

Manuel de Validation**Fascicule V2.04 : Dynamique linéaire des structures volumiques****Document V2.04.111**

SDLV111 - Homogénéisation d'un réseau de poutres dans un fluide incompressible

Résumé :

Test en analyse modale, servant à valider les éléments de la modélisation 3D_FAISCEAU : hexaèdre à 8 nœuds ou hexaèdre à 20 nœuds. Ces éléments représentent le milieu homogénéisé d'un réseau de poutres baignant dans un fluide incompressible, initialement au repos.

On teste les fréquences propres des poutres du milieu homogénéisé sans ou avec fluide.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère un réseau périodique de 4 x 4 poutres [fig 1.1-a]. La période du domaine est εY . La figure [fig 1.1-b] représente un agrandissement de $1/\varepsilon$ de la période. Chaque poutre est droite de section carrée.

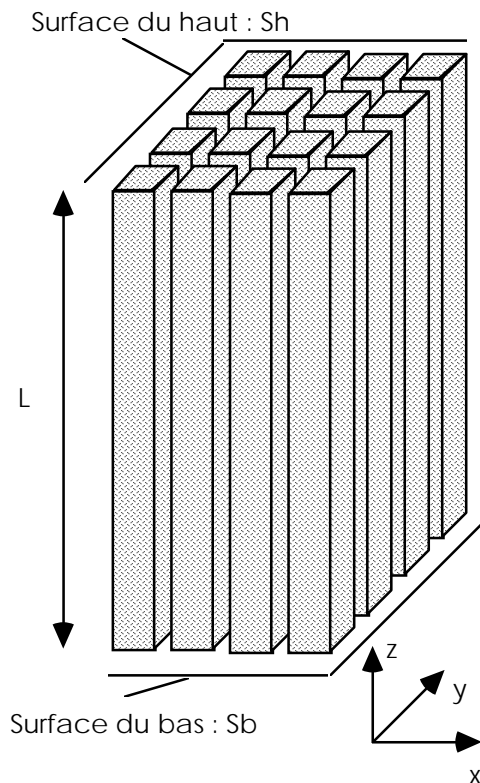


Figure 1.1-a : Géométrie du milieu hétérogène - Poutres sans fluide

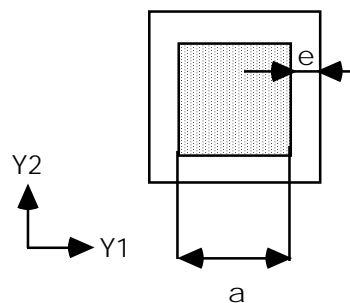


Figure 1.1-b : Cellule de référence Y - Agrandissement de $\frac{1}{\varepsilon} = 10$

- Caractéristiques de la période :
 - Dimensions :
 - $\varepsilon Y = (0.21 \text{ m}, 0.21 \text{ m})$
 - $a = 1.5 \text{ m}$
 - $e = 0.3 \text{ m}$

- Caractéristiques de chaque poutre :
 - Section :
 $A = (\varepsilon \times a)^2 = (0.1 \times 1.5)^2 = 0.0225 \text{ m}^2$
 - Longueur :
 $L = 4.1 \text{ m}$
 - Moment d'inertie de flexion :
 $I_x = I_y = (\varepsilon \times a)^4 / 12 \text{ m}^4$

1.2 Propriétés de matériaux

Matériau élastique linéaire isotrope :

$$E = 10^9 \text{ Pa}$$
$$\nu = 0.3$$

Masses volumiques :

Poutre :

$$\rho = 7641 \text{ kg/m}^3$$

Fluide :

$$\rho = 0 \text{ kg/m}^3 \text{ (cas sans fluide)}$$
$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3 \text{ (cas avec fluide)}$$

1.3 Termes correcteurs

Les termes correcteurs sont calculés sur la cellule de référence Y [fig 1.1-b].

$$\begin{aligned} B_T &= 0.79 \text{ m}^2 \\ B_N &= 0.79 \text{ m}^2 \\ B_{TN} &= 0 \text{ m}^2 \\ A_{FLUI} &= 2.16 \text{ m}^2 \\ A_{CELL} &= 2.25 \text{ m}^2 \\ COEF_{ECHELLE} &= 10 \end{aligned}$$

1.4 Conditions aux limites et chargements

Cas sans fluide :

Surface du bas Sb : encastrement
Tous les DDL sont bloqués.

Surface du haut Sh : encastrement
Tous les DDL sont bloqués.

Cas avec fluide :

Surface du bas Sb : encastrement
Tous les DDL sont bloqués.

Surface du haut Sh : appui plan (liaison bilatérale)
Toutes les rotations sont bloquées.
Le déplacement longitudinal DZ est bloqué.
Tous les noeuds de Sh ont le même déplacement transverse DX et le même déplacement normal DY.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Cas sans fluide :

Considérons le domaine hétérogène décrit au [§1] en absence du fluide. On suppose que les poutres respectent les hypothèses de modélisation d'une poutre droite d'Euler Bernoulli. Puisque les conditions aux limites appliquées à l'ensemble des poutres sont les mêmes que pour chacune d'entre elles, on peut ramener la recherche des fréquences propres de l'ensemble à celle d'une seule poutre.

On étudie donc le problème suivant :

Soit une poutre bi encastree [fig 2.1-a] de même caractéristiques géométriques et matérielles que les poutres du milieu hétérogène. On note A l'aire de la section, L sa longueur, et I le moment d'inertie de flexion.

Par la méthode de rigidité dynamique on montre qu'une telle poutre admet des fréquences doubles de la forme :

$$f_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \left(\frac{EI}{\rho A} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$\lambda_i = (2i+1)\pi / 2$ $i = 1, 2, \dots$ pour le deuxième cas de conditions aux limites : [fig 2.1-a].

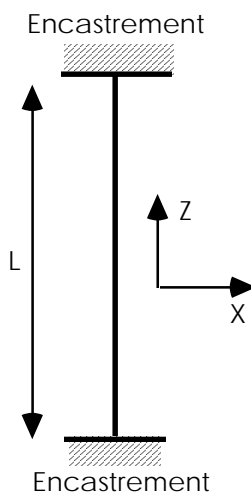


Figure 2.1-a

Le domaine contient N poutres indépendantes entre elles (pas de conditions aux limites qui couplent les déplacements de deux poutres différentes), Il en résulte que la multiplicité des fréquences est égale à 2N (2 modes de flexions par poutres).

Pour le milieu homogénéisé discrétisé par les éléments finis hexaèdre à 8 nœuds ou hexaèdre à 20 nœuds, le nombre N doit être remplacé par le nombre de droites parallèles à l'axe des poutres.

Cas avec fluide :

Le cas avec fluide est plus difficile à résoudre analytiquement : aucun résultat analytique n'a été trouvé jusqu'à la rédaction de ce cas test. Les résultats de référence qu'on a établis proviennent donc d'une résolution numérique par éléments finis du problème hétérogène complet. On a utilisé pour ce fait la version 3.6.2 du Code_Aster.

Chaque poutre est représentée dans le maillage par sa fibre moyenne modélisée par `POU_D_E` (poutre droite d'Euler). Pour toutes les poutres, on lie chaque noeud de la fibre moyenne aux noeuds de la surface latérale, situés dans la même section transversale que le noeud en question, par `LIAISON_SOLIDE`. L'interface fluide poutre est modélisé par `FLUI_STRU` qui traduit la continuité des vitesses normales aux parois. Le fluide, devait être parfait incompressible, on a déduit sa modélisation de celle du fluide parfait compressible `3D_FLUIDE` en enlevant la contribution de la pression.

Les conditions aux limites imposées aux domaines [§1.3], et surtout la relation qui couple le déplacement de toutes les poutres au niveau de Sh , font apparaître deux sortes de modes propres de la structure :

Des modes d'ensembles : toutes les poutres se déforment de la même façon et la surface du haut admet un déplacement non nul.

Des modes locaux : ils correspondent à des modes de poutres encastrées-encastrées. La surfaces du haut admet donc un déplacement nul. Aucun de ces modes ne peut correspondre à un mode d'ensemble.

L'action du fluide se traduit par un effet de masse ajoutée et donc un abaissement des fréquences par rapport au cas sans fluide. Il a pour effet aussi, dans le cas des modes locaux, d'étaler le spectre de fréquences associées. Dans le cas sans fluide on a vu que ce spectre était concentré en une seule fréquence de vibration.

2.2 Résultats de référence

Valeur des fréquences propres.

2.3 Références bibliographiques

- [1] Walter D. Pilkey : "Formulas for Stress, Strain and Structural Matrices", A Wiley-Interscience Publication JOHN WILEY & SONS, INC. Edition 1994.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D_FAISCEAU

Conditions aux limites :

Cas sans fluide :

```
DDL_IMPO: (  GROUP_MA : SbDX: 0  DY: 0  DZ: 0  DRX: 0  DRY: 0  DRZ: 0
             GROUP_MA : ShDX: 0  DY: 0  DZ: 0  DRX: 0  DRY: 0  DRZ: 0
             NOEUD N1 : PHI: 0 )
```

Cas avec fluide :

```
DDL_IMPO: (  GROUP_MA : SbDX: 0  DY: 0  DZ: 0  DRX: 0  DRY: 0  DRZ: 0
             GROUP_MA : ShDZ: 0  DRX: 0  DRY: 0  DRZ: 0
             NOEUD N1 : PHI: 0 )
LIAISON_UNIF : ( GROUP_MA : Sh
                  DDL : 'DX' )
LIAISON_UNIF : ( GROUP_MA : Sh
                  DDL : 'DY' )
```

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage du milieu homogénéisé utilisé, pour les deux cas de figure : avec ou sans fluide, est représenté par [fig 3.2-a].

Il comporte 48 mailles HEXA8.

Le maillage contient 9 droites parallèles à la fibre moyenne de chaque poutre.

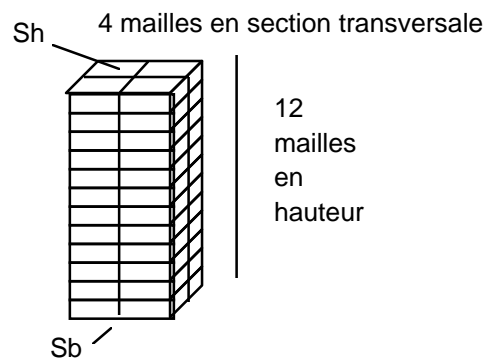


Figure 3.2-a : maillage

3.3 Fonctionnalités testées

Cas sans fluide :

Commandes			Clés
AFFE_MODELE	3D_FAISCEAU		[U4.22.01]
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO		[U4.25.05]
AFFE_CARA_ELEM	POUTRE ORIENTATION POUTRE_FLUI	SECTION: 'RECTANGLE' ANGL_NAUT	[U4.24.01]
MODE_ITER_SIMULT	METHODE CALC_FREQ	'TRI_DIAG' OPTION: 'BANDE'	[U4.52.02]

Cas avec fluide :

Commandes			Clés
AFFE_MODELE	3D_FAISCEAU		[U4.22.01]
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO LIAISON_UNIF		[U4.25.01]
AFFE_CARA_ELEM	POUTRE ORIENTATION POUTRE_FLUI	SECTION: 'RECTANGLE' ANGL_NAUT	[U4.24.01]
MODE_ITER_SIMULT	METHODE CALC_FREQ	'TRI_DIAG' OPTION: 'BANDE'	[U4.52.02]

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Cas sans fluide :

Numéro d'ordre	Grandeur et unité	Référence	Aster	% différence
1, 2 et 6	fréquence (Hz)	3.3333	3.3183	-0.45%
19 et 20	fréquence (Hz)	9.2584	9.1480	-1.19%

Cas avec fluide :

Numéro d'ordre	Grandeur et unité	Référence	Aster	% différence
1 et 2	fréquence (Hz)	0.6908	0.6932	0.35%
19 et 20	fréquence (Hz)	3.7871	3.7984	0.30%

4.2 Paramètres d'exécution

Version : 3.6.2
 Machine : CRAY C90
 Encombrement mémoire : 16 MW Temps CPU User : 100 s

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D_FAISCEAU

Conditions aux limites :

Cas avec fluide :

```
DDL_IMPO: (  GROUP_MA : SbDX: 0  DY: 0  DZ: 0  DRX: 0  DRY: 0  DRZ: 0
              GROUP_MA : ShDZ: 0  DRX: 0  DRY: 0  DRZ: 0
              NOEUD N1 : PHI: 0
              )
LIAISON_UNIF : ( GROUP_MA : Sh
                  DDL : 'DX' )
LIAISON_UNIF : ( GROUP_MA : Sh
                  DDL : 'DY' )
```

5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage du milieu homogénéisé utilisé, pour les deux cas de figures : avec ou sans fluide, est représenté par [fig 5.2-a].

Il comporte 48 mailles HEXA20.

Le maillage contient 9 droites parallèles à la fibre moyenne de chaque poutre.

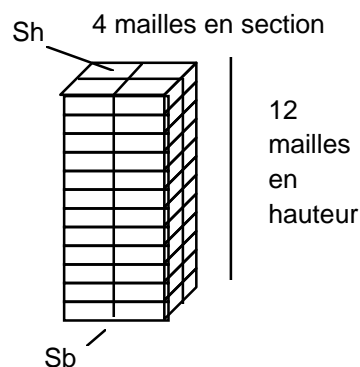


Figure 5.2-a : maillage

5.3 Fonctionnalités testées

Cas avec fluide :

Commandes		Clés
AFFE_MODELE	3D_FAISCEAU	[U4.22.01]
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO LIAISON_UNIF	[U4.25.01]
AFFE_CARA_ELEM	POUTRE ORIENTATION POUTRE_FLUI	SECTION: 'RECTANGLE' ANGL_NAUT [U4.24.01]
MODE_ITER_SIMULT	METHODE CALC_FREQ	'TRI_DIAG' 'BANDE' [U4.52.02]

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Cas avec fluide :

Numéro d'ordre	Grandeur et unité	Référence	Aster	% différence
1 et 2	fréquence (Hz)	0.6908	0.6932	0.35%
19 et 20	fréquence (Hz)	3.7871	3.7984	0.23%

6.2 Paramètres d'exécution

Version : 3.6.2

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 16 MW Temps CPU User : 100 s

7 Synthèse des résultats

Les résultats montrent le bon comportement modal des éléments de la modélisation 3D_FAISCEAU en flexion, en absence du fluide. Il montrent aussi un très bon accord des fréquences des modes d'ensemble avec le calcul *Aster* en hétérogène, lorsqu'il y a du fluide.

Pour les fréquences des modes d'ensemble, on n'observe pas de différences entre un maillage HEXA8 et HEXA20 (ceci n'est pas vrai pour les autres modes).