

Manuel de Validation**Fascicule V4.22 : Thermique transitoire non-linéaire des structures linéiques****Document : V4.22.002**

TTNL02 - Transitoire thermique avec changement de phase

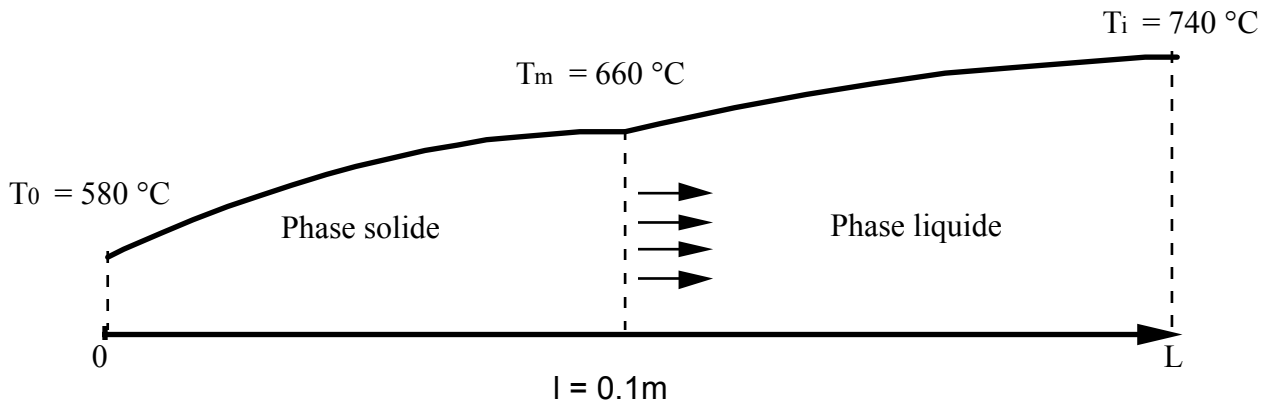
Résumé :

Ce test élémentaire permet de traiter un problème unidirectionnel en thermique transitoire non-linéaire et de vérifier la prise en compte d'un changement de phase liquide/solide par le *Code_Aster* en introduisant par l'intermédiaire de l'enthalpie volumique la chaleur latente de fusion. La solution est analytique et fait intervenir les fonctions d'erreur erf et erfc. Le problème est traité dans les cas plan et volumique.

Pour les modélisations présentées ici, les écarts des résultats obtenus par le *Code_Aster* se situent entre 1 et 4% de la référence calculée analytiquement.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés de matériaux

Ce sont les caractéristiques de l'aluminium indicées par s pour la phase solide et par l pour la phase liquide. Elles sont supposées constantes au sein de chaque phase.

masse volumique	$\rho_s = 2550 \text{ kg/m}^3$	$\rho_l = 2390 \text{ kg/m}^3$
chaleur volumique	$c_s = 3.0010^6 \text{ J/m}^3 \text{ } ^\circ\text{C}$	$c_l = 2.5810^6 \text{ J/m}^3 \text{ } ^\circ\text{C}$
conductivité thermique	$k_s = 210 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$	$k_l = 95 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$
chaleur latente de fusion	$L = 437.4410^3 \text{ J/kg}$	
température de fusion	$T_m = 660.0^\circ\text{C}$	
variation d'enthalpie volumique	$\Delta H = 1.0804810^9 \text{ J/m}^3$	

1.3 Conditions aux limites et chargements

Température imposée aux extrémités.

$$T_0 = 580.0^\circ\text{C} \quad \text{en } x = 0$$

$$T_i = 740.0^\circ\text{C} \quad \text{en } x = l$$

1.4 Conditions initiales

Température initiale uniforme

$$T_{\text{init}} = T_i = 740.0^\circ\text{C}$$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

On dispose d'une solution semi-analytique faisant intervenir les fonctions d'erreurs :

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad \text{et} \quad \operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-t^2} dt$$

Cette solution est valide pour un milieu semi-infini, elle ne pourra donc être utilisée que dans un domaine de variation limité de la variable de temps.

Soit x_t la position de l'interface solide/liquide. Soient $s_t = \frac{L}{\sqrt{t_{total}}}$ et $\lambda = \frac{s_t}{2\sqrt{d_s}}$ où d_s et d_l

désignent la diffusivité des milieux solide et liquide $\left(d_s = \frac{k_s}{c_s}, d_l = \frac{k_l}{c_l}\right)$. La solution de l'équation de

la chaleur est de la forme :

$$T_s(x, t) = T_0 + \frac{T_m - T_0}{\operatorname{erf}(\lambda)} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{d_s t}}\right) \quad \text{si } x \leq x_t$$

$$T_l(x, t) = T_i + \frac{T_m - T_i}{\operatorname{erfc}\left(\lambda \sqrt{\frac{d_s}{d_l}}\right)} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{d_l t}}\right) \quad \text{si } x \geq x_t$$

La donnée de t_{total} suffit à définir la solution, on fixe donc $t_{total} = 420.0$

2.2 Résultats de référence

TEMPS : Abscisse	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
.000	580.	580.	580.	580.	580.	580.
.005	682.43	661.33	647.50	638.74	632.69	628.20
.010	726.05	705.75	692.06	682.43	675.24	669.63
.015	738.11	728.70	718.44	709.60	702.23	696.06
.020	739.86	737.22	731.99	726.05	720.27	714.94
.025	740.	739.50	737.56	734.47	730.81	727.00
.030	740.	739.93	739.39	738.11	736.20	733.88
.035	740.	739.99	739.88	739.45	738.61	737.40
.040	740.	740.	739.98	739.86	739.55	739.00
.045	740.	740.	740.	739.97	739.87	739.65
.050	740.	740.	740.	740.	739.97	739.89
.055	740.	740.	740.	740.	740.	739.97
.060	740.	740.	740.	740.	740.	740.
.065	740.	740.	740.	740.	740.	740.
.070	740.	740.	740.	740.	740.	740.
.075	740.	740.	740.	740.	740.	740.
.080	740.	740.	740.	740.	740.	740.
.085	740.	740.	740.	740.	740.	740.
.090	740.	740.	740.	740.	740.	740.
.095	740.	740.	740.	740.	740.	740.
.100	740.	740.	740.	740.	740.	740.

Titre : TTNL02 - Transitoire thermique avec changement de phase

Date : 11/06/03

Auteur(s) : J.P. LEFEBVRE

Clé : V4.22.002-B Page : 4/8

TEMPS : Abscisse	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0
.000	580.	580.	580.	580.	580.	580.
.005	624.68	621.84	619.48	617.48	615.25	614.25
.010	665.09	661.33	657.43	653.65	650.37	647.49
.015	690.83	686.33	682.43	678.99	675.95	673.22
.020	710.11	705.75	701.81	698.25	709.92	692.06
.025	723.23	719.60	716.17	712.95	720.89	707.09
.030	731.34	728.70	726.05	723.43	728.48	718.44
.035	735.89	734.18	732.34	730.43	733.42	726.53
.040	738.21	737.22	736.07	734.79	736.44	731.99
.045	739.29	738.77	738.11	737.33	738.18	735.47
.050	739.74	739.50	739.15	738.71	739.12	737.56
.055	739.91	739.81	739.65	739.42	739.60	738.75
.060	739.97	739.93	739.86	739.75	739.83	739.39
.065	739.99	739.98	739.95	739.90	739.93	739.72
.070	740.	739.99	739.98	739.96	739.97	739.88
.075	740.	740.	740.	739.99	739.99	739.95
.080	740.	740.	740.	740.	740.	739.98
.085	740.	740.	740.	740.	740.	739.99
.090	740.	740.	740.	740.	740.	740.
.095	740.	740.	740.	740.	740.	740.
.100	740.	740.	740.	740.	740.	740.

(En °C, en fonction de l'abscisse en mètre et du temps en secondes).

Remarque :

On se limite aux variations pendant les 6 premières secondes, au-delà de 10 secondes la condition au limite à l'extrémité $x = l$ n'est plus assurée.

2.3 Incertitude sur la solution

Inconnue, due à l'évaluation des fonctions d'erreur.

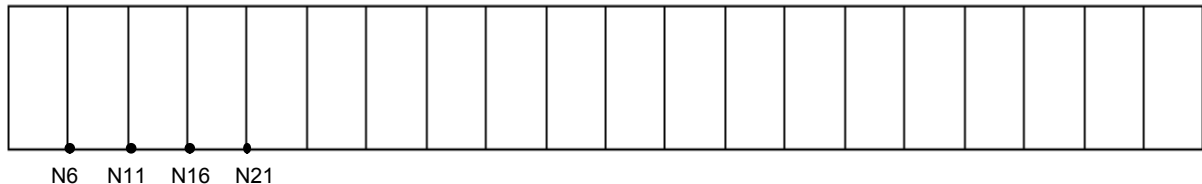
2.4 Références bibliographiques

- [1] M. Necati Özisik - Heat Conduction - Chapter 10 : Phase-change problems example 10-3 - John Wiley & Sons.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 2D :



3.2 Caractéristiques du maillage

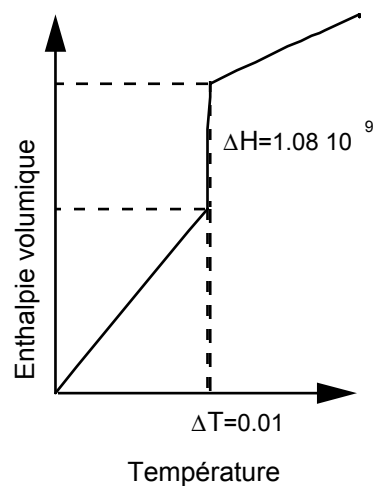
20 QUAD8

3.3 Fonctionnalités testées

Commande	Mot-clé facteur	Mot-clé simple	Argument
DEFI_MATERIAU	THER_NL	LAMBDA BETA	
THER_NON_LINE	TEMP_INIT INCREMENT CONVERGENCE	CHAM_NO RESI_GLOB_RELA ITER_GLOB_MAXI CRIT_LAGR_RELA	1.E-2 25 1.E-3
	ARCHIVAGE	PARM_THETA	0.8
	LAGRANGIEN	RHO R	4 4
	ARCHIVAGE		

3.4 Remarque

La chaleur latente de fusion est fournie par l'intermédiaire de l'enthalpie sur un intervalle de 0.01 °C.



4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Les nœuds observés ont pour coordonnée $y = 0.0$

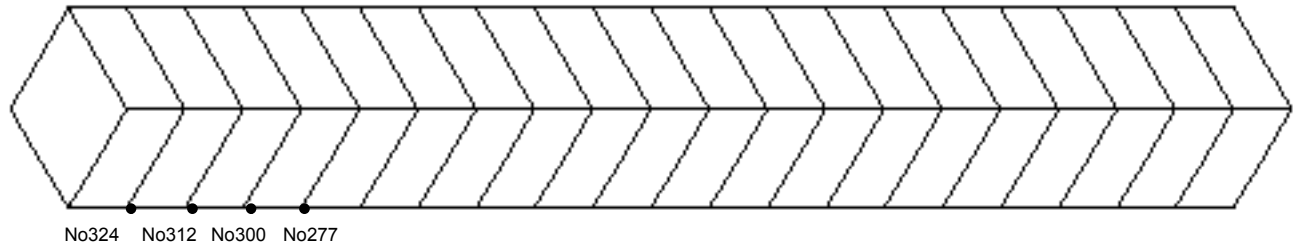
	Identification température	Référence	Aster	% différence
t = 0.5 s	N6 (x = 0.005)	682.43	676.24	-0.908
t = 1.0 s	N6 (x = 0.005)	661.33	640.58	-3.137
t = 3.0 s	N6 (x = 0.005)	628.20	615.72	-1.987
t = 6.0 s	N6 (x = 0.005)	614.25	605.37	-1.446
t = 0.5 s	N11 (x = 0.010)	726.05	736.92	+1.497
t = 1.0 s	N11 (x = 0.010)	705.75	710.18	+0.628
t = 3.0 s	N11 (x = 0.010)	669.63	648.30	-3.185
t = 6.0 s	N11 (x = 0.010)	647.49	629.97	-2.707
t = 0.5 s	N16 (x = 0.015)	738.11	741.19	+0.418
t = 1.0 s	N16 (x = 0.015)	728.70	737.23	+1.170
t = 3.0 s	N16 (x = 0.015)	696.06	692.52	-0.508
t = 6.0 s	N16 (x = 0.015)	673.22	652.62	-3.059
t = 0.5 s	N21 (x = 0.020)	739.86	741.60	+0.235
t = 1.0 s	N21 (x = 0.020)	737.22	741.16	+0.534
t = 3.0 s	N21 (x = 0.020)	714.94	723.46	+1.192
t = 6.0 s	N21 (x = 0.020)	692.06	685.31	-0.976

Le calcul par éléments finis nécessite une discrétisation en temps de $\Delta t = 510^{-4}$ s au moins pour les premiers pas. La condition au limite imposée à l'origine faisant passer brusquement la température de 740.°C à 580.°C. On observe au niveau des premiers pas de temps quelques oscillations qui se stabilisent ensuite assez rapidement, malgré tout la température maximum est dépassée, il n'y a pas respect du maximum discret. Ce phénomène est observé lors des chocs thermiques, seul un traitement numérique particulier au niveau de la matrice de masse peut remédier à ce dernier.

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D :



5.2 Caractéristiques du maillage

20 HEXA20

5.3 Fonctionnalités testées

Commande	Mot-clé facteur	Mot-clé simple	Argument
DEFI_MATERIAU	THER_NL	LAMBDA BETA	
THER_NON_LINE	TEMP_INIT INCREMENT CONVERGENCE	VALE RESI_GLOB_RELA ITER_GLOB_MAXI CRIT_LAGR_RELA PARM_THETA	740.0 1.E-2 25 1.E-3 0.8
	LAGRANGIEN	RHO R	4 4

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Les nœuds observés ont pour coordonnées : $x = y = 0.005$

Identification Température			Référence	Aster	% différence
t = 0.5 s	No324	(z = 0.005)	682.43	671.47	-1.59
t = 1.0 s	No324	(z = 0.005)	661.33	698.97	-3.38
t = 3.0 s	No324	(z = 0.005)	628.20	615.54	-2.02
t = 6.0 s	No324	(z = 0.005)	614.25	612.41	-0.30
t = 0.5 s	No312	(z = 0.010)	726.05	733.77	+1.06
t = 1.0 s	No312	(z = 0.010)	705.75	707.08	+0.19
t = 3.0 s	No312	(z = 0.010)	669.63	647.77	-3.26
t = 6.0 s	No312	(z = 0.010)	647.49	645.01	-0.38
t = 0.5 s	No300	(z = 0.015)	738.11	740.86	+0.373
t = 1.0 s	No300	(z = 0.015)	728.70	736.05	+1.01
t = 3.0 s	No300	(z = 0.015)	696.06	691.42	-0.67
t = 6.0 s	No300	(z = 0.015)	673.22	670.77	-0.36
t = 0.5 s	No277	(z = 0.020)	739.86	741.34	+0.20
t = 1.0 s	No277	(z = 0.020)	737.22	740.36	+0.48
t = 3.0 s	No277	(z = 0.020)	714.94	722.46	+1.05
t = 6.0 s	No277	(z = 0.020)	692.06	696.09	-0.58

7 Synthèses des résultats

L'erreur obtenue par rapport à la solution analytique reste raisonnable pour les points d'observation listés dans les tableaux. Signalons toutefois que le choc thermique imposé au début du transitoire provoque des oscillations (lorsqu'on observe la variation de la température en un point au cours du temps) qui s'amortissent rapidement et qui ont disparues au temps $t = 0.5$ s.