

**Manuel de Validation****Fascicule V6.04 : Statique non linéaire des structures volumiques****Document : V6.04.101**

# **SSNV101 - Essai de traction cisaillement avec le modèle de Chaboche**

---

**Résumé :**

Problème d'évolution quasi statique non linéaire de mécanique des structures.

Analyse de la réponse d'un élément de volume à un chargement de traction-cisaillement qui impose un état de contrainte-déformation uniforme.

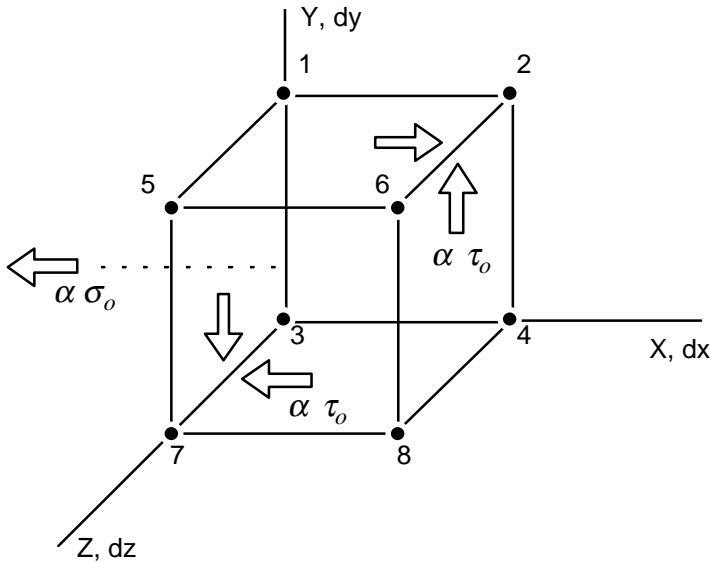
Il y a 2 modélisations : une en 3D et une en contraintes planes.

Ce test valide l'intégration numérique du modèle de comportement élasto-plastique à 2 variables cinématiques de Chaboche.



## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Face YZ : (1, 3, 5, 7)

Face XZ : (3, 4, 7, 8)

Face 1YZ : (2, 4, 6, 8)

Face 1XZ : (1, 2, 5, 6)

$\alpha \tau_o$  cisaillement  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Face 1XZ} \\ \text{Face 1YZ} \end{array} \right.$   
 $\alpha \sigma_o$  pression  $\text{Face YZ}$   
 $\alpha(t)$  fonction effort

### 1.2 Propriétés de matériaux

élasticité isotrope

 $E = 145\,200 \text{ MPa}$ 
 $\nu = 0.3$ 

plasticité Chaboche

 $R_o = 87 \text{ MPa}$ 
 $A_1 = 187.$ 
 $R_i = 151 \text{ MPa}$ 
 $A_2 = 29.$ 
 $b = 2.3$ 
 $C_1 = 341.$ 
 $K = 0.43$ 
 $C_2 = 17\,184.$ 
 $W = 6.09$ 

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

N04

 $dx = dy = 0.$ 

Face YZ :

 $FX = FY = -F(t)$ 

N08

 $dx = dy = dz = 0.$ 

Face XZ :

 $FX = -F(t)$ 

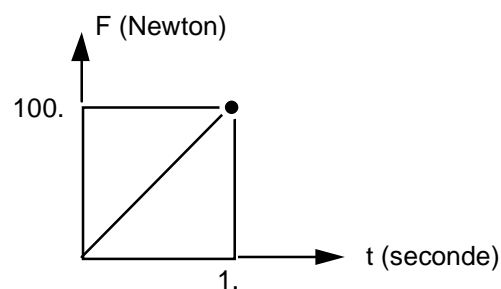
N02, N06

 $dx = 0.$ 

Face 1YZ :

 $FY = F(t)$ 

Face 1XZ :

 $FX = F(t)$ 


### 1.4 Conditions initiales

Contraintes et déformations nulles à  $t = 0.$



## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Dans le cas particulier de traction cisaillement imposé,

$$\sigma(t) = \alpha(t) \begin{bmatrix} \sigma_o & \tau_o & 0 \\ \tau_o & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, X_i = \begin{bmatrix} x_i & y_i & 0 \\ y_i & -x_i/2 & 0 \\ 0 & 0 & -x_i/2 \end{bmatrix} \text{ et } \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon & \gamma & 0 \\ \gamma & \varepsilon_t & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_t \end{bmatrix} \quad i = 1,2,$$

( $X_i$  contrainte d'écroutissement cinématique)

on peut écrire le modèle de Chaboche sous la forme d'un système de 7 équations différentielles

$$\text{ordinaires en } \begin{cases} y = (\varepsilon, \gamma, x_1, x_2, y_1, y_2, p) \\ F(y, t) \dot{y} = g(y, t) \end{cases}.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\varepsilon} - \dot{\alpha} \frac{\sigma_o}{E} = \dot{p} \left( \alpha \sigma_o - \frac{3}{2} (x_1 + x_2) \right) / R(p) \\ \dot{\gamma} - \dot{\alpha} \frac{\tau_o}{2\mu} = \frac{3}{2} \dot{p} \left( \alpha \tau_o - (y_1 + y_2) \right) / R(p) \\ \dot{x}_i = c_i \left( \frac{2}{3} A_i \phi(p) \left( \dot{\varepsilon} - \dot{\alpha} \frac{\sigma_o}{E} \right) - x_i \dot{p} \right) \quad i = 1,2 \\ \dot{y}_i = c_i \left( \frac{2}{3} A_i \phi(p) \left( \dot{\gamma} - \dot{\alpha} \frac{\tau_o}{2\mu} \right) - y_i \dot{p} \right) \quad i = 1,2 \\ 0 = \left( \dot{\alpha} \sigma_o - \frac{3}{2} (\dot{x}_1 + \dot{x}_2) \right) \left( \alpha \sigma_o - \frac{3}{2} (x_1 + x_2) \right) \\ \quad + 3 \left( \dot{\alpha} \tau_o - (\dot{y}_1 + \dot{y}_2) \right) \left( \alpha \tau_o - (y_1 + y_2) \right) - \dot{p} R(p) \frac{\partial R}{\partial p} \end{array} \right.$$

avec, à  $t = 0$  :

$$\begin{cases} \alpha_o = R_o / \sqrt{\sigma_o^2 + 3 \tau_o^2} & (\text{car seuil } f = 0) \\ \varepsilon_o = \alpha_o \sigma_o / E \\ \gamma_o = \alpha_o \tau_o / 2\mu \\ x_{1o} = x_{2o} = y_{1o} = y_{2o} = p_o = 0 \end{cases}$$

et on impose  $\alpha(t) = \alpha_o + t$ .

Ce système est résolu numériquement par une 'Backward difference formula' à l'aide de la bibliothèque scientifique NAG sur CRAY.

### 2.2 Résultats de référence

Avec le chargement imposé, on a  $\alpha_o = 0.435$

On compare à Aster les valeurs de  $\varepsilon, \gamma, x_1, x_2, y_1, y_2, p$  qui doivent être identiques en tous les noeuds à l'instant  $t = 1.435$  sec.

### 2.3 Incertitude sur la solution

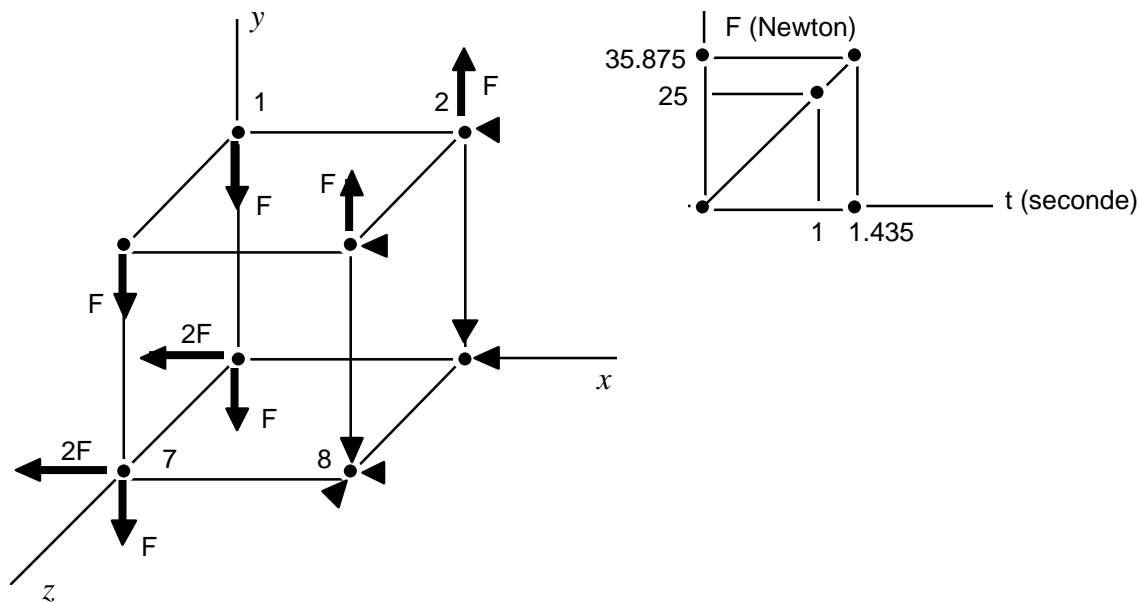
Incertaince de NAG : la résolution est effectuée avec 218 incréments de temps calculés automatiquement.



### 3Modélisation A

#### 3.1Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D :



#### 3.2Caractéristiques du maillage

1 HEXA8.

#### 3.3Fonctionnalités testées

Commande	Mot-clé facteur	Mot-clé simple	Argument	Clés
DEFI_MATERIAU	CHABOCHE_FO			[U4.23.01]
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	'CHABOCHE'	[U4.32.01]
	NEWTON	MATRICE	'TANGENTE'	
	CONVERGENCE	TYPE_MATR_COMP	'TANG_VIT'	



## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
en tous noeuds à t = 1.435			
$\varepsilon$	0.0970	0.0971	0.05
$\gamma$	0.1454	0.1455	0.07
$x_1$	51.0960	51.0847	-0.01
$x_2$	7.9546	7.9574	0.02
$y_1$	76.6450	76.627	-0.01
$y_2$	11.9320	11.9359	0.01
$p$	0.1922	0.1923	0.04
$\sigma_{11}$	143.5000	143.4998	-0.0001

### 4.2 Paramètres d'exécution

Version : 4.01.09

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 8 MW

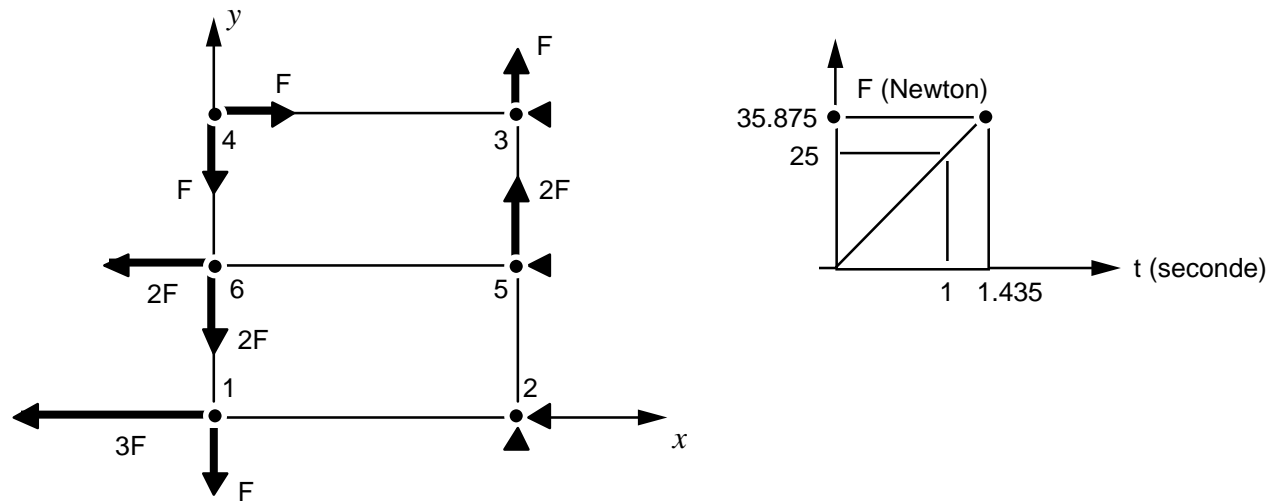
Temps CPU User : 21 secondes



5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation en contraintes planes



5.2 Caractéristiques du maillage

2 mailles QUAD4.

5.3 Fonctionnalités testées

Commande	Mot-clé facteur	Mot-clé simple	Argument	Clés
DEFI_MATERIAU	CHABOCHE			[U4.23.01]
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	'CHABOCHE'	[U4.32.01]
	NEWTON	MATRICE	'TANGENTE'	
	CONVERGENCE	TYPE_MATR_COMP	'TANG_VIT'	



## 6 Résultats de la modélisation B

### 6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
$\varepsilon$	0.0970	0.0971	0.05
$\gamma$	0.1454	0.1455	0.05
$x_1$	51.0960	51.1011	0.01
$x_2$	7.9546	7.9599	0.07
$y_1$	76.6450	76.6150	-0.04
$y_2$	11.9320	11.9345	0.02
$p$	0.1922	0.1923	0.05
$\sigma_{11}$	143.5000	143.6072	0.07

### 6.2 Remarques

Les valeurs des cisaillements sont multipliées par  $\sqrt{2}$  dans l'affichage des résultats des variables internes.

### 6.3 Paramètres d'exécution

Version : 4.00.12

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 8 MW

Temps CPU User : 25 secondes



## 7 Synthèse des résultats

---

Bonne précision lors de la comparaison des résultats, malgré le nombre d'incréments très différents pour NAG (218) et Aster (12).