de la matrice de rigidité géométrique des éléments POU_D_TG et POU_D_T,
- 2 modélisations.

Une incertitude persiste sur le nombre de modes de flambement de la solution de référence [§5].

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés de matériaux

$$E = 2.1 \cdot 10^{-5} \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.3$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

C.L. : A1 : $DX = DY = DZ = DRX = 0$
A2 : $DY = DZ = DRX = 0$

Chargement

- cas 1 : effort axial P en G
- cas 2 : effort axial P en C
- cas 3 : effort axial P en A
- cas 4 : moment fléchissant M

1.4 Remarques

Pour les cas 2 et 3, on applique en A2 un effort en G, puis on superpose en A1 et A2 un moment de flexion (suivant oz pour cas 2 suivant oy pour cas 3) pour excentrer l'effort en C (ou en A).

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Avec prise en compte du gauchissement, les calculs faits par V. De Ville De Goyet [bib1] donnent :
soit :

$$I_y = \int_A z^2 dA \quad ; \quad I_z = \int_A y^2 dA \quad ; \quad I_{yz} = \int_A y(z^2 + y^2) dA \quad ; \quad I_{yz2} = \int_A z(y^2 + z^2) dA$$

$$Pcry = \pi^2 E I_z / L^2 \quad ; \quad Pcrz = \pi^2 E I_y / L^2 \quad ; \quad Pcrx = (GJ + \pi^2 E I_\omega / L^2) Ara$$

$$Arc = (I_y + I_z) / A + y_c^2 + z_c^2 + y_c (I_{yz} / I_z - 2y_c) + z_c (I_{yz2} / I_y - 2z_c)$$

$$Ara = (I_y + I_z) / A + y_c^2 + z_c^2 + y_a (I_{yz} / I_z - 2y_c) + z_a (I_{yz2} / I_y - 2z_c)$$

avec :

(y_a, z_a) : coordonnées du point d'application de l'effort

(y_c, z_c) : coordonnées du centre de torsion

Cas 1, 2, 3 :

On obtient 3 charges critiques en résolvant l'équation du 3° degré en P :

$$Ara(Pcry - P)(Pcrz - P)(Pcrx - P) - P^2(Pcrz - P)(z_c - z_a)^2 - P^2(Pcry - P)(y_c - y_a)^2 = 0$$

Cas 4 :

Le moment critique Mcr (autour de l'axe y) vaut :

$$Mcr = \pm \left((GJ + \pi^2 E I_\omega / L^2) Pcry \right)^{1/2}$$

En négligeant le gauchissement : la solution analytique de référence est donnée dans [bib2] [bib3].

2.2 Résultats de référence

Valeurs des charges critiques correspondant aux premiers modes de flambage pour les différents cas de charge.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique. Les valeurs de référence sont obtenues à l'aide de NAG (routine C0SAGF, EPS = 10⁻⁸).

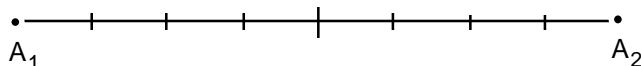
2.4 Références bibliographiques

- [1] V. DE VILLE DE GOYET "Analyse statique non linéaire par la méthode des éléments finis des structures spatiales formées de poutres à section non symétrique" - Thèse de doctorat Université de Liège, MSM, année académique (1988-1989).
- [2] P. PENSERINI "Instabilité élastique des poutres à profil mince ouvert : aspects théoriques et numériques" Note EDF/DER/HM77/112.
- [3] J. CERISIER "Propagation de deux cas tests de modélisation du calcul des poutres en flambement élastique dans le Code_Aster" HM77/184

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

8 éléments POU_D_TG



3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9

Nombre de mailles et types : 8 SEG2

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes		Clés
CALC_MATR_ELEM	'RIGI_GEOM'	[U4.41.01]
MODE_ITER_SIMULT	'PLUS_PETITE'	[U4.52.02]

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
Cas 1			
mode 1	-6.92531E+05	-6.92533E+05	0.000
mode 2	-1.50487E+06	-1.50492E+06	0.003
mode 3	-1.00589E+07	-1.00593E+07	0.003
Cas 2			
mode 1	-1.50487E+06	-1.50492E+06	0.003
mode 2	-5.99812E+06	-5.99831E+06	0.003
mode 3	1.47904E+06	1.47904E+06	0.000
Cas 3			
mode 1	-5.72260E+05	-5.72265E+05	0.001
mode 2	-2.45950E+06	-2.45957E+06	0.003
mode 3	-1.85673E+07	-1.85679E+07	0.003
Cas 4			
mode 1	7.00631E+07	7.00642E+07	0.002

4.2 Remarques

La précision est excellente avec 8 éléments dans la longueur.

4.3 Paramètres d'exécution

Version : 3.02

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 8 mégamots

Système :

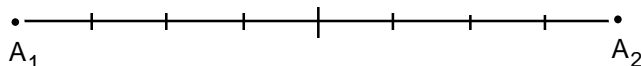
Temps CPU User : 11 secondes

UNICOS 8.0

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

8 éléments POU_D_T



5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9

Nombre de mailles et types : 8 SEG2

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes		Clés
CALC_MATR_ELEM	'RIGI_GEOM'	[U4.41.01]
MODE_ITER_SIMULT	'PLUS_PETITE'	[U4.52.02]

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
Cas 1			
mode 1	-6.796E+05	-6.8E+05	0.06
mode 2	-1.505E+06	-1.50492E+06	-0.005
mode 3	-1.0055E+07	-9.968E+07	-0.816
Cas 2			
mode 1	-1.505E+06	-1.50492E+06	-0.005
mode 2	-5.998E+06	-5.99831E+06	+0.005
Cas 3			
mode 1	-5.638E+05	-5.649E+05	0.2
mode 2	-2.453E+06	-2.443E+06	-0.4
mode 3	-1.8525E+07	-1.7883E+07	-3.5
Cas 4			
mode 1	6.9376E+07	6.982E+07	0.064

6.2 Remarques

La précision est assez bonne avec 8 éléments dans la longueur. La solution diffère un peu de celle obtenue avec gauchissement (modélisation A).

6.3 Paramètres d'exécution

Version : 3.6

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 50 mégamots

Système :

UNICOS 8.0

Temps CPU User : 15 secondes

7 Synthèse des résultats

La solution analytique nous donne 3 modes de flambement dont les charges critiques sont racines d'une équation du 3^e degré.

Y-a-t-il d'autres charges critiques intercalées entre les 3 valeurs trouvées ?

Aster retrouve les bonnes charges critiques, mais au milieu de beaucoup d'autres ... par exemple pour le cas 3, les 3 charges critiques cherchées correspondent aux `nume_mode` : 1, 10 et 19 !

Ceci est vrai pour les deux modélisations.