

Manuel de Validation**Fascicule V7.02 : Thermo-mécanique stationnaire linéaire des systèmes plans****Document : V7.02.101**

HPLP101 - Plaque fissurée en thermoélasticité (contraintes planes)

Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante du *Code_Aster* en mécanique de la rupture (référence issue du Murakami : Mura11-17). Il permet de valider les opérateurs de mécanique de la rupture pour un problème bidimensionnel (hypothèse des contraintes planes) en thermoélasticité linéaire isotrope.

Ce test comprend une première modélisation en contraintes planes dans laquelle sont calculés :

- le taux de restitution d'énergie G (calcul classique par la méthode théta),
- les coefficients d'intensité de contraintes K_I et K_{II} .

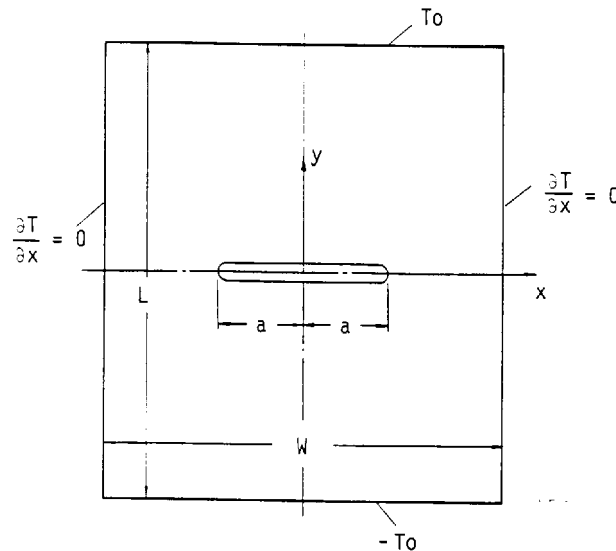
Ces deux calculs sont réalisés sur 6 couronnes d'intégration différentes.

L'intérêt du test est de comparer les valeurs de G et K_{II} par rapport à la solution de référence et de tester l'invariance des calculs par rapport aux différentes couronnes d'intégration.

Une deuxième modélisation permet de calculer les dérivées de G par rapport au module d'Young et à un chargement en forces volumiques et de les comparer à une solution analytique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Largeur de la plaque: $W = 0.6 \text{ m}$
 Longueur de la plaque: $L = 0.3 \text{ m}$
 Longueur de la fissure: $2a = 0.3 \text{ m}$

1.2 Propriétés du matériau

Notation pour propriétés thermoélastiques :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot (T - T_{ref})$$

$$S_{11} = 1/E_x$$

$$S_{22} = 1/E_y$$

$$S_{12} = -\nu_x/E_x = -\nu_y/E_y$$

$$S_{66} = 1/G_{xy}$$

$$\alpha_{11} = \alpha_x$$

$$\alpha_{22} = \alpha_y$$

On se limite au matériau isotrope, tant du point de vue thermique que mécanique :

$$E_x = E_y = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$$

$$\nu_x = \nu_y = 0.3$$

$$\alpha_x = \alpha_y = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\lambda_x = \lambda_y = 54 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$$

1.3 Conditions aux limites et chargement

On considère deux modèles:

- le demi-modèle $x = 0$
- le modèle complet

Conditions aux limites mécaniques :

- demi-modèle
 $UX = 0$ le long de l'axe de symétrie $X = 0$
 $UY = 0$ au point $(W/2.)$
- modèle complet
 $UX = 0$ au point $(0, L/2.)$
 $UY = 0$ aux points $(-L/2.)$ et $(L/2.)$

Conditions aux limites thermiques :

- demi-modèle
 $T = 100^\circ\text{C}$ sur le bord supérieur $Y = L/2.$
 $T = -100^\circ\text{C}$ sur le bord inférieur $Y = -L/2.$
flux nul sur l'axe de symétrie, sur le bord libre $X = W/2.$ et sur le bord de la fissure
- modèle complet
 $T = 100^\circ\text{C}$ sur le bord supérieur $Y = L/2.$
 $T = -100^\circ\text{C}$ sur le bord inférieur $Y = -L/2.$
flux nul sur les bords libres $X = \pm W/2.$ et sur le bord de la fissure

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Potentiel complexe [bib1].

2.2 Résultats de référence

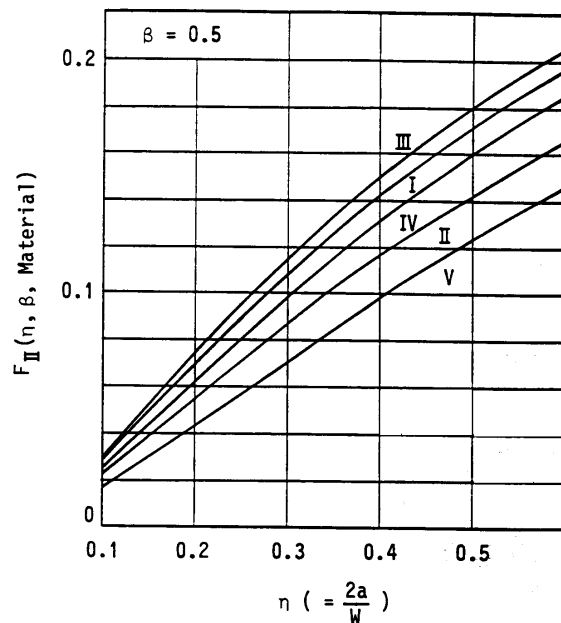
$$\eta = \frac{2a}{W}$$

$$\beta = \frac{L}{W}$$

$$K_{II} = \frac{\alpha_{11} T_0}{S_{11}} \cdot \sqrt{\frac{W}{2}} \cdot F_{II}$$

où le facteur de correction géométrique F_{II} est donné en fonction de η pour chaque matériau, dans le cas particulier $\beta = 0.5$ sur les courbes ci-dessous.

Le matériau isotrope étant représenté par la courbe I



2.3 Incertitude sur la solution

Précision non définie.

2.4 Références bibliographiques

- [1] Y. MURAKAMI : Stress Intensity Factors Handbook, case 11.17, pages 1045-1047. The Society of Materials Science, Japan, Pergamon Press, 1987.

2.5 Solution de référence pour les dérivées de G (modélisation B)

En faisant varier le module d'Young et le chargement F_y , on constate que :

$$G = \alpha F_y^2 \quad \text{avec} \quad \alpha = 5.310^{-3} \quad \text{soit} \quad \frac{\partial G}{\partial F_y} = 2\alpha F_y$$

$$G = \frac{\beta}{E} \quad \text{avec} \quad \beta = 5.310^{-3} \quad \text{soit} \quad \frac{\partial G}{\partial E} = -\frac{G}{E}$$

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Pour cette modélisation, les 3 paramètres topologiques du bloc fissure sont :

- NS : nombre de secteurs sur 90°
- NC : nombre de couronnes
- rt : le rayon de la plus grande couronne (avec a : demi longueur de la fissure)

NS = 8
NC = 4
rt = 0,001*a

Les valeurs des rayons supérieurs et inférieurs, à préciser dans la commande CALC_THETA sont :

	Couronne 1	Couronne 2	Couronne 3	Couronne 4	Couronne 5	Couronne 6
Rinf	3,75E-5	7,500E-5	1,125E-4	1,500E-4	1,875E-4	2,250E-4
Rsup	7,50E-5	1,125E-4	1,500E-4	1,875E-4	2,250E-4	3,000E-4

3.2 Caractéristiques du maillage

Demi-maillage ; maillage rayonnant à l'extrémité droite de la fissure.

3831 nœuds,
1516 éléments,
884 TRI6,
632 QUA8.

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFPE_MODELE	THERMIQUE	PLAN	TOUT
AFPE_MODELE	MECANIQUE	C_PLAN	TOUT
THER_LINEAIRE			
MECA_STATIQUE			
CALC_THETA	THETA_2D		
CALC_G_THETA_T	OPTION	CALC_G	
CALC_G_THETA_T	OPTION	CALC_K_G	

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
K_{II} , couronne n°1	2,2347E+7	2,2814E+7	2,09
K_{II} , couronne n°2	2,2347E+7	2,2813E+7	2,08
K_{II} , couronne n°3	2,2347E+7	2,2814E+7	2,09
K_{II} , couronne n°4	2,2347E+7	2,2814E+7	2,09
K_{II} , couronne n°5	2,2347E+7	2,2817E+7	2,10
K_{II} , couronne n°6	2,2347E+7	2,2818E+7	2,11
G , couronne n°1	2,4969E+3	2,5984E+3	4,07
G , couronne n°2	2,4969E+3	2,5990E+3	4,09
G , couronne n°3	2,4969E+3	2,5992E+3	4,10
G , couronne n°4	2,4969E+3	2,5993E+3	4,10
G , couronne n°5	2,4969E+3	2,6013E+3	4,18
G , couronne n°6	2,4969E+3	2,5985E+3	4,07

4.2 Remarques

Dans la référence, l'auteur suppose que $K_I = 0$, mais il ne le vérifie pas a posteriori. Aux vues des déformées issues d'ASTER, le coefficient K_I est différent de zéro, mais il reste très faible par rapport à K_{II} (la fissure glisse plus qu'elle ne s'ouvre).

En ce qui concerne le taux de restitution d'énergie G , si nous supposons que $K_I = 0$, nous tirons la valeur de référence à partir de la formule d'IRWIN en contraintes planes :

$$G_{ref} = (1/E) * K_{II}^2$$

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Mêmes caractéristiques que pour la modélisation A :

- NS : nombre de secteurs sur 90°
- NC : nombre de couronnes
- rt : le rayon de la plus grande couronne (avec a : demi longueur de la fissure)

NS = 8
 NC = 4
 rt = 0,001*a

Les valeurs des rayons supérieurs et inférieurs, à préciser dans la commande CALC_THETA sont :

	Couronne 1	Couronne 2	Couronne 3	Couronne 4	Couronne 5	Couronne 6
Rinf	3,75E-5	7,500E-5	1,125E-4	1,500E-4	1,875E-4	2,250E-4
Rsup	7,50E-5	1,125E-4	1,500E-4	1,875E-4	2,250E-4	3,000E-4

5.2 Caractéristiques du maillage

Même maillage que pour la modélisation A :

Demi-maillage ; maillage rayonnant à l'extrémité droite de la fissure.

3831 nœuds,
 1516 éléments,
 884 TRI6,
 632 QUA8.

5.3 Paramètres matériaux et chargement

Pour cette modélisation on a pris E=1Pa.

Le chargement est une force volumique Fy=1N sur toute la structure. Il n'y a pas de chargement thermique.

5.4 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_MODELE	MECANIQUE	C_PLAN	TOUT
MECA_STATIQUE			
CALC_THETA	THETA_2D		
CALC_G_THETA_T	SENSIBILITE		

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
dg/dE , couronne n°1	-5.3E-3	-5.299E-3	-7.6E-4
dg/dE , couronne n°2	-5.3E-3	-5.301E-3	0.02
dg/dFy , couronne n°1	1.06E-2	1.0599E-2	-7.6E-4
dg/dFy , couronne n°2	1.06E-2	1.0602E-2	0.02

7 Synthèse des résultats

Les écarts entre la solution de référence et les résultats du *Code_Aster* ne dépassent pas 2% sur les coefficients d'intensité de contraintes et 4 % pour le taux de restitution d'énergie. On vérifie l'invariance des résultats par rapport aux différentes couronnes d'intégration.

Les résultats sur les dérivées de G sont inférieurs à 1% (mais sans chargement thermique).