

**Manuel de Validation**  
**Fascicule V3.04 : Statique linéaire des structures volumiques**  
**Document : V3.04.130**

## SSLV130 - Cylindre creux en incompressible

---

### Résumé :

Ce test permet de valider les éléments quasi-incompressibles en statique pour un problème tridimensionnel, axisymétrique ou bidimensionnel (déformations planes). On considère un cylindre creux soumis à une pression interne. Le matériau a un coefficient de POISSON égal à 0.4999 et on utilise les éléments quasi-incompressibles (modélisation INCO). Dans tous les cas de modélisation, on réalise le test en imposant ou non la condition d'incompressibilité parfaite (DDL\_IMPO et GONF=0)

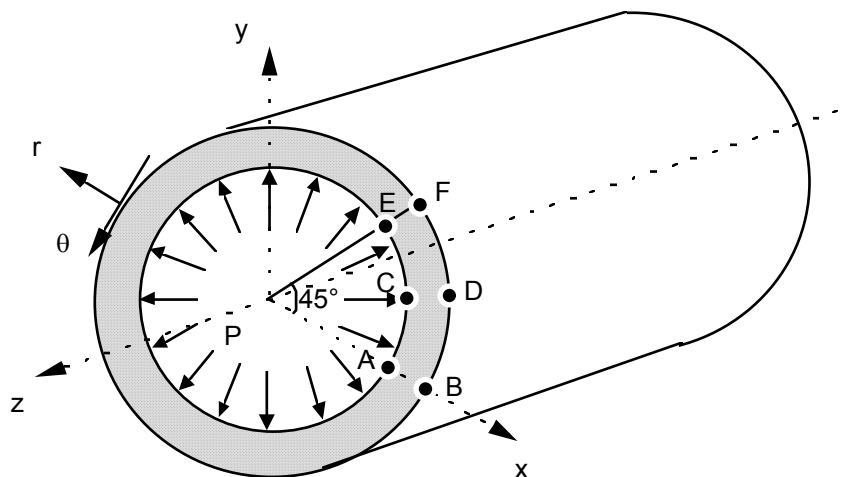
Quatre modélisations sont effectuées pour ce problème. Les modélisations A et B permettent de tester la modélisation quasi-incompressible 3D (3D\_INCO), d'une part avec des HEXA20 (A) et d'autre part avec des TETRA10 (B). Les modélisations C et D sont des études 2D s'appuyant sur des maillages mixtes QUAD8 et TRIA6. La modélisation C est l'étude en déformations planes (D\_PLAN\_INCO), la modélisation D est une étude axisymétrique (AXIS\_INCO).

Ce test est similaire au test SSLV100.

Les résultats numériques sont satisfaisants pour toutes les modélisations. Le fait d'imposer explicitement la condition d'incompressibilité n'influence que très peu les résultats.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Rayon interne  $a = 0.1 \text{ m}$   
Rayon externe  $b = 0.2 \text{ m}$

#### Coordonnées des points

	A	B	E	F	C	D
x	0.1	0.2	$0.1 \cdot \cos(45)$	$0.2 \cdot \cos(45)$	$0.1 \cdot \cos(22.5)$	$0.2 \cdot \cos(22.5)$
y	0	0	$0.1 \cdot \sin(45)$	$0.1 \cdot \sin(45)$	$0.1 \cdot \sin(22.5)$	$0.1 \cdot \sin(22.5)$
z	0	0	0	0	0	0

### 1.2 Propriétés du matériau

$E = 2.10^5 \text{ MPa}$   
 $\nu = 0.4999$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Pression interne  $P = 60 \text{ MPa}$ .

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul

La solution générale en déplacement est la suivante :

$$\begin{cases} u_r = \frac{Pa^2}{E(b^2 - a^2)}(1 + \nu) \left[ (1 - 2\nu)r + \frac{b^2}{r} \right] \\ u_\theta = u_z = 0 \end{cases}$$

En déformations :

$$\begin{cases} \varepsilon_{rr} = \frac{Pa^2}{E(b^2 - a^2)}(1 + \nu) \left[ (1 - 2\nu) - \frac{b^2}{r^2} \right] \\ \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{Pa^2}{E(b^2 - a^2)}(1 + \nu) \left[ (1 - 2\nu) + \frac{b^2}{r^2} \right] \\ \varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_{zz} = 0 \end{cases}$$

En contraintes :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = P \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left( 1 - \frac{b^2}{r^2} \right) \\ \sigma_{\theta\theta} = P \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left( 1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \\ \sigma_{zz} = 2\nu P \frac{a^2}{b^2 - a^2} \\ \sigma_{r\theta} = 0 \end{cases}$$

On obtient pour un cylindre parfaitement incompressible ( $\nu = 0.5$ ) :

en $r = 0.1$ :	$u_r = 6.10^5$	en $r = 0.2$ :	$u_r = 3.10^5$
	$\varepsilon_{rr} = -6.10^{-4}$		$\varepsilon_{rr} = -1.5.10^{-4}$
	$\varepsilon_{\theta\theta} = 6.10^{-4}$		$\varepsilon_{\theta\theta} = 1.5.10^{-4}$
	$\sigma_{rr} = -60.$		$\sigma_{rr} = 0.$
	$\sigma_{\theta\theta} = 100.$		$\sigma_{\theta\theta} = 40.$
	$\sigma_{zz} = 20.$		$\sigma_{zz} = 20.$

Le passage dans le système cartésien se fait à l'aide des relations suivantes :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma_{rr} \cos^2 \theta + \sigma_{\theta\theta} \sin^2 \theta - 2 \sigma_{r\theta} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_{yy} &= \sigma_{rr} \sin^2 \theta + \sigma_{\theta\theta} \cos^2 \theta + 2 \sigma_{r\theta} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_{xy} &= \sigma_{rr} \sin \theta \cos \theta - \sigma_{\theta\theta} \sin \theta \cos \theta - 2 \sigma_{r\theta} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{aligned}$$

## 2.2 Grandeurs et résultats de référence

On compare aux valeurs de référence :

- les déplacements  $(u,v)$  aux points A et F,
- les déformations  $(\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy})$  et les contraintes  $(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy})$  aux points A et F,
- les déformations équivalentes et les contraintes équivalentes au point A.

Enfin, pour tester le passage des grandeurs des points de Gauss aux nœuds pour les nœuds milieux, on teste également les déformations et les contraintes non nulles en un nœud milieu de la structure.

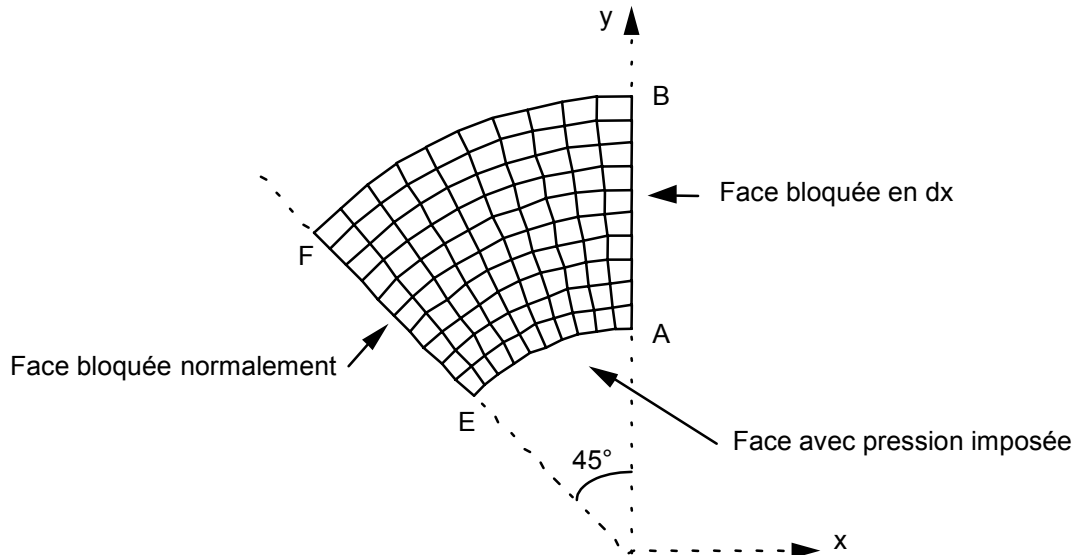
## 2.3 Références bibliographiques

- [1] Y.C. FUNG : Foundations of solid mechanics. Prentice-hall, inc. Englewood Cliffs. NJ. 1965, p. 243-245
- [2] [V3.04.100] Cylindre creux en déformations planes

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D incompressibles de type HEXA20 uniquement



Suivant l'axe z :

- épaisseur totale  $e = 0.01$
- 2 couches d'éléments

Pour les besoins de dépouillement en un nœud milieu, on définit le nœud NOEUMI = A + (0. 0.  $e/4$ ) où les déformations et les contraintes sont les mêmes qu'en A.

## Conditions limites :

DDL\_IMPO = GROUP\_NO = 'FAC SUP' DZ = 0.  
GROUP\_NO = 'FAC INF' DZ = 0. faces AEFD (z=0 et z = 0.01)  
GROUP\_NO = 'FACE AB' DX = 0. face AB  
FACE\_IMPO = GROUP\_MA = 'FACE EF' DNOR = 0. face EF  
PRES\_REP = GROUP\_MA = 'FACE AE' PRES = 60. face AE

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1501 nœuds  
Nombre de mailles : 240 HEXA20

## 3.3 Fonctionnalités testées

### Commandes

DEFI GROUP	CREA GROUP NO	CRIT NOEUD	'SOMMET'
AFFE MODELE	MODELISATION	'3D INCO'	GROUP_MA
DEFI MATERIAU	ELAS		
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	GROUP_NO	
	FACE_IMPO	GROUP_MA	
	PRES_REP	GROUP_MA	
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	ELAS
	NEWTON	REAC_ITER	1

## 3.4 Grandeurs testées et résultats

Pour A et F, on note le résultat obtenu

- première colonne sans imposer GONF = 0
- deuxième colonne en imposant GONF = 0

Identification	Référence	Aster		% différence	
A $u$	0.	$3.29 \cdot 10^{-22}$	$-1.39 \cdot 10^{-21}$	-	-
$v$	$6. \cdot 10^{-5}$	$5.9998 \cdot 10^{-5}$	$5.9995 \cdot 10^{-5}$	-0.003	-0.008
$\sigma_{xx}$	100.	99.92	99.92	-0.078	-0.078
$\sigma_{yy}$	-60.	-59.91	-59.91	-0.155	-0.155
$\sigma_{zz}$	20.	19.98	19.99	-0.076	-0.056
$\sigma_{xy}$	0.	$-8.48 \cdot 10^{-3}$	$-8.48 \cdot 10^{-3}$	-	-
$\varepsilon_{xx}$	$6. \cdot 10^{-4}$	$5.9948 \cdot 10^{-4}$	$5.9945 \cdot 10^{-4}$	-0.086	-0.091
$\varepsilon_{yy}$	$-6. \cdot 10^{-4}$	$-5.9915 \cdot 10^{-5}$	$-5.9918 \cdot 10^{-4}$	-0.141	-0.136
$\varepsilon_{xy}$	0.	$-6.36 \cdot 10^{-8}$	$-6.36 \cdot 10^{-8}$	-	-
INVA_2	$6.9282 \cdot 10^{-4}$	$6.9211 \cdot 10^{-4}$	$6.9211 \cdot 10^{-4}$	-0.102	-0.102
PRIN_1	$-6. \cdot 10^{-4}$	$-5.9936 \cdot 10^{-4}$	$-5.9939 \cdot 10^{-4}$	-0.107	-0.102
PRIN_2	0.	$9.38 \cdot 10^{-16}$	$-1.3394 \cdot 10^{-15}$	-	-
PRIN_3	$6. \cdot 10^{-4}$	$5.9942 \cdot 10^{-4}$	$5.9939 \cdot 10^{-4}$	-0.097	-0.102
VMIS	138.5641	138.1433	138.1433	-0.304	-0.304
TRESCA	160.	159.5142	159.5142	-0.304	-0.304
PRIN_1	-60.	-59.7571	-59.7571	-0.405	-0.405
PRIN_2	20.	19.9961	20.0001	-0.019	0.0007
PRIN_3	100.	99.7571	99.7571	-0.243	-0.243
VMIS_SG	138.5641	138.1433	138.1433	-0.304	-0.304

Identification	Référence	Aster	% différence
F $u$	$-2.1213 \cdot 10^{-5}$	$-2.1216 \cdot 10^{-5}$	$-2.1212 \cdot 10^{-5}$ 0.014 -0.006
$v$	$+2.1213 \cdot 10^{-5}$	$2.1216 \cdot 10^{-5}$	$2.1212 \cdot 10^{-5}$ 0.014 -0.006
$\sigma_{xx}$	20.	20.01	20.01 -0.104 0.04
$\sigma_{yy}$	20.	19.99	19.99 -0.035 -0.035
$\sigma_{zz}$	20.	19.999	19.999 -0.027 -0.007
$\sigma_{xy}$	20.	20.02	20.02 0.087 0.087
$\varepsilon_{xx}$	0.	$1.01 \cdot 10^{-7}$	$7.11 \cdot 10^{-8}$ - -
$\varepsilon_{yy}$	0.	$-1.08 \cdot 10^{-8}$	$-4.07 \cdot 10^{-8}$ - -
$\varepsilon_{xy}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$	$1.5012 \cdot 10^{-4}$	$1.5012 \cdot 10^{-4}$ 0.08 0.08

Vérification du passage aux nœud pour les nœuds milieux (uniquement pour le résultat obtenu sans imposer  $GONF = 0$ ) - valeur au nœud NOEUMI :

Identification	Référence	Aster	% différence
$\sigma_{xx}$	100.	99.92	-0.076
$\sigma_{yy}$	-60.	-59.92	-0.127
$\sigma_{zz}$	20.	19.996	-0.076
$\varepsilon_{xx}$	$6. \cdot 10^{-4}$	$5.9942 \cdot 10^{-4}$	-0.019
$\varepsilon_{yy}$	$-6. \cdot 10^{-4}$	$-5.9936 \cdot 10^{-4}$	-0.107

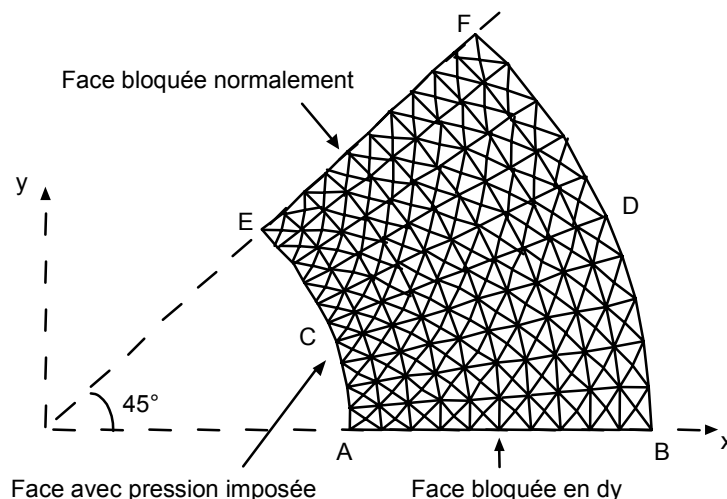
## 3.5 Remarques

On obtient de très bons résultats puisque pour toutes les grandeurs examinées, la différence entre la solution obtenue avec le code et la solution analytique est inférieure à 0.2 %. On voit que l'écart entre les solutions obtenues en imposant ou non la condition  $\text{tr } \varepsilon = 0$  est insignifiant.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D incompressibles de type TETRA10 uniquement



AB est sur l'axe OX (contrairement à la modélisation A).

Découpage :

- 6 nœuds équidistants sur les segments AB, CD et EF,
- 5 nœuds équidistants sur les arcs ACE et BDF.

Suivant l'axe z :

- épaisseur totale  $e = 0.01$
- 2 couches d'éléments

Pour les besoins de dépouillement, on définit le nœud  $NOEUMI = A + (0.0. e/4)$  où les déformations et les contraintes sont les mêmes qu'en A.

**Conditions limites :**

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ =	0.	
	GROUP_NO = 'FACINF'	DZ =	0.	faces AEFD ( $z=0$ et $z = 0.01$ )
	GROUP_NO = 'FACEAB'	DY =	0.	face AB
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR =	0.	face EF
PRES_REP =	GROUP_MA = 'FACEAE'	PRES =	60.	face AE

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 703

Nombre de mailles : 356 TETRA10

### 4.3 Fonctionnalités testées

#### Commandes

DEFI_GROUP	CREA_GROUP NO	CRIT_NOEUD	'SOMMET'
AFFE_MODELE	MODELISATION	'3D_INCO'	GROUP_MA
DEFI_MATERIAU	ELAS		
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO FACE_IMPO PRES_REP	GROUP_NO GROUP_MA GROUP_MA	
STAT_NON_LINE	COMP_INCR NEWTON	RELATION REAC_ITER	ELAS 1

### 4.4 Grandeurs testées et résultats

Pour les points A et F, on note le résultat obtenu sans imposer  $GONF = 0$  (colonne 1) et en imposant  $GONF = 0$  (colonne 2)

Identification	Référence	Aster		% différence	
A $u$	$6. \cdot 10^{-5}$	$6.011 \cdot 10^{-5}$	$6.011 \cdot 10^{-5}$	0.19	0.18
$v$	0.	$2.65 \cdot 10^{-23}$	$-3.06 \cdot 10^{-22}$	-	-
$\sigma_{xx}$	-60.	-59.51	-61.1452	-0.82	1.90
$\sigma_{yy}$	100.	100.95	101.345	0.95	1.34
$\sigma_{zz}$	20.	20.42	19.813	2.08	-0.93
$\sigma_{xy}$	0.	-2.104	-2.60	-	-
$\varepsilon_{xx}$	$-6. \cdot 10^{-4}$	$-6.02 \cdot 10^{-4}$	$-6.02 \cdot 10^{-4}$	0.36	0.36
$\varepsilon_{yy}$	$+6. \cdot 10^{-4}$	$6.01 \cdot 10^{-4}$	$6.01 \cdot 10^{-4}$	0.20	0.19
$\varepsilon_{xy}$	0.	$-1.58 \cdot 10^{-5}$	$-1.58 \cdot 10^{-5}$	-	-
INVA_2	$6.9282 \cdot 10^{-4}$	$6.9509 \cdot 10^{-4}$	$6.9509 \cdot 10^{-4}$	0.328	0.328
PRIN_1	$-6. \cdot 10^{-4}$	$-6.0241 \cdot 10^{-4}$	$-6.0244 \cdot 10^{-4}$	0.401	0.406
PRIN_2	0.	$-2.85 \cdot 10^{-6}$	$-2.86 \cdot 10^{-6}$	-	-
PRIN_3	$6. \cdot 10^{-4}$	$6.0153 \cdot 10^{-4}$	$6.0150 \cdot 10^{-4}$	0.255	0.250
VMIS	138.5641	137.4852	137.4852	-0.779	-0.779
TRESCA	160.	158.7541	158.7543	-0.779	-0.779
PRIN_1	-60.	-58.6561	-58.6560	-2.240	-2.240
PRIN_2	20.	20.4167	20.4209	2.083	2.104
PRIN_3	100.	100.0980	100.0980	0.098	0.098
VMIS_SG	138.5641	137.4852	137.4852	-0.779	-0.779

Identification	Référence	Aster		% différence	
F $u$	$2.1213 \cdot 10^{-5}$	$2.1210 \cdot 10^{-5}$	$2.1206 \cdot 10^{-5}$	-0.02	-0.04
$v$	$2.1213 \cdot 10^{-5}$	$2.1210 \cdot 10^{-5}$	$2.1206 \cdot 10^{-5}$	-0.02	-0.04
$\sigma_{xx}$	20.	20.13	20.12	0.627	0.60
$\sigma_{yy}$	20.	19.96	19.98	-0.209	-0.11
$\sigma_{zz}$	20.	20.025	20.035	0.127	0.17
$\sigma_{xy}$	-20.	-19.98	-19.97	0.105	-0.13
$\varepsilon_{xx}$	0.	$6.85 \cdot 10^{-7}$	$6.55 \cdot 10^{-7}$	-	-
$\varepsilon_{yy}$	0.	$-5.68 \cdot 10^{-5}$	$-5.98 \cdot 10^{-7}$	-	-
$\varepsilon_{xy}$	$2.1213 \cdot 10^{-5}$	$2.1210 \cdot 10^{-5}$	$2.1206 \cdot 10^{-5}$	-0.02	-0.04



Vérification du passage aux nœud pour les nœuds milieux (uniquement pour le résultat obtenu sans imposer  $GONF = 0$ ) - valeur au nœud NOEUMI :

Identification	Référence	Aster	% différence
$\sigma_{xx}$	-60.	58.988	-1.687
$\sigma_{yy}$	100.	100.501	0.501
$\sigma_{zz}$	20.	20.685	3.424
$\varepsilon_{xx}$	$-6. \cdot 10^{-4}$	$-5.97503 \cdot 10^{-4}$	-0.416
$\varepsilon_{yy}$	$6. \cdot 10^{-4}$	$5.98584 \cdot 10^{-4}$	-0.236

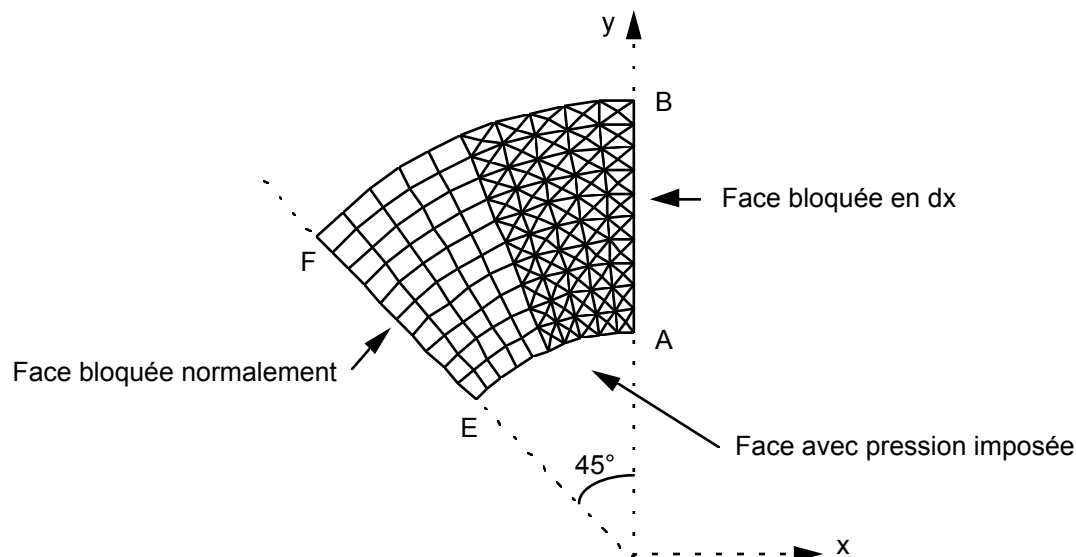
## 4.5 Remarques

Les résultats obtenus ici sont un peu moins bons que dans le cas de la modélisation A, mais la discrétisation est plus grossière puisqu'il y a environ 2 fois moins de nœuds dans ce cas-test. Les résultats sont tout de même satisfaisants puisque les écarts sont inférieurs à 0.2 % pour les déplacements, inférieurs à 0.5 % pour les déformations et inférieurs à 1 % pour les contraintes. On constate à nouveau qu'il n'y a pas d'amélioration significative du résultat lorsqu'on impose explicitement  $\text{tr } \varepsilon = 0$ .

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 2D incompressibles de type QUAD8 et TRIA6



#### Conditions limites :

```
DDL_IMPO =   GROUP_NO = 'GRNM11'   DX =   0.   côté AB
FACE_IMPO =   GROUP_MA = 'GRMA12'   DNOR =  0.   coté EF
PRES_REP =   GROUP_MA = 'GRMA13'   PRES = 60.   face AE
```

#### Nom des nœuds :

A = N2, B = N361, C = N121, D = N584, E = N155, F = N503

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 591

Nombre de mailles : 200 TRIA6, 50 QUAD8.

### 5.3 Fonctionnalités testées

#### Commandes

DEFI GROUP	CREA GROUP NO	CRIT NOEUD	'SOMMET'
AFFE MODELE	MODELISATION	'D PLAN INCO'	GROUP_MA
DEFI MATERIAU	ELAS		
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	GROUP_NO	
	FACE_IMPO	GROUP_MA	
	PRES_REP	GROUP_MA	
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	ELAS
	NEWTON	REAC_ITER	1

## 5.4 Grandeurs testées et résultats

Pour les points A et F, on note le résultat obtenu sans imposer  $GONF = 0$  (colonne 1) et en imposant  $GONF = 0$  (colonne 2).

Identification	Référence	Aster		% différence	
A $u$	0.	$1.59 \cdot 10^{-21}$	$9.53 \cdot 10^{-22}$	-	-
$v$	$6. \cdot 10^{-5}$	$5.9935 \cdot 10^{-5}$	$5.9932 \cdot 10^{-5}$	-0.108	-0.113
$\sigma_{xx}$	100.	99.93	99.93	-0.071	-0.071
$\sigma_{yy}$	-60.	-59.72	-59.72	-0.464	-0.464
$\sigma_{zz}$	20.	20.09	20.10	0.470	0.490
$\sigma_{xy}$	0.	0.224	0.224	-	-
$\varepsilon_{xx}$	$6. \cdot 10^{-4}$	$5.987 \cdot 10^{-4}$	$5.987 \cdot 10^{-4}$	-0.212	-0.217
$\varepsilon_{yy}$	$-6. \cdot 10^{-4}$	$-5.986 \cdot 10^{-4}$	$-5.986 \cdot 10^{-4}$	-0.237	-0.232
$\varepsilon_{xy}$	0.	$1.68 \cdot 10^{-6}$	$1.68 \cdot 10^{-6}$	-	-
INVA_2	$6.9282 \cdot 10^{-4}$	$6.9127 \cdot 10^{-4}$	$6.9127 \cdot 10^{-4}$	-0.224	-0.224
PRIN_1	$-6. \cdot 10^{-4}$	$-5.9858 \cdot 10^{-4}$	$-5.9861 \cdot 10^{-4}$	-0.237	-0.232
PRIN_2	0.	0.0	0.0	-	-
PRIN_3	$6. \cdot 10^{-4}$	$5.9873 \cdot 10^{-4}$	$5.9870 \cdot 10^{-4}$	-0.212	-0.217
VMIS	138.5641	138.1093	138.1093	-0.328	-0.328
TRESCA	160.	159.4749	159.4749	-0.328	-0.328
PRIN_1	-60.	-59.6335	-59.6335	-0.611	-0.611
PRIN_2	20.	20.0940	20.0980	0.470	0.490
PRIN_3	100.	99.8414	99.8414	-0.159	-0.159
VMIS_SG	138.5641	138.1093	138.1093	-0.328	-0.328

Identification	Référence	Aster		% différence	
F $u$	$-2.1213 \cdot 10^{-5}$	$-2.1195 \cdot 10^{-5}$	$-2.1191 \cdot 10^{-5}$	-0.086	-0.106
$v$	$+2.1213 \cdot 10^{-5}$	$2.1195 \cdot 10^{-5}$	$2.1191 \cdot 10^{-5}$	-0.086	-0.106
$\sigma_{xx}$	20.	20.03	20.03	0.153	0.153
$\sigma_{yy}$	20.	19.97	19.97	-0.134	-0.134
$\sigma_{zz}$	20.	19.99	19.997	-0.036	-0.016
$\sigma_{xy}$	20.	20.01	20.01	0.051	0.051
$\varepsilon_{xx}$	0.	$2.84 \cdot 10^{-7}$	$2.54 \cdot 10^{-7}$	-	-
$\varepsilon_{yy}$	0.	$-1.46 \cdot 10^{-7}$	$-1.76 \cdot 10^{-7}$	-	-
$\varepsilon_{xy}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$	1.5007	1.5007	0.044	0.044

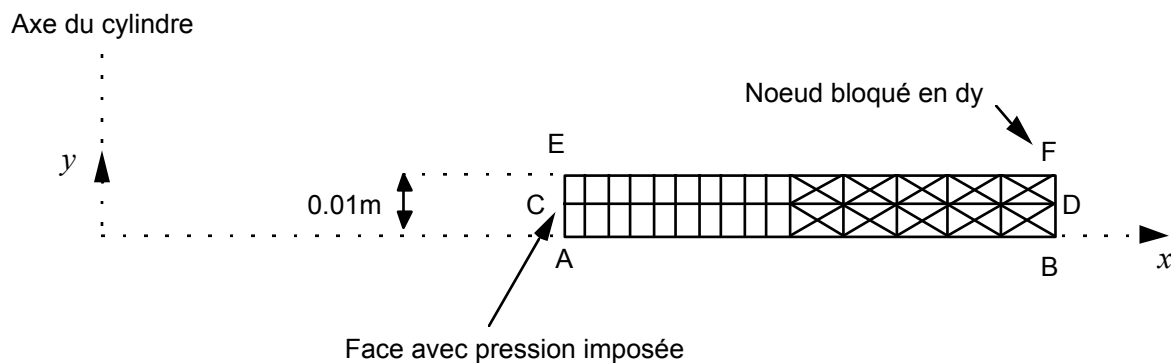
## 5.5 Remarques

Comme pour la modélisation 3D, les résultats obtenus sont tout à fait satisfaisants.

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments axi incompressibles (TRIA6 + QUAD8)



Pour les besoins de dépouillement, on définit les nœuds :

- NOEUMIA = A + (0. 0.01/4) où les déformations et contraintes sont les même qu'en A
- NOEUMIB = B + (0. 0.01/4) où les déformations et contraintes sont les même qu'en B

Conditions limites :

```
DDL_IMPO = GROUP_NO = 'FACSUP'    DY = 0.    y=0.1
           GROUP_NO = 'FACINF'    DY = 0.    y=0
PRES_REP = GROUP_MA = 'FACEAE'    PRES = 60.    face AE
```

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 175.

Nombre de mailles et types : 20 QUAD8, 40 TRIA6.

### 6.3 Fonctionnalités testées

#### Commandes

DEFI_GROUP	CREA_GROUP_NO	CRIT_NOEUD	'SOMMET'
AFFE_MODELE	MODELISATION	'AXIS_INCO'	GROUP_MA
DEFI_MATERIAU	ELAS		
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	GROUP_NO	
	FACE_IMPO	GROUP_MA	
	PRES_REP	GROUP_MA	
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	ELAS
	NEWTON	REAC_ITER	1

## 6.4 Grandeurs testées et résultats

Pour A et F, on note les résultats obtenus sans imposer  $GONF = 0$  (colonne 1) et en imposant  $GONF = 0$  (colonne 2).

Identification	Référence	Aster		% différence	
A $u$	$6. \cdot 10^{-5}$	$6.0000 \cdot 10^{-5}$	$5.9996 \cdot 10^{-5}$	-0.002	-0.007
$v$	0.	$9.93 \cdot 10^{-24}$	$-8.93 \cdot 10^{-23}$	-	-
$\sigma_{xx}$	-60.	-59.91	-59.91	-0.150	-0.150
$\sigma_{yy}$	20.	19.99	19.997	-0.036	-0.016
$\sigma_{zz}$	100.	99.91	99.91	-0.086	-0.086
$\sigma_{xy}$	0.	$3.73 \cdot 10^{-9}$	$3.73 \cdot 10^{-9}$	-	-
$\varepsilon_{xx}$	$-6. \cdot 10^{-4}$	$-5.99 \cdot 10^{-4}$	$-5.99 \cdot 10^{-4}$	-0.180	-0.123
$\varepsilon_{yy}$	0.	$-1.69 \cdot 10^{-15}$	$-1.69 \cdot 10^{-15}$	-	-
$\varepsilon_{xy}$	0.	$2.80 \cdot 10^{-14}$	$2.80 \cdot 10^{-14}$	-	-
INVA_2	$6.9282 \cdot 10^{-4}$	$6.9201 \cdot 10^{-4}$	$6.9201 \cdot 10^{-4}$	-0.117	-0.117
PRIN_1	$-6. \cdot 10^{-4}$	$-5.9923 \cdot 10^{-4}$	$-5.9926 \cdot 10^{-4}$	-0.128	-0.123
PRIN_2	0.	$6.45 \cdot 10^{-16}$	$6.40 \cdot 10^{-16}$	-	-
PRIN_3	$6. \cdot 10^{-4}$	$5.9937 \cdot 10^{-4}$	$5.9934 \cdot 10^{-4}$	-0.105	-0.110
VMIS	138.5641	138.4116	138.4116	-0.110	-0.110
TRESCA	160.	159.8239	159.8239	-0.110	-0.110
PRIN_1	-60.	-59.9101	-59.9101	-0.150	-0.150
PRIN_2	20.	19.9928	19.9968	-0.036	-0.016
PRIN_3	100.	99.9138	99.9138	-0.086	-0.086
VMIS_SG	138.5641	138.4116	138.4116	-0.110	-0.110

Identification	Référence	Aster		% différence	
F $u$	$3 \cdot 10^{-5}$	$3.0004 \cdot 10^{-5}$	$2.9998 \cdot 10^{-5}$	0.014	-0.006
$v$	0.	$-4.96 \cdot 10^{-22}$	$-5.69 \cdot 10^{-22}$	-	-
$\sigma_{xx}$	0.	$2.59 \cdot 10^{-2}$	$2.58 \cdot 10^{-2}$	-	-
$\sigma_{yy}$	20.	19.997	20.001	-0.014	0.006
$\sigma_{zz}$	40.	39.99	39.99	-0.025	-0.025
$\sigma_{xy}$	0.	$-4.87 \cdot 10^{-3}$	$-4.87 \cdot 10^{-3}$	-	-
$\varepsilon_{xx}$	$-1.5 \cdot 10^{-4}$	$-1.498 \cdot 10^{-4}$	$-1.498 \cdot 10^{-4}$	-0.129	-0.109
$\varepsilon_{yy}$	0.	$-3.20 \cdot 10^{-8}$	$-3.20 \cdot 10^{-8}$	-	-
$\varepsilon_{xy}$	0.	$-3.65 \cdot 10^{-8}$	$-3.66 \cdot 10^{-8}$	-	-

Vérification du passage aux nœud pour les nœuds milieux (uniquement pour le résultat obtenu sans imposer  $GONF = 0$ )

NOEUMIA

Identification	Référence	Aster	% différence
$\sigma_{xx}$	-60.	-59.91	-0.150
$\sigma_{yy}$	20.	19.99	-0.036
$\sigma_{zz}$	100.	99.91	-0.086
$\varepsilon_{xx}$	$-6. \cdot 10^{-4}$	$-5.9923 \cdot 10^{-4}$	-0.128
$\varepsilon_{zz}$	$6. \cdot 10^{-4}$	$5.9937 \cdot 10^{-4}$	-0.105

NOEUMIB

Identification	Référence	Aster	% différence
$\sigma_{xx}$	0.	$-1.39 \cdot 10^{-2}$	-
$\sigma_{yy}$	20.	19.9999	-0.002
$\sigma_{zz}$	40.	39.9993	-0.002
$\varepsilon_{xx}$	$-1.5 \cdot 10^{-4}$	$-1.4988 \cdot 10^{-4}$	-0.078
$\varepsilon_{zz}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$	$1.4999 \cdot 10^{-4}$	-0.008

## 6.5 Remarques

La précision obtenue est très bonne.

## 7 Synthèse des résultats

Avec un coefficient de Poisson  $\nu$  très proche de 0.5, on retrouve les résultats de la solution analytique incompressible avec une différence faible. On remarque qu'il n'est pas nécessaire d'imposer explicitement la condition d'incompressibilité  $\text{tr } \varepsilon = 0$  pour obtenir de bons résultats puisque les résultats sont quasi-identiques que l'on active ou non, la condition GONF=0 avec DDL\_IMPO.