

**Manuel de Validation****Fascicule V6.04 : Statique non linéaire des structures volumiques****Document : V6.04.102**

# **SSNV102 - Essai de traction cisaillement avec le modèle de S. TAHERI**

---

**Résumé :**

Le problème est quasi-statique non linéaire en mécanique des structures.

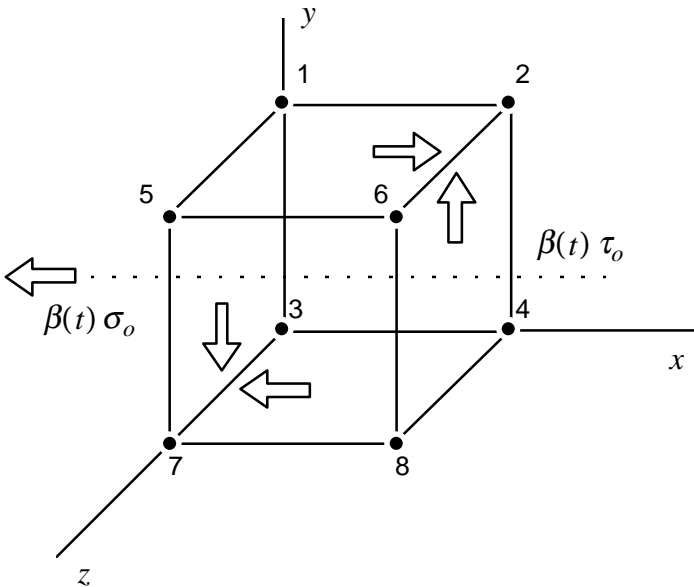
On analyse la réponse d'un élément de volume à un chargement en traction-cisaillement, effectué de telle façon que cela impose un état de contrainte-déformation uniforme dans l'élément.

Il y a 2 modélisations : une en 3D volumique et une autre en contraintes planes 2D.

On valide par ce test l'intégration numérique du modèle de comportement élasto-plastique de Saïd Taheri.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Face YZ : (1, 3, 5, 7)

Face XZ : (3, 4, 7, 8)

Face 1YZ : (2, 4, 6, 8)

Face 1XZ : (1, 2, 5, 6)

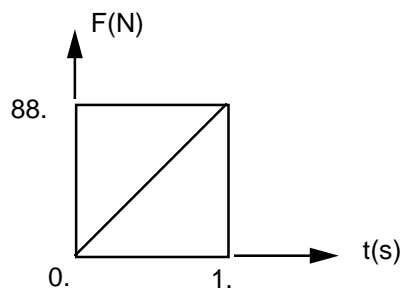
$\beta(t) \tau_o$  cisaillement imposé { Face 1 X Z  
Face 1 Y Z  
 $\beta(t) \sigma_o$  pression imposée Face YZ  
 $\beta(t)$  fonction d'effort

### 1.2 Propriétés de matériaux

élasticité isotrope	$E = 200\,000\text{ MPa}$	$\nu = 0,3$		
plasticité Saïd Taheri	$C_{inf} = 0.065\text{ MPa}$	$C_1 = -0.012\text{ Mpa}$	$s = 450$	$b = 30$
	$m = 0.1$	$a = 312$	$\alpha = 0.3$	$R_o = 72$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

N04	$dx = dy = 0$	Face YZ :	$F_X = F_Y = -F(t)$
N08	$dx = dy = dz = 0$	Face XZ :	$F_X = -F(t)$
N02, N06	$dx = 0$	Face 1YZ :	$F_Y = F(t)$
		Face 1XZ :	$F_X = F(t)$



### 1.4 Conditions initiales

Contraintes et déformations nulles à  $t = 0$ .

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

On intègre numériquement le système suivant entre  $t = 0$  et  $t = 1$ .

(Système différentiel ordinaire non linéaire de 6 équations à 6 inconnues résolu à l'aide de la bibliothèque NAG par une 'Backward difference method')

$$\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_p = \dot{\beta} \frac{\sigma_o}{E} \quad \text{éq 2.1-1}$$

$$\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_p = \dot{\beta} \frac{\tau_o}{2\mu} \quad \text{éq 2.1-2}$$

$$\dot{\varepsilon}_p - \dot{p} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = 0 \quad \text{éq 2.1-3}$$

$$\dot{\gamma}_p - \dot{p} \frac{\partial F}{\partial \tau} = 0 \quad \text{éq 2.1-4}$$

$$\left[ -\frac{3}{2} \frac{\partial F}{\partial \sigma} \left( Kx + Cs \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right) - 2 \frac{\partial F}{\partial \tau} \left( Ky + Cs \frac{\partial F}{\partial \tau} \right) - HR - a D \alpha Z^{(\alpha-2)} \right. \\ \left. \left( \left( \varepsilon_p - \varepsilon_p^n \right) \frac{\partial F}{\partial \sigma} + \frac{4}{3} \left( \gamma_p - \gamma_p^n \right) \frac{\partial F}{\partial \tau} \right) \right] \dot{p} + \left[ \frac{3}{2} \frac{\partial F}{\partial \sigma} \left( Qx + C \varepsilon_p^n \right) + 2 \frac{\partial F}{\partial \tau} \left( Qy + C \gamma_p^n \right) + JR \right] \dot{\sigma}_p \\ = -\frac{\partial F}{\partial \sigma} \dot{\beta} \sigma_o - 2 \frac{\partial F}{\partial \tau} \dot{\beta} \tau_o \quad \text{éq 2.1-5}$$

$$\left[ 1 + JR + \frac{3C}{2U} \left( \frac{3}{2} C \left( \varepsilon_p s - \sigma_p \varepsilon_p^n \right) \varepsilon_p^n + 2C \left( s \gamma_p - \sigma_p \gamma_p^n \right) \gamma_p^n \right) \right] \dot{\sigma}_p \\ - \left[ HR + a D \alpha Z^{(\alpha-2)} \left( \left( \varepsilon_p - \varepsilon_p^n \right) \frac{\partial F}{\partial \sigma} + \frac{4}{3} \left( \gamma_p - \gamma_p^n \right) \frac{\partial F}{\partial \tau} \right) + KX \right. \\ \left. + 3 \frac{CS}{2U} \left( \frac{3}{2} C \left( s \varepsilon_p - \sigma_p \varepsilon_p^n \right) \frac{\partial F}{\partial \sigma} + 2C \left( s \gamma_p - \sigma_p \gamma_p^n \right) \frac{\partial F}{\partial \tau} \right) \right] \dot{p} = 0 \quad \text{éq 2.1-6}$$

$$D = 1 - me^{-up} \begin{cases} \text{avec} \\ u = b \left( 1 - \frac{\sigma_p}{S} \right) \\ v = \frac{C_\infty - C}{C} \\ w = \frac{1 - D}{D} \\ C = C_\infty - C_1 e^{-up} \\ K = v u \quad Q = v \frac{bp}{s} \\ H = w u \quad J = w \frac{bp}{s} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} X = C \left( s \varepsilon_p - \sigma_p \varepsilon_p^n \right) \\ Y = C \left( s \gamma_p - \sigma_p \gamma_p^n \right) \\ U = \left[ \frac{9}{4} X^2 + 3 Y^2 \right]^{1/2} \\ R = D \left( a Z^\alpha + r_0 \right) \\ Z = \left[ \left( \varepsilon_p - \varepsilon_p^n \right)^2 + \frac{4}{3} \left( \gamma_p - \gamma_p^n \right)^2 \right]^{1/2} \end{cases}$$

avec les conditions initiales :

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta(0) = \frac{R(0)}{(\sigma_o^2 + 3\tau_o^2)^{1/2}} \\ \varepsilon(0) = \beta(0) \frac{\sigma_o}{E} \\ \gamma(0) = \beta(0) \frac{\tau_o}{2\mu} \\ p(0) = \varepsilon_p(0) = \varepsilon_p^n = 0 \\ R(0) = (1-m)r_o = \sigma_p(o) \end{array} \right. \quad \text{d'où } \sigma(t=1) = \begin{bmatrix} 88. & 88. & 0 \\ 88. & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

## 2.2 Résultats de référence

Valeurs de  $\varepsilon, \gamma, \varepsilon_p, \gamma_p, p$  et  $\sigma_p$  aux noeuds à  $t = 1$  s.

## 2.3 Incertitude sur la solution

Incertitude de la bibliothèque NAG.

## 2.4 Références bibliographiques

- [1] Manuel utilisateur bibliothèque NAG sur CRAY.
- [2] S. ANDRIEUX - P. SCHOENBERGER - S. TAHERI : A three dimensional cyclic constitutive law for metals with a semi-discret memory variable - HI-71/8147 (1992)
- [3] P. GEYER - J.M. PROIX - P. SCHOENBERGER - S. TAHERI : Modélisation des phénomènes de déformation progressive - Collection des notes internes de la DER 93NB00153

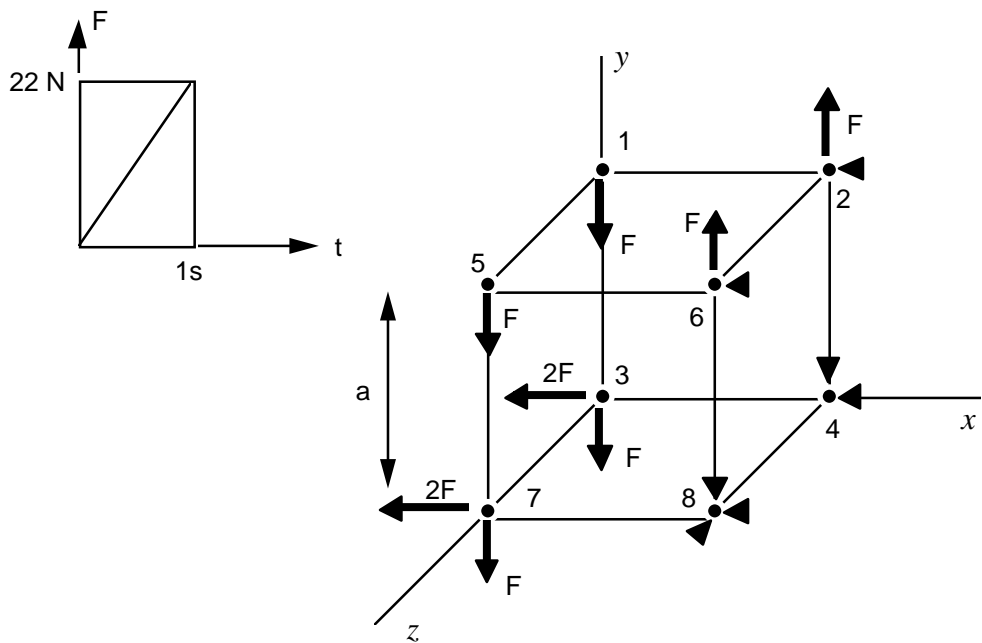
Page laissée intentionnellement blanche.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D :

Cube élémentaire maillé à l'aide d'un hexaèdre à 8 noeuds.



3.2 Caractéristiques du maillage

1 maille HEXA8, largeur côté a = 1.

3.3 Fonctionnalités testées

Commande	Mot-clé facteur	Mot-clé simple	Argument	Clés
DEFI_MATERIAU	TAHERI			[U4.23.01]
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	'TAHERI_FO'	[U4.32.01]
	NEWTON	MATRICE	'TANGENTE'	
	CONVERGENCE	TYPE_MATR_COMP	'TANG_VIT'	

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
en tous noeuds			
$\varepsilon$	0.01721	0.01722	0.02
$\gamma$	0.02573	0.02574	0.01
$\varepsilon_p$	0.01678	0.01677	-0.04
$\gamma_p$	0.02515	0.02516	0.04
$p$	0.03356	0.03354	-0.06
$\sigma_p$	176.00000	175.99999	-0.0001

### 4.2 Remarques

La limitation à 10 du nombre maxi d'itérations locales est très suffisante pour une méthode de NEWTON exacte dans ce cas.

La diminution de la tolérance sur la convergence globale en déplacement n'apporte pas de gain significatif en précision.

Le nombre d'incréments de charge (8) conduit à une précision satisfaisante du résultat.

### 4.3 Paramètres d'exécution

Version : 03.02.11

Machine : CRAY C90

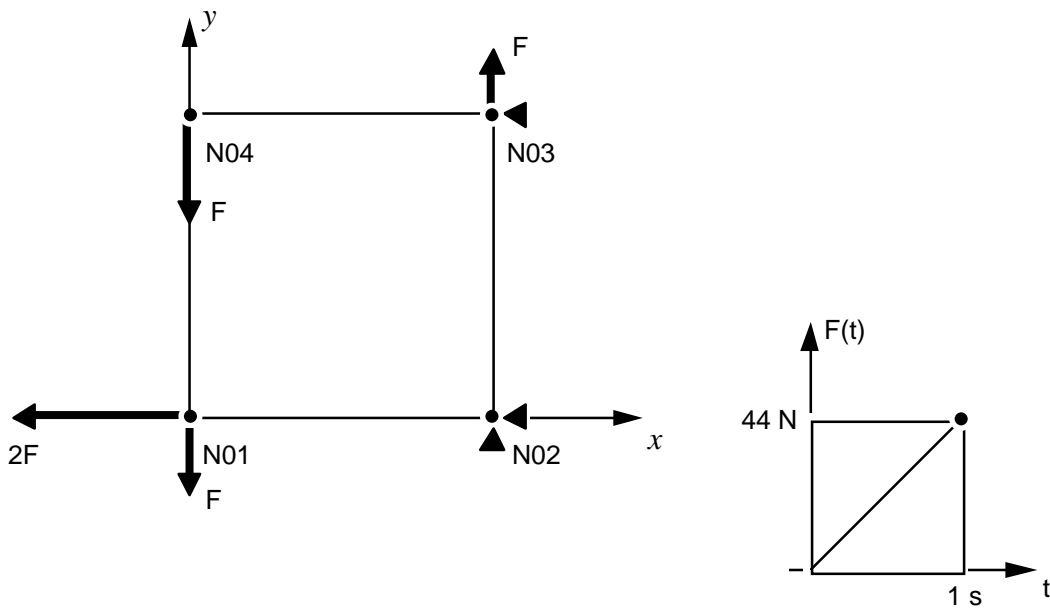
Encombrement mémoire : 8 MW

Temps CPU User : 18 secondes

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation en contraintes planes 2D



5.2 Caractéristiques du maillage

Quadrangle carré à 4 nœuds en contraintes planes avec :

- largeur = 1,
- épaisseur = 1.

5.3 Fonctionnalités testées

Commande	Mot-clé facteur	Mot-clé simple	Argument	Clés
DEFI_MATERIAU	TAHERI			[U4.23.01]
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	'TAHERI '	[U4.32.01]
	NEWTON	MATRICE	'TANGENTE '	
	CONVERGENCE	TYPE_MATR_COMP	'TANG_VIT '	



## 6 Résultats de la modélisation B

### 6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
en tous noeuds			
$\varepsilon$	0.01721	0.017224	0.08
$\gamma$	0.02573	0.025727	-0.008
$\varepsilon_p$	0.01678	0.016784	0.02
$\gamma_p$	0.02515	0.025156	0.02
$p$	0.03356	0.03354	-0.06
$\sigma_p$	176.	175.9998	-0.0001

### 6.2 Paramètres d'exécution

Version : 03.02.11

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 8 MW

Temps CPU User : 16 secondes

## 7 Synthèse des résultats

---

Bonne précision lors de la comparaison avec NAG malgré quelques difficultés de convergence avec cette bibliothèque mathématique.