

## Manuel de Validation

### Fascicule V3.04 : Statique linéaire des structures volumiques

#### Document : V3.04.104

## SSLV104 - Poutre en rotation

---

### Résumé :

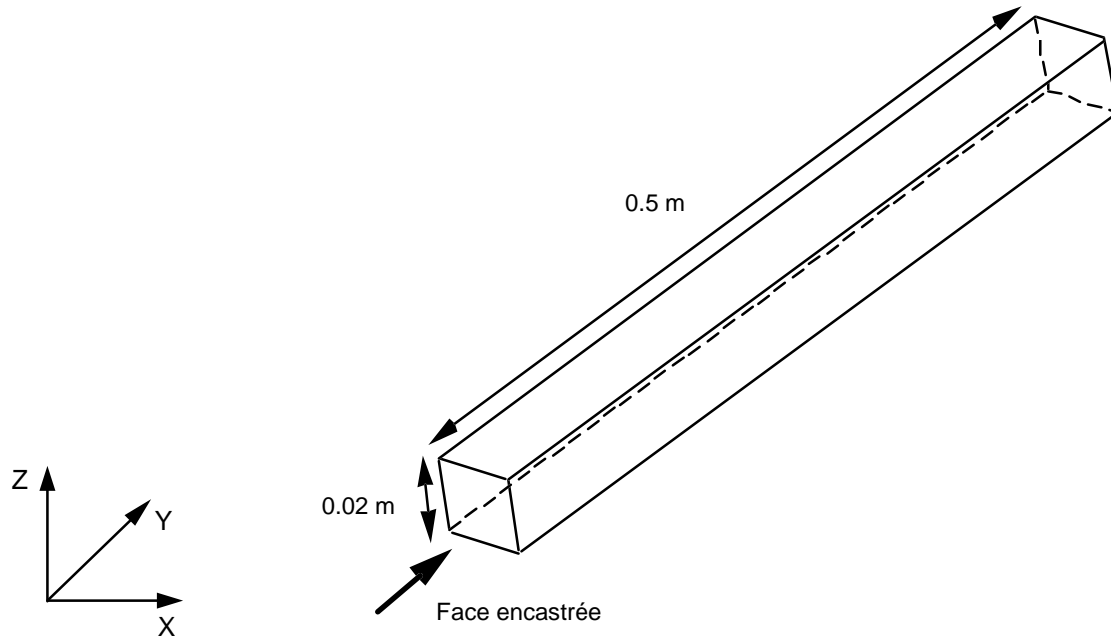
Ce test permet de valider le calcul élastique linéaire d'une poutre élancée soumise à une rotation d'une de ses extrémités. Trois modélisations sont testées : éléments 3D (HEXA20) et éléments de COQUE\_3D (QUAD9 et TRIA7). Cela teste les forces d'inertie de rotation, sans tenir compte des termes élémentaires de raidissement centrifuge (cf. [V3.04.105]).

La solution de référence est analytique (1D). Les résultats coïncident parfaitement avec la solution de référence.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Poutre élancée orientée portée dans l'espace par l'axe de vecteur directeur (1, 1, 1).



Section carrée d'aire :  $4.0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

Longueur de la poutre : 0.5 m

### 1.2 Propriétés de matériaux

$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$

$\nu = 0$

$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$

$A_{\text{CIS}} = 0.8333$  (facteur de correction de cisaillement transverse égal à 5/6 pour une théorie de type Reissner coque mince)

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Poutre encastree libre en rotation autour d'un axe perpendiculaire à sa plus grande dimension et passant par le centre de la face encastree.

Composante du vecteur rotation : (1, 0, -1).

Vitesse de rotation :  $\omega = 3000 \text{ rd/s}$ .

La valeur importante de la vitesse de rotation n'a rien de physique.

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Dans le repère local de la poutre :

$$\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{\rho}{E} \omega^2 x = 0 \quad \text{avec} \quad U_x(0) = 0$$

$$\frac{\partial U_x}{\partial x}(L) = \sigma_{xx}(L) = 0$$

En intégrant l'équation différentielle précédente on obtient, dans le repère de la poutre :

$$U_x(x) = \frac{\rho \omega^2}{2E} \left( x L^2 - \frac{x^3}{3} \right) \quad U_y = U_z = 0$$

Les déplacements de tous points de la poutre s'écrivent donc dans le repère global :

$$U_x(X, Y, Z) = \frac{\rho \omega^2}{2\sqrt{3}E} \left( r L^2 - \frac{r^3}{3} \right)$$

$$U_y(X, Y, Z) = \frac{\rho \omega^2}{2\sqrt{3}E} \left( r L^2 - \frac{r^3}{3} \right)$$

$$U_z(X, Y, Z) = \frac{\rho \omega^2}{2\sqrt{3}E} \left( r L^2 - \frac{r^3}{3} \right)$$

avec  $r = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$

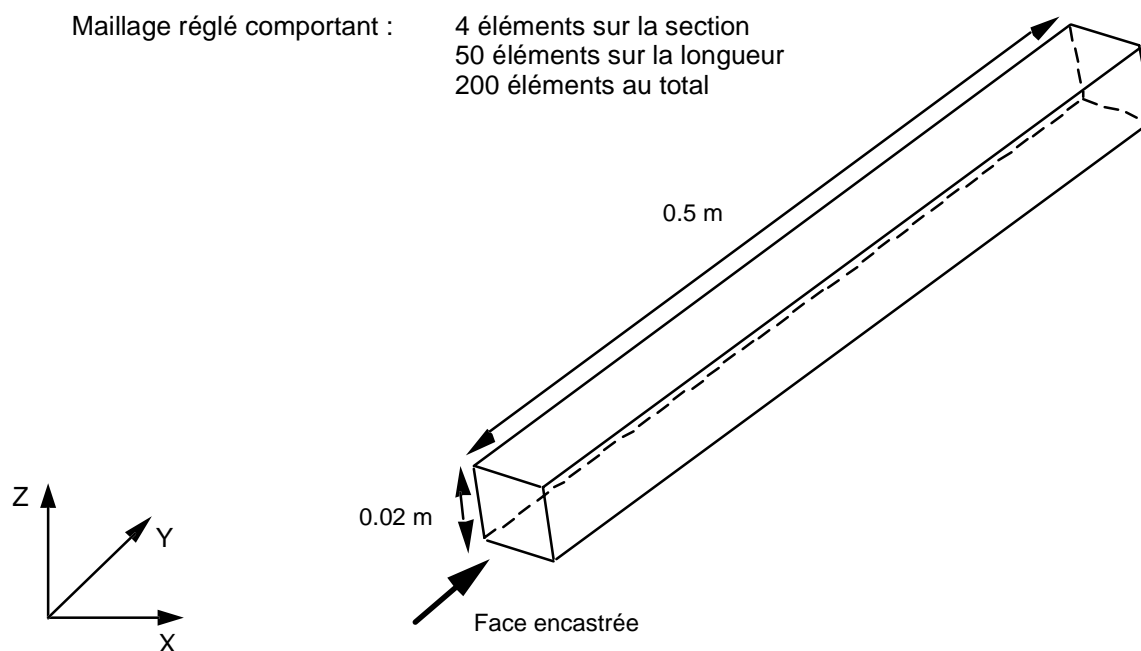
### 2.2 Résultats de référence

Valeurs des trois déplacements au centre de la section la plus éloignée de l'axe de rotation.

### 3 Modélisation A

#### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

##### Eléments 3D (HEXA20)



#### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1521

Nombre de mailles et types : 200 HEXA20

#### 3.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_MODELE	AFFE	PHENOMENE	'MECANIQUE'	[U4.22.01]
		MODELISATION	'3D'	
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	DX, DY, DZ	ROTATION	[U4.25.01]
CALC_MATR_ELEM		OPTION	'RIGI_MECA'	[U4.41.01]
CALC_VECT_ELEM		OPTION	'CHAR_MECA'	[U4.41.02]
RESO_LDLT		MATR_FACT		[U4.51.02]

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
DX en L	$8.44 \cdot 10^{-3}$	$8.44 \cdot 10^{-3}$	0.05
DY en L	$8.44 \cdot 10^{-3}$	$8.44 \cdot 10^{-3}$	0.04
DZ en L	$8.44 \cdot 10^{-3}$	$8.44 \cdot 10^{-3}$	0.04

### 4.2 Paramètres d'exécution

Version : 4.00.02

Machine : CRAY C90

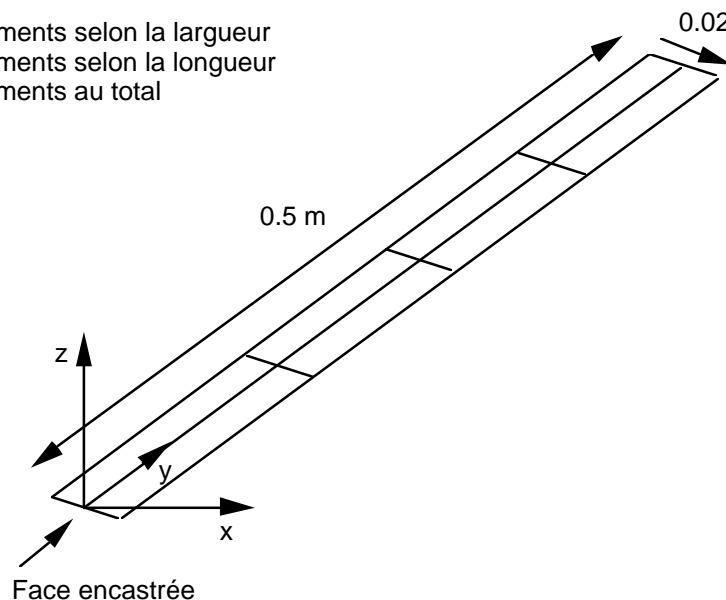
Encombrement mémoire : 8 MW      Temps CPU User : 6 secondes

## 5 Modélisation B

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

#### Eléments de coque MEC3QU9H

Maillage comportant : 2 éléments selon la largeur  
 4 éléments selon la longueur  
 8 éléments au total



### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 45

Nombre de mailles et types : 8 QUAD9

### 5.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_MODELE	AFFE	PHENOMENE	'MECANIQUE'	[U4.22.01]
		MODELISATION	'3D'	
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	DX, DY, DZ	ROTATION	[U4.25.01]
CALC_MATR_ELEM		OPTION	'RIGI_MECA'	[U4.41.01]
CALC_VECT_ELEM		OPTION	'CHAR_MECA'	[U4.41.02]
RESO_LDLT		MATR_FACT		[U4.51.02]

## 6 Résultats de la modélisation B

### 6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
DX en L	$8.44 \cdot 10^{-3}$	$8.44 \cdot 10^{-3}$	0.04
DY en L	$8.44 \cdot 10^{-3}$	$8.44 \cdot 10^{-3}$	0.04
DZ en L	$8.44 \cdot 10^{-3}$	$8.44 \cdot 10^{-3}$	0.04

### 6.2 Paramètres d'exécution

Version : 4.00.14

Machine : CRAY C90

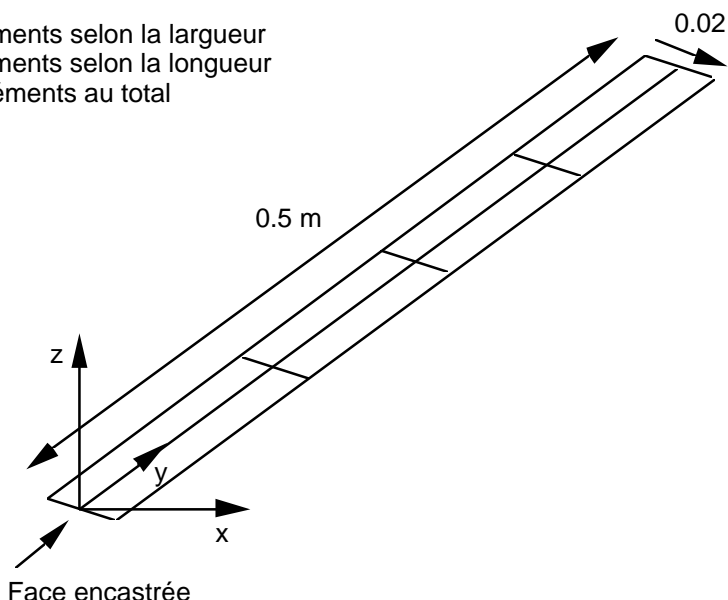
Encombrement mémoire : 16 MW Temps CPU User : 4.3 secondes

## 7 Modélisation C

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

#### Eléments de coque MEC3TR7H

Maillage comportant : 4 éléments selon la largeur  
8 éléments selon la longueur  
64 éléments au total



### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 217

Nombre de mailles et types : 64 TRIA7

### 7.3 Fonctionnalités testées

Commandes			Clés	
AFFE_MODELE	AFFE	PHENOMENE MODELISATION	'MECANIQUE' '3D'	[U4.22.01]
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	DX, DY, DZ ROTATION		[U4.25.01]
CALC_MATR_ELEM		OPTION	'RIGI_MECA'	[U4.41.01]
CALC_VECT_ELEM		OPTION	'CHAR_MECA'	[U4.41.02]
RESO_LDLT		MATR_FACT		[U4.51.02]

## 8 Résultats de la modélisation C

### 8.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
DX en L	8.44 10 <sup>-3</sup>	8.44 E-3	0.08
DY en L	8.44 10 <sup>-3</sup>	8.44 E-3	0.02
DZ en L	8.44 10 <sup>-3</sup>	8.44 E-3	0.03

### 8.2 Paramètres d'exécution

Version : 4.00.14

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 16 MW      Temps CPU User : 7.6 secondes

## 9 Synthèse des résultats

La coïncidence des résultats avec la solution analytique permet de valider le chargement dû aux forces d'inertie de rotation.

La modélisation COQUE\_3D avec MEC3QU9H donne la solution avec très peu d'éléments.

On se reportera au test SSLV105 [V3.04.105] pour évaluer l'effet du raidissement centrifuge pour l'élément 3D, HEXA20.