

**Manuel de Validation**  
**Fascicule V3.01 : Statique linéaire des structures linéiques**  
**Document : V3.01.402**

## SSLL402 - Anneau dynamométrique

---

### Résumé :

Ce test permet de vérifier en élasticité linéaire le calcul des efforts intérieurs et des contraintes sur une poutre courbe.

Une modélisation permet de tester les éléments courbes de Timoshenko (POU\_C\_T).

La solution de référence est analytique et les résultats obtenus sont de très bonne qualité.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Anneau circulaire

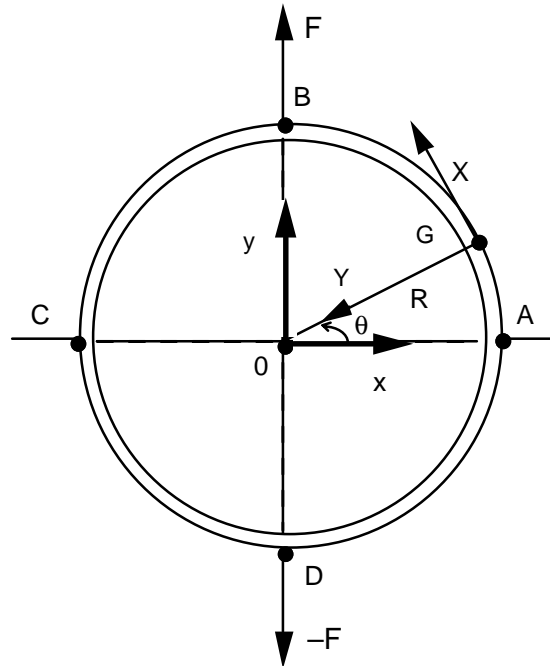


Figure 1.1-a

$R = 2 \text{ m}$

La section (pleine) est un cercle de rayon 0,01 m.

### 1.2 Propriétés des matériaux

Module d'Young :  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$

Coefficient de Poisson :  $\nu = 0.3$

### 1.3 Conditions aux limites et chargement

**Condition aux limites :**

$DX = DY = DZ = DRX = 0$  sur le point A

$DY = DZ = 0$  sur le point C

**Chargement :**

sur B,  $F = 1 \text{ N}$ ,

sur D,  $F = -1 \text{ N}$ .

## 2 Solutions de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour les solutions de référence : analytique

Sur le tronçon  $(A, B)$   $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ , nous avons :

$$N = \frac{F}{2} \cos \theta, \quad V_y = -\frac{F}{2} \sin \theta, \quad M_z = -\frac{FR}{2}(1 - \cos \theta) + \Gamma.$$

Sur le tronçon  $(B, C)$   $\left(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi\right)$ , nous avons :

$$N = -\frac{F}{2} \cos \theta, \quad V_y = \frac{F}{2} \sin \theta, \quad M_z = -\frac{FR}{2}(1 + \cos \theta) + \Gamma.$$

Par utilisation de la loi de comportement reliant  $M$  à la rotation de la normale et compte tenu que cette dernière est nulle en A et en B, nous avons :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} M \, d\theta = 0,$$

$$\text{d'où : } \Gamma = M_A = M_C = \frac{\pi - 2}{2\pi} FR$$

### 2.2 Résultats de référence

Efforts intérieurs pour  $\theta = 0^\circ$  et  $90^\circ$ .

### 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

### 2.4 Références bibliographiques

- [1] Rapport n° 2314/A de l'Institut Aérotechnique « Proposition et réalisation de nouveaux cas tests manquant à la validation des poutres *Aster* »

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est composé de 4 éléments poutre courbe de Timoshenko.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Il est constitué de 4 éléments POU\_C\_T.

### 3.3 Fonctionnalités testées

| Commandes      |              |         |                                  | Clés       |
|----------------|--------------|---------|----------------------------------|------------|
| AFFE_CARA_ELEM | POUTRE       | SECTION | CERCLE                           | [U4.24.01] |
| CALC_ELEM      |              | OPTION  | EFGE_ELNO_DEPL<br>SIGM_ELNO_DEPL | [U4.31.01] |
| AFFE_CHAR_MECA | FORCE_NODALE | FY      |                                  | [U4.25.01] |

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

#### 4.1.1 Effort interieur à $\theta = 0^\circ$

|     | Référence  | Aster      | Ecart %  |
|-----|------------|------------|----------|
| N   | 5.000E-01  | 5.000E-01  | 0.0000   |
| Vy  | 0.0000     | 0.0000     | 0.0000 * |
| MFz | 3.6338E-01 | 3.6338E-01 | 0.0000   |

\* Ecart absolu

#### 4.1.2 Effort interieur à $\theta = 90^\circ$

|     | Référence   | Aster       | Ecart %  |
|-----|-------------|-------------|----------|
| N   | 0.0000      | 0.0000      | 0.0000 * |
| Vy  | -5.0000E-01 | -5.000E-01  | 0.0000   |
| MFz | -6.3662E-01 | -6.3662E-01 | 0.0000   |

\*Ecart absolu

#### 4.1.3 Contrainte à $\theta = 0^\circ$

|      | Référence  | Aster      | Ecart % |
|------|------------|------------|---------|
| SIXX | 4.6426E+05 | 4.6426E+05 | 0.0000  |
| SIXY | 0.0000     | 0.0000 *   | 0.0000  |

\* Ecart absolu

#### 4.1.4 Contrainte à $\theta = 90^\circ$

|      | Référence   | Aster       | Ecart % |
|------|-------------|-------------|---------|
| SIXX | -8.1056E+05 | -8.1056E+05 | 0.0000  |
| SIXY | -1.7683E+03 | -1.7683E+03 | 0.0000  |

### 4.2 Remarques

La symétrie par rapport à l'axe (A, C) implique la nullité de l'effort tranchant T en A et en C. L'équilibre suivant Oy du demi-anneau (A, B, C) impose en A et en C un effort normal égal à  $\frac{F}{2}$ . La symétrie par rapport à l'axe (B, D) implique que les moments en A et en C sont égaux en valeur absolue et de sens contraires.

### 4.3 Paramètres d'exécution

Version : 4.02.13

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 8 MW

Temps CPU user : 4 secondes

---

## 5 Synthèse des résultats

---

Les résultats concordent avec la solution analytique et permettent de valider le calcul des efforts internes (EFGE\_ELNO\_DEPL) et des contraintes (SIGM\_ELNO\_DEPL) par les éléments de poutres courbes (POU\_C\_T).