

**Manuel de Validation****Fascicule V5.03 : Dynamique non linéaire des structures volumiques****Document V5.03.104**

# **SDNV104 - Réponse dynamique d'un patin frottant rigide soumis à une pression et une force de rappel**

---

**Résumé**

On considère une masse en contact frottant avec un plan rigide. Elle est retenue par un ressort et on lui impose une pression latérale. Le frottement est modélisé par la loi de Coulomb. Le calcul est un calcul dynamique direct.

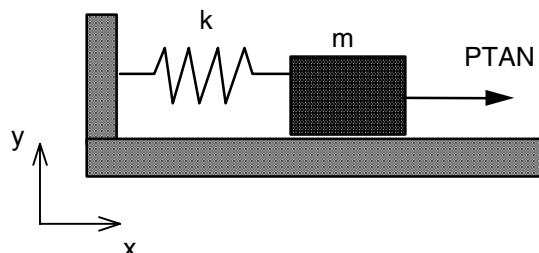
La solution de référence est analytique.

Les modélisations proposées utilisent `DYNA_NON_LINE` avec une loi de comportement élastique en 2D, pour deux solveurs. Le contact est géré par différentes méthodes disponibles dans `AFFE_CHAR_MECA`.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Le système considéré est constitué d'un patin : carré de 1m sur 1m, posé sur un support. Il est soumis à son poids, à la force de rappel d'un ressort de raideur  $k$  et à une pression latérale. Le contact est un contact frottant.



### 1.2 Propriétés du modèle

Masse :	$7 \cdot 10^3$ kg
Raideur du ressort :	$24 \cdot 10^3$ N/m
Coefficient de Coulomb :	0,3
Pesanteur :	70 000 Pa
Pression Latérale :	200 000 Pa
Module d'Young du patin :	$2,1 \cdot 10^{11}$ Pa
Module d'Young du massif :	$1,0 \cdot 10^{11}$ Pa
Coefficient de poisson :	0

### 1.3 Conditions aux limites, conditions initiales et chargements

La masse repose sur le plan rigide à la cote  $x = 0$ .

Les chargements de poids et de pression latéral sont appliqués avec une rampe qui atteint son maximum en 0,07 seconde.

Le support est encasté en  $x$  et en  $y$ .

## 2 Solution de référence

La solution de référence est analytique.

Si l'on considère le patin comme suffisamment raide pour ne pas vibrer (mouvement de corps rigide), il existe une solution analytique au problème.

On peut alors écrire l'équation du mouvement ainsi :

$$m \ddot{x} + k x = F_t \pm f \quad f = \mu F_n$$

On note :  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

**Etape 1 :**

$$m \ddot{x} + k x = F - f$$

avec une abscisse et une vitesse nulle. On a alors :

$$x(t) = \frac{F - f}{k} (1 - \cos(\omega t))$$

ce résultat est valable tant que  $\dot{x} \geq 0$ , c'est-à-dire jusqu'à  $\omega t = \pi$ .

Le premier extremum de la courbe  $x(t)$  est  $x_1 = 2 \cdot \frac{F - f}{k}$ .

**Etape 2 :**

$$m \ddot{x} + k x = F + f$$

l'abscisse initiale vaut  $x_1$ , et la vitesse est nulle. On a alors, en posant la nouvelle abscisse des temps à  $\pi / \omega$  :

$$x(t) = \frac{F + f}{K} + \frac{F - 3f}{K} \cos(\omega t), \text{ jusqu'à } \omega t = \pi.$$

Le deuxième extremum de la courbe  $x(t)$  est  $x_2 = \frac{4f}{K}$ .

**Etape n :**

On sépare le mouvement selon le signe de la vitesse.

On obtient de manière générale :

$$x_{2p-1} \left( t = \frac{2p-1}{2} T \right) = \frac{2(F_t - (2p-1)f)}{k} \quad x_{2p} = (t = pT) 2 \cdot \frac{2pf}{k},$$

avec  $T = 2\pi / \omega$  et  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ .

L'arrêt du mouvement se produit lorsque  $x_n$  est compris entre  $\frac{F_t - f}{k}$  et  $\frac{F_t + f}{k}$ .

## 2.1 Résultats de référence

Les modélisation proposées ci dessous correspondent à la solution analytique jusqu'à l'arrêt du patin. Par soucis d'économie de temps de calcul, on ne teste que les deux premiers extremum.

Temps (s)	Déplacement en x (m)
1,697	14,917
3,393	3,500

## 2.2 Incertitude sur la solution

La solution analytique donne un résultat exact pour l'hypothèse où les corps sont infiniment rigides.

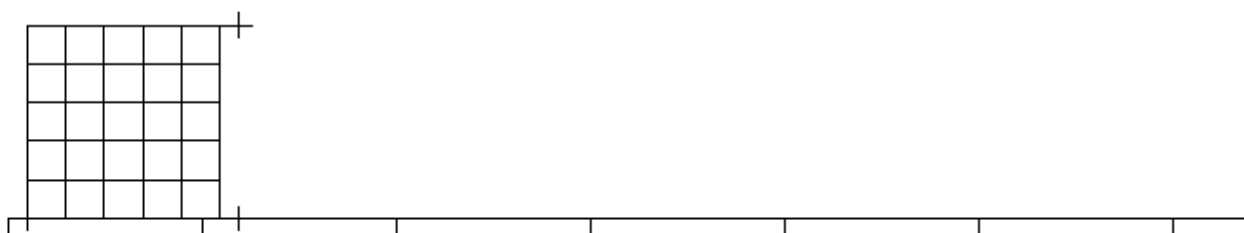
# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le problème est D\_PLAN. Le patin et le support sont modélisés par des surfaces maillées en QUAD4. Un élément 2D\_DIS\_T représente le ressort, sa composante non nulle est dans la direction x.

On utilise l'opérateur DYNA\_NON\_LINE pour effectuer le calcul dynamique. Les efforts de contact sont pris en compte par AFFE\_CHAR\_MECA / CONTACT, avec la méthode LAGRANGIEN.

## 3.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 42      nombre de mailles et types : 26 QUAD4  
26 SEG2

## 3.3 Fonctionnalités testées

### Commandes

AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	FROTTEMENT	'COULOMB'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	METHODE	'LAGRANGIEN'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	APPARIEMENT	'MAIT_ESCL'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	RECHERCHE	'NOEUD_BOUCLE'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	REAC_GEOM	'CONTROLE'
DYNA_NON_LINE	SOLVEUR	'MULT_FRONT'	
DYNA_NON_LINE	NEWTON	MATRICE	'TANGENTE'

**Commandes**

AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	FROTTEMENT	'COULOMB'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	METHODE	'LAGRANGIEN'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	APPARIEMENT	'MAIT_ESCL'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	RECHERCHE	'NOEUD_BOUCLE'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	REAC_GEOM	'CONTROLE'
DYNA_NON_LINE	SOLVEUR	'LDLT'	
DYNA_NON_LINE	NEWTON	MATRICE	'TANGENTE'

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées pour la méthode LAGRANGIEN, MULT\_FRONT

t	Référence	Aster	% différence
1,697	14,91	14,84	-0,5%
3,393	3,50	3,62	3,6%

### 4.2 Valeurs testées pour la méthode LAGRANGIEN, LDLT

t	Référence	Aster	% différence
1,697	14,91	14,83	-0.5%
3,393	3,50	3,62	3,6%

tps\_job 200 mem\_job 64MB ncpus1

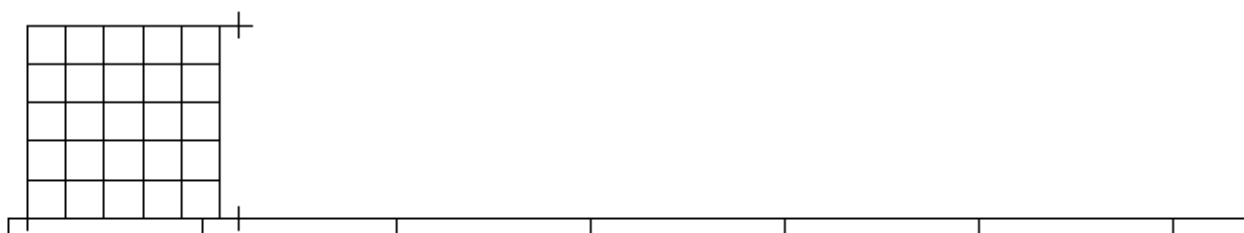
## 5 Modélisation B

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Le problème est D\_PLAN. Le patin et le support sont modélisés par des surfaces maillées en QUAD4. Un élément 2D\_DIS\_T représente le ressort, sa composante non nulle est dans la direction x.

On utilise l'opérateur DYNA\_NON\_LINE pour effectuer le calcul dynamique. Les efforts de contact sont pris en compte par AFFE\_CHAR\_MECA / CONTACT, avec la méthode PENALISATION.

### 5.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 42      nombre de mailles et types : 26 QUAD4  
26 SEG2

### 5.3 Fonctionnalités testées

#### Commandes

AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	FROTTEMENT	'COULOMB'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	METHODE	'PENALISATION'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	APPARIEMENT	'MAIT_ESCL'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	RECHERCHE	'NOEUD_BOUCLE'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	REAC_GEOM	'CONTROLE'
DYNA_NON_LINE	SOLVEUR	'MULT_FRONT'	
DYNA_NON_LINE	NEWTON	MATRICE	'TANGENTE'

#### Commandes

AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	FROTTEMENT	'COULOMB'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	METHODE	'PENALISATION'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	APPARIEMENT	'MAIT_ESCL'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	RECHERCHE	'NOEUD_BOUCLE'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	REAC_GEOM	'CONTROLE'
DYNA_NON_LINE	SOLVEUR	'LDLT'	
DYNA_NON_LINE	NEWTON	MATRICE	'TANGENTE'

## 6 Résultats de la modélisation B

### 6.1 Valeurs testées pour la méthode PENALISATION, MULT\_FRONT

t	Référence	Aster	% différence
1,697	14,91	14,84	-0.5%
3,393	3,50	3,62	3,6%

### 6.2 Valeurs testées pour la méthode PENALISATION, LDLT

t	Référence	Aster	% différence
1,697	14,91	14,83	-0,5%
3,393	3,50	3,62	3,6%

tps\_job 1000 mem\_job 100MB ncpus1

## 7 Modélisation C

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Le problème est D\_PLAN. Le patin et le support sont modélisés par des surfaces maillées en QUAD4. Un élément 2D\_DIS\_T représente le ressort, sa composante non nulle est dans la direction x.

On utilise l'opérateur DYNA\_NON\_LINE pour effectuer le calcul dynamique. Les efforts de contact sont pris en compte par AFFE\_CHAR\_MECA / CONTACT, avec la méthode CONTINUE.

### 7.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 42      nombre de mailles et types : 26 QUAD4  
26 SEG2

### 7.3 Fonctionnalités testées

#### Commandes

AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	FROTTEMENT	'COULOMB'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	METHODE	'CONTINUE'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	APPARIEMENT	'MAIT_ESCL'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	RECHERCHE	'NOEUD_BOUCLE'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	REAC_GEOM	'CONTROLE'
DYNA_NON_LINE	SOLVEUR	'MULT_FRONT'	
DYNA_NON_LINE	NEWTON	MATRICE	'TANGENTE'

**Commandes**

AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	FROTTEMENT	' COULOMB '
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	METHODE	' CONTINUE '
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	APPARIEMENT	' MAIT_ESCL '
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	RECHERCHE	' NOEUD_BOUCLE '
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	REAC_GEOM	' CONTROLE '
DYNA_NON_LINE	SOLVEUR	' LDLT '	
DYNA_NON_LINE	NEWTON	MATRICE	' TANGENTE '

## 8 Résultats de la modélisation C

### 8.1 Valeurs testées pour la méthode CONTINUE, MULT\_FRONT

t	Référence	Aster	% différence
1,697	14,91	14,84	-0,5%
3,393	3,50	3,62	3,6%

### 8.2 Valeurs tests pour la méthode CONTINUE, LDLT

t	Référence	Aster	% différence
1,697	14,91	14,83	-0,5%
3,393	3,50	3,62	3,6%

tps\_job 400 mem\_job 64MB ncpus1



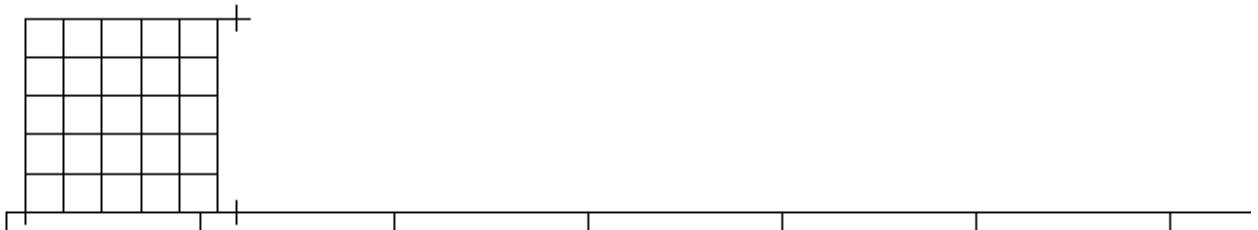
## 9 Modélisation D

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

Le problème est D\_PLAN. Le patin et le support sont modélisés par des surfaces maillées en QUAD8. Un élément 2D\_DIS\_T représente le ressort, sa composante non nulle est dans la direction x.

On utilise l'opérateur DYNA\_NON\_LINE pour effectuer le calcul dynamique. Les efforts de contact sont pris en compte par AFFE\_CHAR\_MECA / CONTACT, avec la méthode LAGRANGIEN.

### 9.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 110      nombre de mailles et types : 26 QUAD 8  
24 SEG3  
2 SEG 2

### 9.3 Fonctionnalités testées

#### Commandes

AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	FROTTEMENT	'COULOMB'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	METHODE	'LAGRANGIEN'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	APPARIEMENT	'MAIT_ESCL'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	RECHERCHE	'NOEUD_BOUCLE'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	REAC_GEOM	'CONTROLE'
DYNA_NON_LINE	SOLVEUR	'MULT_FRONT'	
DYNA_NON_LINE	NEWTON	MATRICE	'TANGENTE'

#### Commandes

AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	FROTTEMENT	'COULOMB'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	METHODE	'LAGRANGIEN'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	APPARIEMENT	'MAIT_ESCL'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	RECHERCHE	'NOEUD_BOUCLE'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	REAC_GEOM	'CONTROLE'
DYNA_NON_LINE	SOLVEUR	'LDLT'	
DYNA_NON_LINE	NEWTON	MATRICE	'TANGENTE'

## 10 Résultats de la modélisation D

### 10.1 Valeurs testées pour la méthode LAGRANGIEN, MULT\_FRONT

t	Référence	Aster	% différence
1,697	14,91	14,83	-0,5%
3,393	3,50	3,62	3,6%

### 10.2 Valeurs testées pour la méthode LAGRANGIEN, LDLT

t	Référence	Aster	% différence
1,697	14,91	14,83	-0,5%
3,393	3,50	3,62	3,6%

tps\_job 400 mem\_job 64MB ncpus1

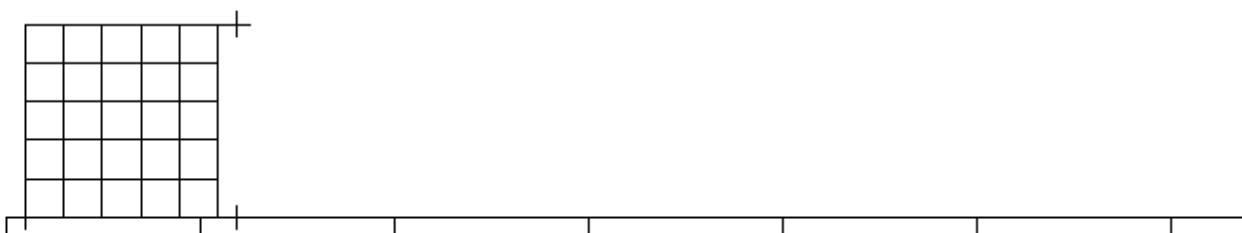
## 11 Modélisation E

### 11.1 Caractéristiques de la modélisation

Le problème est D\_PLAN. Le patin et le support sont modélisés par des surfaces maillées en QUAD8. Un élément 2D\_DIS\_T représente le ressort, sa composante non nulle est dans la direction x.

On utilise l'opérateur DYNA\_NON\_LINE pour effectuer le calcul dynamique. Les efforts de contact sont pris en compte par AFFE\_CHAR\_MECA / CONTACT, avec la méthode PENALISATION.

### 11.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 110      nombre de mailles et types :  
26 QUAD 8  
24 SEG3  
2 SEG 2

## 11.3 Fonctionnalités testées

### Commandes

AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	FROTTEMENT	'COULOMB'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	METHODE	'PENALISATION'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	APPARIEMENT	'MAIT_ESCL'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	RECHERCHE	'NOEUD_BOUCLE'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	REAC_GEOM	'CONTROLE'
DYNA_NON_LINE	SOLVEUR	'MULT_FRONT'	
DYNA_NON_LINE	NEWTON	MATRICE	'TANGENTE'

### Commandes

AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	FROTTEMENT	'COULOMB'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	METHODE	'PENALISATION'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	APPARIEMENT	'MAIT_ESCL'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	RECHERCHE	'NOEUD_BOUCLE'
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	REAC_GEOM	'CONTROLE'
DYNA_NON_LINE	SOLVEUR	'LDLT'	
DYNA_NON_LINE	NEWTON	MATRICE	'TANGENTE'

## 12 Résultats de la modélisation E

### 12.1 Valeurs testées pour la méthode PENALISATION, MULT\_FRONT

t	Référence	Aster	% différence
1,697	14,91	14,83	-0,5%
3,393	3,50	3,62	3,6%

### 12.2 Valeurs testées pour la méthode PENALISATION, LDLT

t	Référence	Aster	% différence
1,697	14,91	14,83	-0,5%
3,393	3,50	3,62	3,6%

tps\_job 1000 mem\_job 100MB ncpus1

## 13 Synthèse des résultats

---

Les résultats obtenus sur l'ensemble de ce cas test sont satisfaisants, aussi bien en linéaire qu'en quadratique. Les valeurs obtenues sont à moins de 1% les unes des autres ; et moins de 4% de la solution de référence.

On note que la valeur de référence du deuxième point est plus faible que les deux autres, ce qui augmente artificiellement le pourcentage d'erreur.

Le choix des coefficients de la méthode pénalisée est délicat. Mais on constate qu'une fois les coefficients choisis, le résultat est stable vis à vis du choix des éléments finis et du solveur.