

Manuel de Validation
Fascicule V3.01 : Statique linéaire des structures linéiques
Document : V3.01.106**SSLL106 - Tuyau droit****Résumé :**

Ce test permet une vérification simple des éléments de tuyaux droits en mécanique des structures statique linéaire.

Le modèle est linéique.

Pour chaque modélisation, 6 types de chargement sont appliqués à l'extrémité : une traction, 2 efforts tranchants, 2 moments de flexion et une torsion. On applique de plus une pression interne, une force linéique répartie et une dilation thermique.

Les valeurs testées sont les déplacements, les efforts aux nœuds, et les contraintes et déformations aux points de Gauss. La solution de référence est analytique (RDM).

Deux modélisations (A et B) permettent de tester l'élément TUYAU à 3 modes de Fourier (modélisation TUYAU_3M) : la modélisation A utilise MECA_STATIQUE, la modélisation B utilise STAT_NON_LINE (comportement élastique).

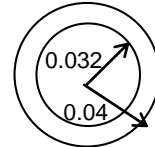
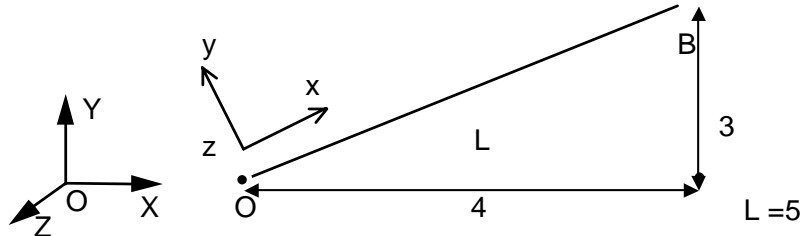
Deux modélisations (C et D) permettent de tester l'élément TUYAU avec 6 modes de Fourier (modélisation TUYAU_6M).

Deux modélisations (E et F) permettent de tester l'élément TUYAU avec 3 modes de Fourier et 4 nœuds (modélisation TUYAU_3M).

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Poutre droite de longueur L , de vecteur directeur $(4, 3, 0)$.



Section du tuyau

Section tubulaire de rayon extérieur $a = 0.04\text{m}$, de rayon interne $b = 0.032\text{m}$, d'épaisseur $e = 0.008\text{ m}$

1.2 Propriétés de matériaux

$E = 2.10^{11}\text{ Pa}$ $\nu = 0.3$

masse volumique $\rho = 7800\text{ kg/m}^3$, coefficient de dilatation thermique $\alpha = 10^{-5}$

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Encastrement en O
- 6 Chargements élémentaires à l'extrémité B
 - dans le repère (x,y,z) lié à la poutre :

$F_x = 5.10^2\text{ N}$	$M_x = 5.10^2\text{ Nm}$
$F_y = 5.10^2\text{ N}$	$M_y = 5.10^2\text{ Nm}$
$F_z = 5.10^2\text{ N}$	$M_z = 5.10^2\text{ Nm}$
 - soit, dans le repère global (X,Y,Z) :
 - 1 chargement de traction : $F_x = 4.10^2\text{ N}$ et $F_y = 3.10^2\text{ N}$
 - 2 efforts tranchants : dans le plan (oxy) $F_x = -3.10^2\text{ N}$ et $F_y = 4.10^2\text{ N}$ et dans le plan (oyz) $F_z = 5.10^2\text{ N}$
 - 1 moment de torsion : $M_x = 4.10^2\text{ Nm}$ et $M_y = 3.10^2\text{ Nm}$
 - 2 efforts tranchants : dans le plan (oxy) $M_x = -3.10^2\text{ Nm}$ et $M_y = 4.10^2\text{ Nm}$ et dans le plan (oyz) $M_z = 5.10^2\text{ Nm}$
- Pression interne : $P = 10^7\text{ Pa}$
- Pesanteur, avec $g = 10\text{ m/s}^2$, dans la direction $-Z$
- Chargement linéique, $F_z = -141.146\text{ N/m}$ (ce qui correspond à la charge due à la pesanteur : $F_z = mg$)
- Dilatation thermique : $\text{Temp} = 100^\circ\text{C}$

1.4 Notation des caractéristiques de sections transversales

Les caractéristiques géométriques des sections transversales sont notées :

- S : aire de la section
- I_y, I_z : moments d'inertie géométriques par rapport aux axes principaux d'inertie de la section
- J_x : constante de torsion

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

- Solution analytique [bib1]: déplacements en B dans le repère (Oxyz) lié à la poutre.

Traction simple $u_x = F_x \frac{L}{E S}$

Flexion simple $u_y = \frac{(F_y L^3)}{3 E I_z}$

Flexion simple $u_z = \frac{F_z L^3}{3 E I_y}$

Torsion

Flexion pure $u_z = -\frac{M_y L^2}{2 E I_y}$

Flexion pure $u_y = \frac{M_z L^2}{2 E I_z}$

Pression $u_r = \frac{P}{E} \frac{a^2}{b^2 - a^2} r \left[(1 - \nu) + (1 + \nu) \frac{b^2}{r^2} \right]$

en fait u_r varie entre $7,12 \cdot 10^{-6}$ en $r = b$

et $7,78 \cdot 10^{-6}$ en $r = a$

$$\theta_z = \frac{L^2 F_y}{2 E I_z}$$

$$\theta_y = -\frac{L^2 F_z}{2 E I_y}$$

$$\theta_x = \frac{M_x L}{G J_x}$$

$$\theta_y = \frac{M_y L}{E I_y}$$

$$\theta_z = +\frac{M_z L}{E I_z}$$

$$\text{calculé en } r = \frac{a+b}{2}$$

Ici, les valeurs sont obtenues avec :

$$S = 1.809557 \cdot 10^{-3} m^2 \quad I_y = I_z = 1.18707 \cdot 10^{-6} m^4 \quad J_x = 2.37414 \cdot 10^{-6} m^4$$

$$L = 5 m$$

Pour les déformations généralisées de poutre, on obtient, par la loi de comportement :

Traction simple $\epsilon_x = \frac{F_x}{E S}$

Flexion simple $\gamma_{xy} = \frac{F_y}{G S} \quad \kappa_z = \frac{F_y (L - x)}{E I_z}$

Flexion simple $\gamma_{xz} = \frac{F_z}{G S} \quad \kappa_y = \frac{F_z (L - x)}{E I_y}$

Torsion $\kappa_x = \frac{M_x}{G J_x}$

Flexion pure $\kappa_y = \frac{M_y}{E I_y}$

Flexion pure $\kappa_z = +\frac{M_z}{E I_z}$

Chargement de pesanteur et chargement linéique :

Si p désigne la charge répartie, le moment à l'origine vaut : $M(O) = \frac{pL^2}{2}$ et de déplacement suivant

z à l'extrémité B vaut : $u_z(B) = \frac{pL^4}{8EI}$

Le chargement de dilatation thermique conduit à un déplacement axial (dans la direction locale x) :

$$u_x(B) = L(\alpha T)$$

Les déformations de dilatation libre de la surface du tuyau sont simplement, en repère local :

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = (\alpha T)$$

Enfin pour valider le calcul de la matrice de masse, une analyse modale des 12 premiers modes propres (avec encastrement en O) doit donner, pour les modes de flexion :

$$f_i = \frac{\lambda_i}{L} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}}$$

Mode	Lambdai	Fréquence
1	1,87510407	2,9030234
2	4,69409113	18,192937
3	7,85475744	50,9407506
4	10,9955407	99,8235399
5	14,1371684	165,015464
6	17,2787596	246,504532
7	20,4203522	344,291453
8	23,5619449	458,376195
9	26,7035376	588,758758
10	29,8451302	735,43914
11	32,9867229	898,417343
12	36,1283155	1077,69337

2.2 Résultats de référence

- Déplacement aux point B, efforts, contraintes et déformations au voisinage du point O.
- Déformation généralisées.
- Fréquences propres

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

- [1] Manuel de validation, test SSLL102 Poutre encastree soumise à des efforts unitaires [V3.01.102]

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

10 éléments TUYAU.

3.2 Caractéristiques du maillage

10 mailles SEG3. La poutre est orientée selon le vecteur (4, 3, 0).

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_MODELE		MODELISATION	TUYAU
AFFE_CARA_ELEM	POUTRE	SECTION	CERCLE
MACRO_ELAS_MULT		OPTION	SIEF_ELGA_DEPL
		OPTION	EPSI_ELGA_DEPL
		OPTION	EFGE_ELNO_DEPL

Remarque sur le contenu des champs :

Les champs aux points de Gauss pour l'élément TUYAU, *EPXI_ELGA_DEPL* et *SIEF_ELGA_DEPL*, qui fournissent les déformations et les contraintes aux points d'intégration dans le repère local de l'élément, sont organisés de la façon suivante :

On stocke les valeurs :

- pour chaque point de Gauss dans la longueur, ($n=1, 3$)
 - pour chaque point d'intégration dans l'épaisseur, ($n=1, 2N_{COU}+1=7$)
 - pour chaque point d'intégration sur la circonférence, ($n=1, 2N_{SECT}+1=33$)
 - 6 composantes de déformation ou de contraintes :
EPXX EPYY EPZZ EPXY EPXZ EPYZ ou *SIXX SIYY SIZZ SIXY SIXZ SIYZ*
 où X désigne la direction donnée par les deux nœuds sommets de l'élément, Y représente l'angle ϕ décrivant la circonférence et Z représente le rayon. *EPZZ* et *EPYZ* correspondant à ε_{rr} , $\varepsilon_{r\phi}$ dans le cas des déformations et *SIZZ* et *SIYZ* correspondant à σ_{rr} , $\sigma_{r\phi}$ dans le cas des contraintes sont prises égales à zéro.

(pour *MECA_STATIQUE* ou *MACRO_ELAS_MULT*, le nombre de couches est fixé, et égal à 3, et le nombre de secteurs est égal à 16).

EFGE_ELNO_DEPL représente les efforts généralisés aux 3 nœuds de la façon classique : *N*, *VY*, *VZ*, *MT*, *MFY*, *MFZ*.

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Cas de charge	Grandeur	Référence	Aster	% différence
$F_X = 4.10^2$	DX	5.53E-06	5.52E-06	-0.04
$F_Y = 3.10^2$	DY	4.14E-06	4.14E-06	-0.04
$F_X = -3.10^2$	DRZ	2.63E-02	2.63E-02	-0.04
$F_Y = 4.10^2$	DX	-5.27E-02	-5.26E-02	-0.056
	DY	7.02E-02	7.02E-02	-0.056
$F_Z = 5.10^2$	DRX	1.58E-02	1.58E-02	-0.04
	DRY	-2.11E-02	-2.11E-02	-0.039
	DZ	8.78E-02	8.77E-02	-0.056
$M_X = 4.10^2$	DRX	1.10E-02	1.10E-02	0
$M_Y = 3.10^2$	DRY	8.21E-03	8.21E-03	0
$M_X = -3.10^2$	DRX	-6.32E-03	-6.32E-03	-0.04
$M_Y = 4.10^2$	DRY	8.42E-03	8.42E-03	-0.04
	DZ	-2.63E-02	-2.63E-02	-0.04
$M_Z = 5.10^2$	DRZ	1.05E-02	1.05E-02	-0.039
	DX	-1.58E-02	-1.58E-02	-0.04
	DY	2.11E-02	2.11E-02	-0.039
7 : pression	WO	7.38E-06	7.16E-06	-2.946
8 : pesanteur	DZ	-4.646 E-02	-4.642 E-02	0.09
9 : charge répartie	DZ	-4.646 E-02	-4.642 E-02	0.09

Cas de charge	Champ	Maille	Point	Composante	Référence	Aster	% différence
1	EFGE_ELNO_DEPL	M18	1	N	5.00E+02	5.01E+02	0.136
1	EPSI_ELGA_DEPL	M18	1	EPXX	1.38E-06	1.38E-06	-0.031
1	SIEF_ELGA_DEPL	M18	1	SIXX	2.76E+05	2.73E+05	-1.159
4	EFGE_ELNO_DEPL	M18	1	MT	5.00E+02	5.00E+02	0
4	EPSI_ELGA_DEPL	M18	1	EPXY	-8.77E-05	-8.76E-05	-0.102
4	EPSI_ELGA_DEPL	M18	693	EPXY	-1.09E-04	-1.10E-04	0.049
4	SIEF_ELGA_DEPL	M18	1	SIXY	-6.75E+06	-6.74E+06	-0.159
4	SIEF_ELGA_DEPL	M18	693	SIXY	-8.42E+06	-8.42E+06	0.049
5	EFGE_ELNO_DEPL	M18	1	MFY	5.00E+02	5.01E+02	0.123
5	EPSI_ELGA_DEPL	M18	479	EPXX	6.74E-05	6.74E-05	-0.046
5	SIEF_ELGA_DEPL	M18	479	SIXX	1.35E+07	1.33E+07	-1.288
6	EFGE_ELNO_DEPL	M18	1	MFZ	5.00E+02	5.01E+02	0.123
6	EPSI_ELGA_DEPL	M18	471	EPXX	6.74E-05	6.74E-05	-0.046
6	SIEF_ELGA_DEPL	M18	471	SIXX	1.35E+07	1.33E+07	-1.288
7	EPSI_ELGA_DEPL	M18	1	EPYY	2.28E-04	2.24E-04	-1.716
7	EPSI_ELGA_DEPL	M18	693	EPYY	1.78E-04	1.79E-04	0.741
7	SIEF_ELGA_DEPL	M18	1	SIYY	4.56E+07	4.53E+07	-0.641
7	SIEF_ELGA_DEPL	M18	693	SIYY	3.56E+07	3.54E+07	-0.371
8	EFGE_ELNO_DEPL	M1	1	MFY	1764.3	1728	2
9	EFGE_ELNO_DEPL	M1	1	MFY	1764.3	1728	2

Déformations généralisées DEGE_ELNO_DEPL :

Cas de charge	Chargements	Grandeur	Référence	Aster	% différence
1	$F_X = 4.10^2$ $F_Y = 3.10^2$	EPXX	1.38155E-06	1.38155E-06	-0.04
2	$F_X = -3.10^2$ $F_Y = 4.10^2$	GAXY KZ	3.5920E-06 1.0530E-02	4.7415E-06 1.04E-02	32 -1.2
3	$F_Z = 5.10^2$	GAXZ KY	3.5920E-06 -1.0530E-02	4.7415E-06 -1.04E-02	32 -1.2
4	$M_X = 4.10^2$ $M_Y = 3.10^2$	GAT	2.73783E-03	2.73783E-03	0
5	$M_X = -3.10^2$ $M_Y = 4.10^2$	KY	2.1060E-03	2.1052E-03	-0.04
6	$M_Z = 5.10^2$	KZ	2.1060E-03	2.1052E-03	-0.04

Fréquence propre	Référence	Aster	% différence
1	2.90229	2.90378	0.05
2	2.90229	2.90378	0.05
3	18.18967	18.2047	0.08
4	18.18967	18.2047	0.08
5	50.99367	51.006	0.02
6	50.99367	51.006	0.02
7	99.81783	100.0478	0.2
8	99.81783	100.0478	0.2
9	157.0190	157.0185	0.001
10	164.9922	165.606	0.3
11	164.9922	165.606	0.3
12	253.185	247.82	2

4.2 Remarques

Les valeurs des cisaillements correspondant à l'effort tranchant ne sont pas précises pour cette modélisation. Ceci est dû aux fonctions d'interpolation d'ordre 2 de cet élément, pour les déplacements de poutre et les rotations de poutres. Comme les cisaillements transverses de poutre sont obtenus par :

$$\gamma_{xy} = \theta_z - \frac{du_y}{dx}, \text{ et que pour la flexion simple, les rotations varient comme des polynômes d'ordre 2,}$$

mais les déplacements, comme des polynômes d'ordre 3, ce qui est mal approché par les fonctions d'interpolation. La dérivée des déplacements n'est donc pas précise.

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

10 éléments TUYAU, calcul avec STAT_NON_LINE.

5.2 Caractéristiques du maillage

10 mailles SEG3. La poutre est orientée selon le vecteur (4, 3, 0).

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_MODELE		MODELISATION	TUYAU
AFFE_CARA_ELEM	POUTRE	SECTION	CERCLE
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	ELAS
	COMP_INCR	TUYAU_NCOU	3
	COMP_INCR	TUYAU_NSEC	16
		OPTION	SIEF_ELNO_ELGA

Remarque sur le contenu des champs :

Les champs de contraintes aux points de Gauss pour l'élément TUYAU, *SIEF_ELGA*, dans le repère local de l'élément, sont organisés de la façon suivante :

On stocke les valeurs :

- pour chaque point de Gauss dans la longueur, ($n=1, 3$)
 - pour chaque point d'intégration dans l'épaisseur, ($n=1, 2N_{COU}+1$)
 - pour chaque point d'intégration sur la circonférence, ($n=1, 2N_{SECT}+1$)
 - 6 composantes de déformation ou de contraintes :
 $EPXX$ $EPYY$ $EPZZ$ $EPXY$ $EPXZ$ $EPYZ$ ou $SIXX$ $SIYY$ $SIZZ$ $SIXY$ $SIXZ$ $SIYZ$
 où X désigne la direction donnée par les deux nœuds sommets de l'élément, Y représente l'angle ϕ décrivant la circonférence et Z représente le rayon. $EPZZ$ et $EPYZ$ correspondant à ϵ_{rr} , $\epsilon_{r\phi}$ dans le cas des déformations et $SIZZ$ et $SIYZ$ correspondant à σ_{rr} , $\sigma_{r\phi}$ dans le cas des contraintes sont prises égales à zéro.

(dans *STAT_NON_LINE*, le nombre de couches est variable, ainsi que le nombre de secteurs. On utilise ici 3 couches et 16 secteurs par analogie avec la modélisation A).

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Cas de charge	Grandeur	Référence	Aster	% différence
1	DX	5.53E-06	5.52E-06	-0.04
1	DY	4.14E-06	4.14E-06	-0.04
2	DRZ	2.63E-02	2.63E-02	-0.04
2	DX	-5.27E-02	-5.26E-02	-0.056
2	DY	7.02E-02	7.02E-02	-0.056
3	DRX	1.58E-02	1.58E-02	-0.04
3	DRY	-2.11E-02	-2.11E-02	-0.039
3	DZ	8.78E-02	8.77E-02	-0.056
4	DRX	1.10E-02	1.10E-02	0
4	DRY	8.21E-03	8.21E-03	0
5	DRX	-6.32E-03	-6.32E-03	-0.04
5	DRY	8.42E-03	8.42E-03	-0.04
5	DZ	-2.63E-02	-2.63E-02	-0.04
6	DRZ	1.05E-02	1.05E-02	-0.039
6	DX	-1.58E-02	-1.58E-02	-0.04
6	DY	2.11E-02	2.11E-02	-0.039
7	WO	7.38E-06	7.16E-06	-2.946

Cas de charge	Champ	Maille	Point	Composante	Référence	Aster	% différence
1	SIEF_ELGA	M18	z	SIXX	2.76E+05	2.73E+05	-1.159
1	SIEF_ELNO_ELGA	M18	1	N	5.00E+02	5.01E+02	0.136
4	SIEF_ELGA	M18	1	SIXY	-6.75E+06	-6.74E+06	-0.159
4	SIEF_ELGA	M18	693	SIXY	-8.42E+06	-8.42E+06	0.049
4	SIEF_ELNO_ELGA	M18	1	MT	5.00E+02	5.00E+02	0
5	SIEF_ELGA	M18	479	SIXX	1.35E+07	1.33E+07	-1.288
5	SIEF_ELNO_ELGA	M18	1	MFY	5.00E+02	5.01E+02	0.123
6	SIEF_ELGA	M18	471	SIXX	1.35E+07	1.33E+07	-1.288
6	SIEF_ELNO_ELGA	M18	1	MFZ	5.00E+02	5.01E+02	0.123
7	SIEF_ELGA	M18	1	SIYY	4.56E+07	4.53E+07	-0.641
7	SIEF_ELGA	M18	693	SIYY	3.56E+07	3.54E+07	-0.371

Déformations généralisées DEGE_ELNO_DEPL :

Cas de charge	Chargements	Grandeur	Référence	Aster	% différence
1	$F_x = 4.10^2$	EPXX	1.38155E-06	1.38155E-06	-0.04
	$F_y = 3.10^2$				
2	$F_x = -3.10^2$	GAXY	3.5920E-06	4.7415E-06	32
	$F_y = 4.10^2$	KZ	1.0530E-02	1.04E-02	-1.2
3	$F_z = 5.10^2$	GAXZ	3.5920E-06	4.7415E-06	32
		KY	-1.0530E-02	-1.04E-02	-1.2
4	$M_x = 4.10^2$	GAT	2.73783E-03	2.73783E-03	0
	$M_y = 3.10^2$				
5	$M_x = -3.10^2$	KY	2.1060E-03	2.1052E-03	-0.04
	$M_y = 4.10^2$				
6	$M_z = 5.10^2$	KZ	2.1060E-03	2.1052E-03	-0.04

6.2 Remarques

Les valeurs des cisaillements correspondant à l'effort tranchant ne sont pas précises pour cette modélisation. Ceci est dû aux fonctions d'interpolation d'ordre 2 de cet élément, pour les déplacements de poutre et les rotations de poutres. Comme les cisaillements transverses de poutre sont obtenus par :

$\gamma_{xy} = \theta_z - \frac{du_y}{dx}$, et que pour la flexion simple, les rotations varient comme des polynômes d'ordre 2,

mais les déplacements, comme des polynômes d'ordre 3, ce qui est mal approché par les fonctions d'interpolation. La dérivée des déplacements n'est donc pas précise.

7 Modélisation C

7.1 Caractéristiques de la modélisation

10 éléments TUYAU_6M.

7.2 Caractéristiques du maillage

10 mailles SEG3. La poutre est orientée selon le vecteur (4, 3, 0).

7.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_MODELE		MODELISATION	TUYAU_6M
AFFE_CARA_ELEM	POUTRE	SECTION	CERCLE
MACRO_ELAS_MULT		OPTION	SIEF_ELGA_DEPL
		OPTION	EPSI_ELGA_DEPL
		OPTION	EFGE_ELNO_DEPL

Remarque sur le contenu des champs :

Les champs aux points de Gauss pour l'élément TUYAU, *EPSI_ELGA_DEPL* et *SIEF_ELGA_DEPL*, qui fournissent les déformations et les contraintes aux points d'intégration dans le repère local de l'élément, sont organisés de la façon suivante :

On stocke les valeurs :

- pour chaque point de Gauss dans la longueur, ($n=1, 3$)
 - pour chaque point d'intégration dans l'épaisseur, ($n=1, 2N_{COU}+1=7$)
 - pour chaque point d'intégration sur la circonférence, ($n=1, 2N_{SECT}+1=33$)
 - 6 composantes de déformation ou de contraintes :
EPXX EPYY EPZZ EPXY EPXZ EPYZ ou *SIXX SIYY SIZZ SIXY SIXZ SIYZ*
 où X désigne la direction donnée par les deux nœuds sommets de l'élément, Y représente l'angle ϕ décrivant la circonférence et Z représente le rayon. *EPZZ* et *EPYZ* correspondant à ε_{rr} , $\varepsilon_{r\phi}$ dans le cas des déformations et *SIZZ* et *SIYZ* correspondant à σ_{rr} , $\sigma_{r\phi}$ dans le cas des contraintes sont prises égales à zéro.

(pour *MECA_STATIQUE* ou *MACRO_ELAS_MULT*, le nombre de couches est fixé, et égal à 3, et le nombre de secteurs est égal à 16).

EFGE_ELNO_DEPL représente les efforts généralisés aux 3 nœuds de la façon classique : *N*, *VY*, *VZ*, *MT*, *MFY*, *MFZ*.

8 Résultats de la modélisation C

8.1 Valeurs testées

Cas de charge	Grandeur	Référence	Aster	% différence
1 $F_x = 4.10^2$	DX	5.53E-06	5.52E-06	-0.04
1 $F_y = 3.10^2$	DY	4.14E-06	4.14E-06	-0.04
2 $F_x = -3.10^2$	DRZ	2.63E-02	2.63E-02	-0.04
2 $F_y = 4.10^2$	DX	-5.27E-02	-5.26E-02	-0.056
2	DY	7.02E-02	7.02E-02	-0.056
3 $F_z = 5.10^2$	DRX	1.58E-02	1.58E-02	-0.04
3	DRY	-2.11E-02	-2.11E-02	-0.039
3	DZ	8.78E-02	8.77E-02	-0.056
4 $M_x = 4.10^2$	DRX	1.10E-02	1.10E-02	0
4 $M_y = 3.10^2$	DRY	8.21E-03	8.21E-03	0
5 $M_x = -3.10^2$	DRX	-6.32E-03	-6.32E-03	-0.04
5 $M_y = 4.10^2$	DRY	8.42E-03	8.42E-03	-0.04
5	DZ	-2.63E-02	-2.63E-02	-0.04
6 $M_z = 5.10^2$	DRZ	1.05E-02	1.05E-02	-0.039
6	DX	-1.58E-02	-1.58E-02	-0.04
6	DY	2.11E-02	2.11E-02	-0.039
7 : pression	WO	7.38E-06	7.16E-06	-2.946
8 : pesanteur	DZ	-4.646 E-02	-4.642 E-02	0.09
9 : charge répartie	DZ	-4.646 E-02	-4.642 E-02	0.09

Cas de charge	Champ	Maille	Point	Composante	Référence	Aster	% différence
1	EFGE_ELNO_DEPL	M18	1	N	5.00E+02	5.01E+02	0.136
1	EPSI_ELGA_DEPL	M18	1	EPXX	1.38E-06	1.38E-06	-0.031
1	SIEF_ELGA_DEPL	M18	1	SIXX	2.76E+05	2.73E+05	-1.159
4	EFGE_ELNO_DEPL	M18	1	MT	5.00E+02	5.00E+02	0
4	EPSI_ELGA_DEPL	M18	1	EPXY	-8.77E-05	-8.76E-05	-0.102
4	EPSI_ELGA_DEPL	M18	693	EPXY	-1.09E-04	-1.10E-04	0.049
4	SIEF_ELGA_DEPL	M18	1	SIXY	-6.75E+06	-6.74E+06	-0.159
4	SIEF_ELGA_DEPL	M18	693	SIXY	-8.42E+06	-8.42E+06	0.049
5	EFGE_ELNO_DEPL	M18	1	MFY	5.00E+02	5.01E+02	0.123
5	EPSI_ELGA_DEPL	M18	479	EPXX	6.74E-05	6.74E-05	-0.046
5	SIEF_ELGA_DEPL	M18	479	SIXX	1.35E+07	1.33E+07	-1.288
6	EFGE_ELNO_DEPL	M18	1	MFZ	5.00E+02	5.01E+02	0.123
6	EPSI_ELGA_DEPL	M18	471	EPXX	6.74E-05	6.74E-05	-0.046
6	SIEF_ELGA_DEPL	M18	471	SIXX	1.35E+07	1.33E+07	-1.288
7	EPSI_ELGA_DEPL	M18	1	EPYY	2.28E-04	2.24E-04	-1.716
7	EPSI_ELGA_DEPL	M18	693	EPYY	1.78E-04	1.79E-04	0.741
7	SIEF_ELGA_DEPL	M18	1	SIYY	4.56E+07	4.53E+07	-0.641
7	SIEF_ELGA_DEPL	M18	693	SIYY	3.56E+07	3.54E+07	-0.371
8	EFGE_ELNO_DEPL	M1	1	MFY	1764.3	1728	2
9	EFGE_ELNO_DEPL	M1	1	MFY	1764.3	1728	2

Déformations généralisées DEGE_ELNO_DEPL :

Cas de charge	Chargements	Grandeur	Référence	Aster	% différence
1	$F_X = 4.10^2$ $F_Y = 3.10^2$	EPXX	1.38155E-06	1.38155E-06	-0.04
2	$F_X = -3.10^2$ $F_Y = 4.10^2$	GAXY KZ	3.5920E-06 1.0530E-02	4.7415E-06 1.04E-02	32 -1.2
3	$F_Z = 5.10^2$	GAXZ KY	3.5920E-06 -1.0530E-02	4.7415E-06 -1.04E-02	32 -1.2
4	$M_X = 4.10^2$ $M_Y = 3.10^2$	GAT	2.73783E-03	2.73783E-03	0
5	$M_X = -3.10^2$ $M_Y = 4.10^2$	KY	2.1060E-03	2.1052E-03	-0.04
6	$M_Z = 5.10^2$	KZ	2.1060E-03	2.1052E-03	-0.04

Fréquence propre	Référence	Aster	% différence
1	2.90229	2.90378	0.05
2	2.90229	2.90378	0.05
3	18.18967	18.2047	0.08
4	18.18967	18.2047	0.08
5	50.99367	51.006	0.02
6	50.99367	51.006	0.02
7	99.81783	100.0478	0.2
8	99.81783	100.0478	0.2
9	157.0190	157.0185	0.001
10	164.9922	165.606	0.3
11	164.9922	165.606	0.3
12	253.185	247.82	2

8.2 Remarques

Les valeurs des cisaillements correspondant à l'effort tranchant ne sont pas précises pour cette modélisation. Ceci est dû aux fonctions d'interpolation d'ordre 2 de cet élément, pour les déplacements de poutre et les rotations de poutres. Comme les cisaillements transverses de poutre sont obtenus par :

$\gamma_{xy} = \theta_z - \frac{du_y}{dx}$, et que pour la flexion simple, les rotations varient comme des polynômes d'ordre 2, mais les déplacements, comme des polynômes d'ordre 3, ce qui est mal approché par les fonctions d'interpolation. La dérivée des déplacements n'est donc pas précise.

9 Modélisation D

9.1 Caractéristiques de la modélisation

10 éléments TUYAU_6M, calcul avec STAT_NON_LINE.

9.2 Caractéristiques du maillage

10 mailles SEG3. La poutre est orientée selon le vecteur (4, 3, 0).

9.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_MODELE		MODELISATION	TUYAU_6M
AFFE_CARA_ELEM	POUTRE	SECTION	CERCLE
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	ELAS
	COMP_INCR	TUYAU_NCOU	3
	COMP_INCR	TUYAU_NSEC	16
		OPTION	SIEF_ELNO_ELGA

Remarque sur le contenu des champs :

Les champs de contraintes aux points de Gauss pour l'élément TUYAU, *SIEF_ELGA*, dans le repère local de l'élément, sont organisés de la façon suivante :

On stocke les valeurs :

- pour chaque point de Gauss dans la longueur, ($n=1, 3$)
 - pour chaque point d'intégration dans l'épaisseur, ($n=1, 2N_{COU}+1$)
 - pour chaque point d'intégration sur la circonférence, ($n=1, 2N_{SECT}+1$)
 - 6 composantes de déformation ou de contraintes :
EPXX EPYY EPZZ EPXY EPXZ EPYZ ou *SIXX SIYY SIZZ SIXY SIXZ SIYZ*
où X désigne la direction donnée par les deux nœuds sommets de l'élément, Y représente l'angle ϕ décrivant la circonférence et Z représente le rayon. *EPZZ* et *EPYZ* correspondant à ε_{rr} , $\varepsilon_{r\phi}$ dans le cas des déformations et *SIZZ* et *SIYZ* correspondant à σ_{rr} , $\sigma_{r\phi}$ dans le cas des contraintes sont prises égales à zéro.

(dans *STAT_NON_LINE*, le nombre de couches est variable, ainsi que le nombre de secteurs. On utilise ici 3 couches et 16 secteurs par analogie avec la modélisation A).

10 Résultats de la modélisation D

10.1 Valeurs testées

Cas de charge	Grandeur	Référence	Aster	% différence
1	DX	5.53E-06	5.52E-06	-0.04
1	DY	4.14E-06	4.14E-06	-0.04
2	DRZ	2.63E-02	2.63E-02	-0.04
2	DX	-5.27E-02	-5.26E-02	-0.056
2	DY	7.02E-02	7.02E-02	-0.056
3	DRX	1.58E-02	1.58E-02	-0.04
3	DRY	-2.11E-02	-2.11E-02	-0.039
3	DZ	8.78E-02	8.77E-02	-0.056
4	DRX	1.10E-02	1.10E-02	0
4	DRY	8.21E-03	8.21E-03	0
5	DRX	-6.32E-03	-6.32E-03	-0.04
5	DRY	8.42E-03	8.42E-03	-0.04
5	DZ	-2.63E-02	-2.63E-02	-0.04
6	DRZ	1.05E-02	1.05E-02	-0.039
6	DX	-1.58E-02	-1.58E-02	-0.04
6	DY	2.11E-02	2.11E-02	-0.039
7	WO	7.38E-06	7.16E-06	-2.946

Cas de charge	Champ	Maille	Point	Composante	Référence	Aster	% différence
1	SIEF_ELGA	M18	z	SIXX	2.76E+05	2.73E+05	-1.159
1	SIEF_ELNO_ELGA	M18	1	N	5.00E+02	5.01E+02	0.136
4	SIEF_ELGA	M18	1	SIXY	-6.75E+06	-6.74E+06	-0.159
4	SIEF_ELGA	M18	693	SIXY	-8.42E+06	-8.42E+06	0.049
4	SIEF_ELNO_ELGA	M18	1	MT	5.00E+02	5.00E+02	0
5	SIEF_ELGA	M18	479	SIXX	1.35E+07	1.33E+07	-1.288
5	SIEF_ELNO_ELGA	M18	1	MFY	5.00E+02	5.01E+02	0.123
6	SIEF_ELGA	M18	471	SIXX	1.35E+07	1.33E+07	-1.288
6	SIEF_ELNO_ELGA	M18	1	MFZ	5.00E+02	5.01E+02	0.123
7	SIEF_ELGA	M18	1	SIYY	4.56E+07	4.53E+07	-0.641
7	SIEF_ELGA	M18	693	SIYY	3.56E+07	3.54E+07	-0.371

Déformations généralisées DEGE_ELNO_DEPL :

Cas de charge	Chargements	Grandeur	Référence	Aster	% différence
1	$F_x = 4.10^2$	EPXX	1.38155E-06	1.38155E-06	-0.04
	$F_y = 3.10^2$				
2	$F_x = -3.10^2$	GAXY	3.5920E-06	4.7415E-06	32
	$F_y = 4.10^2$	KZ	1.0530E-02	1.04E-02	-1.2
3	$F_z = 5.10^2$	GAXZ	3.5920E-06	4.7415E-06	32
		KY	-1.0530E-02	-1.04E-02	-1.2
4	$M_x = 4.10^2$	GAT	2.73783E-03	2.73783E-03	0
	$M_y = 3.10^2$				
5	$M_x = -3.10^2$	KY	2.1060E-03	2.1052E-03	-0.04
	$M_y = 4.10^2$				
6	$M_z = 5.10^2$	KZ	2.1060E-03	2.1052E-03	-0.04

10.2 Remarques

Les valeurs des cisaillements correspondant à l'effort tranchant ne sont pas précises pour cette modélisation. Ceci est dû aux fonctions d'interpolation d'ordre 2 de cet élément, pour les déplacements de poutre et les rotations de poutres. Comme les cisaillements transverses de poutre sont obtenus par :

$\gamma_{xy} = \theta_z - \frac{du_y}{dx}$, et que pour la flexion simple, les rotations varient comme des polynômes d'ordre 2,

mais les déplacements, comme des polynômes d'ordre 3, ce qui est mal approché par les fonctions d'interpolation. La dérivée des déplacements n'est donc pas précise.

11 Modélisation E

11.1 Caractéristiques de la modélisation

8 éléments TUYAU à 3 modes de Fourier et 4 nœuds

11.2 Caractéristiques du maillage

8 mailles SEG4. La poutre est orientée selon le vecteur (4, 3, 0).

11.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_MODELE		MODELISATION	TUYAU
AFFE_CARA_ELEM	POUTRE	SECTION	CERCLE
MACRO_ELAS_MULT		OPTION	SIEF_ELGA_DEPL
		OPTION	EPSI_ELGA_DEPL
		OPTION	EFGE_ELNO_DEPL
CREA_MAILLAGE	OPTION	SEG3_4	

Remarque sur le contenu des champs :

Les champs aux points de Gauss pour l'élément TUYAU, *EPSI_ELGA_DEPL* et *SIEF_ELGA_DEPL*, qui fournissent les déformations et les contraintes aux points d'intégration dans le repère local de l'élément, sont organisés de la façon suivante :

On stocke les valeurs :

- pour chaque point de Gauss dans la longueur, ($n=1, 3$)
 - pour chaque point d'intégration dans l'épaisseur, ($n=1, 2N_{COU}+1=7$)
 - pour chaque point d'intégration sur la circonférence, ($n=1, 2N_{SECT}+1=33$)
 - 6 composantes de déformation ou de contraintes :
EPXX EPYY EPZZ EPXY EPXZ EPYZ ou *SIXX SIYY SIZZ SIXY SIXZ SIYZ*
 où X désigne la direction donnée par les deux nœuds sommets de l'élément, Y représente l'angle ϕ décrivant la circonférence et Z représente le rayon. *EPZZ* et *EPYZ* correspondant à ε_{rr} , $\varepsilon_{r\phi}$ dans le cas des déformations et *SIZZ* et *SIYZ* correspondant à σ_{rr} , $\sigma_{r\phi}$ dans le cas des contraintes sont prises égales à zéro.

(pour *MECA_STATIQUE* ou *MACRO_ELAS_MULT*, le nombre de couches est fixé, et égal à 3, et le nombre de secteurs est égal à 16).

EFGE_ELNO_DEPL représente les efforts généralisés aux 3 nœuds de la façon classique : *N*, *VY*, *VZ*, *MT*, *MFY*, *MFZ*.

12 Résultats de la modélisation E

12.1 Valeurs testées

Cas de charge	Grandeur	Référence	Aster	% différence
$F_x = 4.10^2$	DX	5.53E-06	5.52E-06	-0.04
$F_y = 3.10^2$	DY	4.14E-06	4.14E-06	-0.04
$F_x = -3.10^2$	DRZ	2.63E-02	2.63E-02	-0.04
$F_y = 4.10^2$	DX	-5.27E-02	-5.264E-02	-0.02
	DY	7.02E-02	7.019E-02	-0.02
$F_z = 5.10^2$	DRX	1.58E-02	1.58E-02	-0.04
	DRY	-2.11E-02	-2.11E-02	-0.04
	DZ	8.78E-02	8.77E-02	-0.02
$M_x = 4.10^2$	DRX	1.10E-02	1.10E-02	0
$M_y = 3.10^2$	DRY	8.21E-03	8.21E-03	0
$M_x = -3.10^2$	DRX	-6.32E-03	-6.32E-03	-0.04
$M_y = 4.10^2$	DRY	8.42E-03	8.42E-03	-0.04
	DZ	-2.63E-02	-2.63E-02	-0.04
$M_z = 5.10^2$	DRZ	1.05E-02	1.05E-02	-0.039
	DX	-1.58E-02	-1.58E-02	-0.04
	DY	2.11E-02	2.11E-02	-0.039
7 : pression	WO	7.38E-06	7.16E-06	-2.946
8 : pesanteur	DZ	-4.646 E-02	-4.644 E-02	0.04
9 : charge répartie	DZ	-4.646 E-02	-4.644 E-02	0.04

Cas de charge	Champ	Maille	Point	Composante	Référence	Aster	% différence
1	EFGE_ELNO_DEPL	M18	1	N	5.00E+02	5.01E+02	0.136
1	EPSI_ELGA_DEPL	M18	1	EPXX	1.38E-06	1.38E-06	-0.031
1	SIEF_ELGA_DEPL	M18	1	SIXX	2.76E+05	2.73E+05	-1.159
4	EFGE_ELNO_DEPL	M18	1	MT	5.00E+02	5.00E+02	0
4	EPSI_ELGA_DEPL	M18	1	EPXY	-8.77E-05	-8.76E-05	-0.102
4	EPSI_ELGA_DEPL	M18	693	EPXY	-1.09E-04	-1.10E-04	0.049
4	SIEF_ELGA_DEPL	M18	1	SIXY	-6.75E+06	-6.74E+06	-0.159
4	SIEF_ELGA_DEPL	M18	693	SIXY	-8.42E+06	-8.42E+06	0.049
5	EFGE_ELNO_DEPL	M18	1	MFY	5.00E+02	5.01E+02	0.123
5	EPSI_ELGA_DEPL	M18	479	EPXX	6.74E-05	6.74E-05	-0.046
5	SIEF_ELGA_DEPL	M18	479	SIXX	1.35E+07	1.33E+07	-1.288
6	EFGE_ELNO_DEPL	M18	1	MFZ	5.00E+02	5.01E+02	0.123
6	EPSI_ELGA_DEPL	M18	471	EPXX	6.74E-05	6.74E-05	-0.046
6	SIEF_ELGA_DEPL	M18	471	SIXX	1.35E+07	1.33E+07	-1.288
7	EPSI_ELGA_DEPL	M18	1	EPYY	2.28E-04	2.24E-04	-1.716
7	EPSI_ELGA_DEPL	M18	693	EPYY	1.78E-04	1.79E-04	0.741
7	SIEF_ELGA_DEPL	M18	1	SIYY	4.56E+07	4.53E+07	-0.641
7	SIEF_ELGA_DEPL	M18	693	SIYY	3.56E+07	3.54E+07	-0.371
8	EFGE_ELNO_DEPL	M1	1	MFY	1764.3	1760	0.2
9	EFGE_ELNO_DEPL	M1	1	MFY	1764.3	1760	0.2

Déformations généralisées DEGE_ELNO_DEPL :

Cas de charge	Chargements	Grandeur	Référence	Aster	% différence
1	$F_X = 4.10^2$ $F_Y = 3.10^2$	EPXX	1.38155E-06	1.38155E-06	-0.04
2	$F_X = -3.10^2$ $F_Y = 4.10^2$	GAXY KZ	3.5920E-06 1.0530E-02	4.7415E-06 1.04E-02	1.1 -0.05
3	$F_Z = 5.10^2$	GAXZ KY	3.5920E-06 -1.0530E-02	4.7415E-06 -1.04E-02	1.1 -0.05
4	$M_X = 4.10^2$ $M_Y = 3.10^2$	GAT	2.73783E-03	2.73783E-03	0
5	$M_X = -3.10^2$ $M_Y = 4.10^2$	KY	2.1060E-03	2.1052E-03	-0.04
6	$M_Z = 5.10^2$	KZ	2.1060E-03	2.1052E-03	-0.04

Fréquence propre	Référence	Aster	% différence
1	2.90229	2.90303	0.02
2	2.90229	2.90303	0.02
3	18.18967	18.171	0.1
4	18.18967	18.171	0.1
5	50.99367	50.781	0.4
6	50.99367	50.781	0.4
7	99.81783	99.923	0.6
8	99.81783	99.923	0.6
9	157.0190	157.0185	0.001

12.2 Remarques

Les valeurs des cisaillements correspondant à l'effort tranchant sont précises pour cette modélisation. Ceci est dû aux fonctions d'interpolation d'ordre 3 de cet élément, pour les déplacements de poutre et les rotations de poutres.

13 Modélisation F

13.1 Caractéristiques de la modélisation

1 éléments TUYAU_3M à 4 nœuds, calcul avec STAT_NON_LINE.

13.2 Caractéristiques du maillage

1 mailles SEG4. La poutre est orientée selon le vecteur (4, 3, 0).

13.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_MODELE		MODELISATION	TUYAU
AFFE_CARA_ELEM	POUTRE	SECTION	CERCLE
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	ELAS
	COMP_INCR	TUYAU_NCOU	3
	COMP_INCR	TUYAU_NSEC	16
		OPTION	SIEF_ELNO_ELGA
CREA_MAILLAGE	OPTION	SEG3_4	

Remarque sur le contenu des champs :

Les champs de contraintes aux points de Gauss pour l'élément TUYAU, *SIEF_ELGA*, dans le repère local de l'élément, sont organisés de la façon suivante :

On stocke les valeurs :

- pour chaque point de Gauss dans la longueur, ($n=1, 3$)
 - pour chaque point d'intégration dans l'épaisseur, ($n=1, 2N_{COU}+1$)
 - pour chaque point d'intégration sur la circonférence, ($n=1, 2N_{SECT}+1$)
 - 6 composantes de déformation ou de contraintes :
 $EPXX$ $EPYY$ $EPZZ$ $EPXY$ $EPXZ$ $EPYZ$ ou $SIXX$ $SIYY$ $SIZZ$ $SIXY$ $SIXZ$ $SIYZ$
 où X désigne la direction donnée par les deux nœuds sommets de l'élément, Y représente l'angle ϕ décrivant la circonférence et Z représente le rayon. $EPZZ$ et $EPYZ$ correspondant à ϵ_{rr} , $\epsilon_{r\phi}$ dans le cas des déformations et $SIZZ$ et $SIYZ$ correspondant à σ_{rr} , $\sigma_{r\phi}$ dans le cas des contraintes sont prises égales à zéro.

(dans *STAT_NON_LINE*, le nombre de couches est variable, ainsi que le nombre de secteurs. On utilise ici 3 couches et 16 secteurs par analogie avec la modélisation A).

14 Résultats de la modélisation F

14.1 Valeurs testées

Cas de charge	Grandeur	Référence	Aster	% différence
1	DX	5.53E-06	5.52E-06	-0.04
1	DY	4.14E-06	4.14E-06	-0.04
2	DRZ	2.63E-02	2.63E-02	-0.04
2	DX	-5.27E-02	-5.26E-02	-0.02
2	DY	7.02E-02	7.02E-02	-0.02
3	DRX	1.58E-02	1.58E-02	-0.04
3	DRY	-2.11E-02	-2.11E-02	-0.02
3	DZ	8.78E-02	8.77E-02	-0.04
4	DRX	1.10E-02	1.10E-02	0
4	DRY	8.21E-03	8.21E-03	0
5	DRX	-6.32E-03	-6.32E-03	-0.04
5	DRY	8.42E-03	8.42E-03	-0.04
5	DZ	-2.63E-02	-2.63E-02	-0.04
6	DRZ	1.05E-02	1.05E-02	-0.04
6	DX	-1.58E-02	-1.58E-02	-0.04
6	DY	2.11E-02	2.11E-02	-0.04
7	WO	7.38E-06	7.167E-06	-3.3

Cas de charge	Champ	Maille	Point	Composante	Référence	Aster	% différence
1	SIEF_ELGA	M18	z	SIXX	2.76E+05	2.73E+05	-1.159
1	SIEF_ELNO_ELGA	M18	1	N	5.00E+02	5.01E+02	0.136
4	SIEF_ELGA	M18	1	SIXY	-6.75E+06	-6.74E+06	-0.159
4	SIEF_ELGA	M18	693	SIXY	-8.42E+06	-8.42E+06	0.049
4	SIEF_ELNO_ELGA	M18	1	MT	5.00E+02	5.00E+02	0
5	SIEF_ELGA	M18	479	SIXX	1.35E+07	1.33E+07	-1.288
5	SIEF_ELNO_ELGA	M18	1	MFY	5.00E+02	5.01E+02	0.123
6	SIEF_ELGA	M18	471	SIXX	1.35E+07	1.33E+07	-1.288
6	SIEF_ELNO_ELGA	M18	1	MFZ	5.00E+02	5.01E+02	0.123
7	SIEF_ELGA	M18	1	SIYY	4.56E+07	4.53E+07	-0.641
7	SIEF_ELGA	M18	693	SIYY	3.56E+07	3.54E+07	-0.371

Déformations généralisées DEGE_ELNO_DEPL :

Cas de charge	Chargements	Grandeur	Référence	Aster	% différence
1	$F_x = 4.10^2$	EPXX	1.38155E-06	1.38155E-06	-0.04
	$F_y = 3.10^2$				
2	$F_x = -3.10^2$	GAXY	3.5920E-06	4.7415E-06	21
	$F_y = 4.10^2$	KZ	1.0530E-02	1.04E-02	-0.04
3	$F_z = 5.10^2$	GAXZ	3.5920E-06	4.7415E-06	21
		KY	-1.0530E-02	-1.04E-02	-0.04
4	$M_x = 4.10^2$	GAT	2.73783E-03	2.73783E-03	0
	$M_y = 3.10^2$				
5	$M_x = -3.10^2$	KY	2.1060E-03	2.1052E-03	-0.04
	$M_y = 4.10^2$				
6	$M_z = 5.10^2$	KZ	2.1060E-03	2.1052E-03	-0.04

14.2 Remarques

Les valeurs des cisaillements correspondant à l'effort tranchant ne sont pas précises pour cette modélisation. Ceci est dû à la faible discrétisation pour cette modélisation (un seul élément).

15 Synthèse des résultats

Ce test permet de vérifier le bon fonctionnement de l'élément TUYAU (3 modes et 6 modes de Fourier) en élasticité linéaire, avec les opérateurs MECA_STATIQUE et STAT_NON_LINE, pour l'ensemble des chargements applicables à cet élément.

Les écarts par rapport à la solution de référence analytique (solution en hypothèse de poutre) sont très faibles pour les déplacements (0,04% à 0,06%), sauf pour le chargement de pression où l'écart de 3% est dû au fait que W_0 représente un déplacement radial moyen. En réalité ce déplacement radial varie dans l'épaisseur. L'écart sur les déformations et les contraintes ($\approx 1\%$) est plus important que celui sur les déplacements mais reste acceptable compte tenu du fait que ces valeurs sont calculées en des points d'intégration situés dans l'épaisseur du tuyau.