

Titre : SSNV129 - Contact de 2 plaques en appui simple  
Auteur(s) : P. MASSIN, R. FERNANDES

Date : 19/08/02  
Clé : V6.04.129-A Page : 1/10

Organisme(s) : EDF/AMA, CS SI

## Manuel de Validation

### Fascicule V6.04 : Statique non linéaire des structures volumiques

#### Document V6.04.129

# SSNV129 - Contact de 2 plaques en appui simple dont une est soumise à pression

---

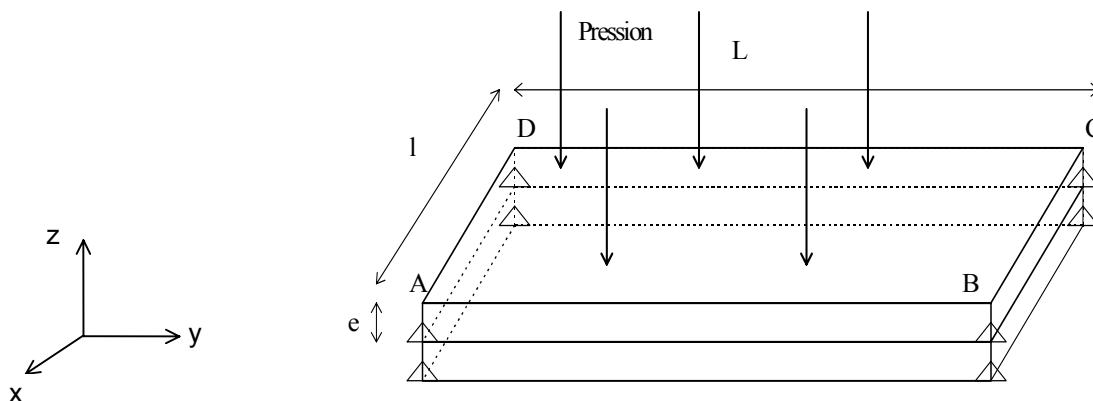
## Résumé :

Une plaque rectangulaire est soumise à une force de pression uniforme et est comprimée sur une plaque identique où elle subit des forces de contact.

Ce test comporte deux modélisations (éléments linéaires QUAD4 avec modélisation DKT - éléments quadratiques QUAD9 avec modélisation COQUE\_3D). Les calculs de référence ont été effectués sans contact. Les résultats du *Code\_Aster* avec contact sont obtenus en non régression et analysés par rapport aux résultats obtenus sans contact.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Epaisseur de la plaque :  $e = 0,5$  cm.  
Largeur de la plaque :  $l = 5$  cm.  
Longueur de la plaque :  $L = 10$  cm.

Coordonnées des points de référence (cm)

	$x$	$y$	$z$
A	0	-2.5	0
B	10	-2.5	0
C	10	2.5	0
D	0	2.5	0

### 1.2 Propriétés de matériaux

Plaques :

Coefficient de Poisson : 0.3  
Module d'Young :  $2 \cdot 10^{15}$  N/m<sup>2</sup>

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

La plaque est bloquée :

- sur AB et CD pour les déplacements selon  $x$  et  $z$ ,
- sur BC et DA pour les déplacements selon  $y$  et  $z$ ,
- sur AB et CD pour les rotations selon  $y$ ,
- sur AB et CD pour les rotations selon  $x$ .

On bloque également le noeud central de chaque plaque pour lui laisser la seule possibilité de se déplacer suivant l'axe  $z$ .

La plaque est soumise à une pression verticale répartie sur la plaque supérieure :

- Pression :  $p = 2.5 \cdot 10^{12}$  N/m<sup>2</sup>,

## 2 Solution de référence

### 2.1 Référence Bibliographique

La solution de référence provient des résultats obtenus dans "Formulas for Stress and Strain" de ROARK'S (6<sup>ème</sup> édition - McGraw-Hill International Editions)

### 2.2 Résultats analytiques de référence sans contact

Les résultats obtenus ont été calculés sur une plaque en appui simple soumise à une pression verticale (pas de contact).

- Calcul de la flèche au centre de la plaque :

$$\max y = \frac{-\alpha pb^4}{Et^3}$$

- Calcul de la contrainte au centre de la plaque suivant la largeur de la plaque :

$$\sigma_b = \frac{-\beta pb^2}{t^2}$$

- p désigne la pression appliquée sur la plaque,
- E le module d'Young,
- a la longueur,
- b la largeur,
- t l'épaisseur,
- $\alpha$ ,  $\beta$  étant deux coefficients obtenus à partir du rapport a/b.

$$\begin{cases} \alpha = 0.1110 \\ \beta = 0.6102 \end{cases}$$

Soit :

$$\begin{cases} y = 0.69375 \text{ cm} \\ \sigma = 1.5255 \cdot 10^{10} \text{ N/cm}^2 \end{cases}$$

## 2.3 Résultats obtenus sans contact avec le Code\_Aster

### 2.3.1 Modélisation DKT

**Modélisation** : DKT pour tester le contact entre deux plaques.

256 éléments finis QUAD4 sont disposés sur la surface de contact initiale. Le maillage n'a qu'une couche d'éléments dans l'épaisseur de la plaque.

### 2.3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 289 noeuds  
Nombre de mailles et type : 256 QUAD4

### 2.3.3 Valeurs de référence Aster

Identification	Référence	Aster (DKT)	Erreur
DZ au centre de la plaque	0.69375	0.69138	0.35 %
$\sigma$ au centre de la plaque	1.5255 E+10	1.5298 E+10	0.28 %

### 2.3.4 Modélisation COQUE\_3D

**Modélisation** : COQUE\_3D pour tester le contact entre deux plaques.

256 éléments finis QUAD9 sont disposés sur la surface de contact initiale. Le maillage n'a qu'une couche d'éléments dans l'épaisseur de la plaque.

### 2.3.5 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 578 noeuds  
Nombre de mailles et type : 256 QUAD9

### 2.3.6 Valeurs de référence Aster

Identification	Référence	Aster (COQUE_3D)	Erreur
DZ au centre de la plaque	0.69375	0.65927	4.97 %
$\sigma$ au centre de la plaque	1.5255 E+10	1.41316 E+10	7.36 %

## 2.4 Commentaires

On constate que les résultats obtenus sans contact sont très satisfaisants pour une modélisation de type DKT. L'erreur obtenue pour une modélisation de type COQUE\_3D peut s'expliquer par la prise en compte des effets de cisaillement transverse qui ne doit pas être négligeable pour cette plaque relativement épaisse puisque le rapport l/e vaut 1/10.

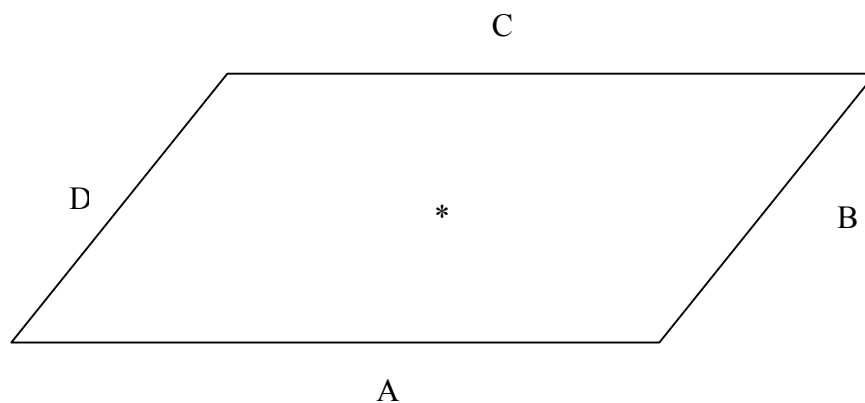
En outre, l'effet de la taille du maillage serait aussi à analyser en prenant des maillages 100x100 au lieu de maillage 16x16.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

**Modélisation : DKT pour tester le contact entre deux plaques.**

256 éléments finis QUA4 sont disposés sur la surface de contact initiale. Le maillage n'a qu'une couche d'éléments dans l'épaisseur de la plaque.



où \* désigne le noeud milieu de la plaque.

A = DR1 ou DR21,

B = DR2 ou DR22,

C = DR3 ou DR23,

D = DR4 ou DR24.

Les noeuds sur lesquels on applique les conditions aux limites sont les noeuds N177 et N466 situés au centre de chaque plaque.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 289 noeuds

Nombre de mailles et type : 256 QUA4

## 3.3 Fonctionnalités testées

### 3.3.1 Calcul 1

#### Commandes

AFFE_MODELE	MODELISATION	'DKT'
CONTACT	METHODE	'CONTRAINTE'
CONTACT	REAC_GEOM_INTE	
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION 'ELAS'

Le calcul par la méthode des contraintes actives est effectué sans réactualisation géométrique et sur un seul pas de temps.

### 3.3.2 Calcul 2

#### Commandes

AFFE_MODELE	MODELISATION	'DKT'
CONTACT	METHODE	'LAGRANGIEN'
CONTACT	REAC_GEOM_INTE	
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION 'ELAS'

Le calcul par la méthode du lagrangien est effectué avec deux réactualisations géométriques pour chacun des 5 pas de temps.

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs de référence Aster

#### 4.1.1 Calcul 1

Identification du noeud central	Aster sans contact (/2)	Aster	Erreur
DZ	3.4569 E-01	3.42675 E-01	0.87%
$\sigma$	7.6491 E+09	7.67191 E+09	0.30%

On teste également les valeurs suivantes en non régression :

Identification	Aster
DZ au noeud N132	-2.86558 E-01
DZ au noeud N204	-2.74507 E-01
DZ au noeud N211	-2.45747 E-01
$\sigma$ au noeud N132	6.57215 E+09
$\sigma$ au noeud N204	6.28349 E+09
$\sigma$ au noeud N211	5.71108 E+09

#### 4.1.2 Calcul 2

Identification du noeud central	Aster sans contact (/2)	Aster	Erreur
DZ	3.4569 E-01	3.47470 E-01	0.51%
$\sigma$	7.6491 E+09	7.5768 E+09	0.94%

On teste également les valeurs suivantes en non régression :

Identification	Aster	Erreur Calcul2 / Calcul1
DZ au noeud N132	-2.90536 E-01	1.4%
DZ au noeud N204	-2.81684 E-01	2.6%
DZ au noeud N211	-2.48085 E-01	1.0%
$\sigma$ au noeud N132	6.67510 E+09	1.6%
$\sigma$ au noeud N204	6.50562 E+09	3.5%
$\sigma$ au noeud N211	5.76723 E+09	1.0%

### 4.2 Paramètres d'exécution

Version : 6.1.10  
Machine : SGI - Origin 2000  
Temps CPU User : 214 secondes

### 4.3 Commentaires

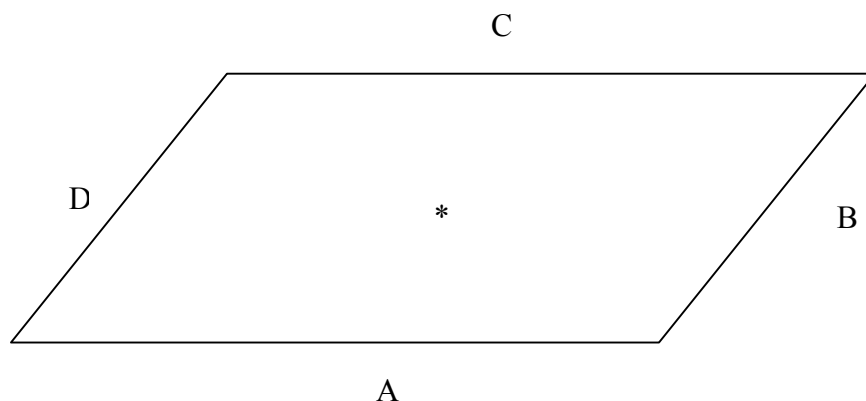
Les résultats obtenus avec contact sont très satisfaisants puisqu'on obtient, avec moins de 1% d'erreur, les résultats obtenus sans contact à un facteur de 2 près. C'est effectivement le résultat attendu puisqu'ajouter le contact entre deux plaques identiques à celle du paragraphe 2 revient à supposer une plaque soumise à pression avec une rigidité deux fois plus élevée.

## 5 Modélisation B

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

**Modélisation : COQUE\_3D pour tester le contact entre deux plaques.**

256 éléments finis QUA9 sont disposés sur la surface de contact initiale. Le maillage n'a qu'une couche d'éléments dans l'épaisseur de la plaque.



où \* désigne le noeud milieu de la plaque.

A = DR1 ou DR21,

B = DR2 ou DR22,

C = DR3 ou DR23,

D = DR4 ou DR24.

Les noeuds sur lesquels on applique les conditions aux limites sont les noeuds N241 et N1074 situés au centre de chaque plaque.

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 578 noeuds

Nombre de mailles et type : 256 QUA9

### 5.3 Fonctionnalités testées

#### Commandes

AFFE_MODELE	MODELISATION	'COQUE_3D'
CONTACT	METHODE	'CONTRAINTES'
CONTACT	REAC_GEOM_INTE	
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION 'ELAS'

#### Commandes

AFFE_MODELE	MODELISATION	'COQUE_3D'
CONTACT	METHODE	'LAGRANGIEN'
CONTACT	REAC_GEOM_INTE	
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION 'ELAS'



## 6 Résultats de la modélisation B

### 6.1 Valeurs de référence Aster

Identification du noeud central	Aster sans contact (/2)	Aster	Erreur
DZ	3.29636 E-01	3.27176 E-01	0.75%
$\sigma$	7.06580 E+09	7.03945 E+09	0.37%

On teste également les valeurs suivantes en non régression :

Identification	Aster
DZ au noeud N192	-2.07642 E-01
DZ au noeud N246	-2.05704 E-01
DZ au noeud N314	-1.73742 E-01
$\sigma$ au noeud N192	4.71388 E+09
$\sigma$ au noeud N246	4.57802 E+09
$\sigma$ au noeud N314	4.07646 E+09

### 6.2 Paramètres d'exécution

Version : 6.1.10  
Machine : SGI Origin 2000  
Temps CPU User : 280 secondes

### 6.3 Commentaires

Les résultats obtenus avec contact sont très satisfaisants puisqu'on obtient, avec moins de 1% d'erreur, les résultats obtenus sans contact à un facteur de 2 près. C'est effectivement le résultat attendu puisqu'ajouter le contact entre deux plaques identiques à celle du paragraphe 2 revient à supposer une plaque soumise à pression avec une rigidité deux fois plus élevée.

## 7 Synthèse des résultats

---

On constate de très bons résultats en présence de contact pour les deux modélisations.

La modélisation A (DKT) présente des résultats très satisfaisants par rapport aux résultats analytiques (−1% d'erreur avec ou sans contact). Lorsque l'on remplace une plaque sous pression par deux plaques dont l'une vient se coller à l'autre, la multiplication de la rigidité par deux se traduit par une division par deux de la flèche maximale ainsi que de la contrainte au centre des plaques.

La modélisation B (COQUE\_3D) donne un comportement équivalent à celui rencontré pour la modélisation A en DKT lorsque l'on remplace une plaque sous pression par deux plaques en contact. On observe une division par deux de la flèche maximale ainsi que de la contrainte au centre des plaques. En outre, la valeur de la flèche obtenue est plutôt satisfaisante (~7% d'erreur) par rapport aux résultats analytiques. Cette différence peut s'expliquer par la prise en compte du cisaillement transverse pour les COQUE\_3D pour une plaque qui est somme toute relativement épaisse puisque  $l/e = 1/10$ .