

**Manuel de Validation****Fascicule V3.06 : Statique linéaire des structures axisymétriques****Document : V3.06.103**

## **SSLA103 - Calcul du retrait de dessiccation et du retrait endogène sur un cylindre**

---

**Résumé :**

Ce cas-test a pour but de valider le calcul du retrait de dessiccation et du retrait endogène. Il teste également la possibilité de faire dépendre les caractéristiques matériaux de l'hydratation et du séchage (dans le cas du modèle de Mazars). Il s'agit d'un cylindre qui subit un séchage et une hydratation uniforme. La température varie également.

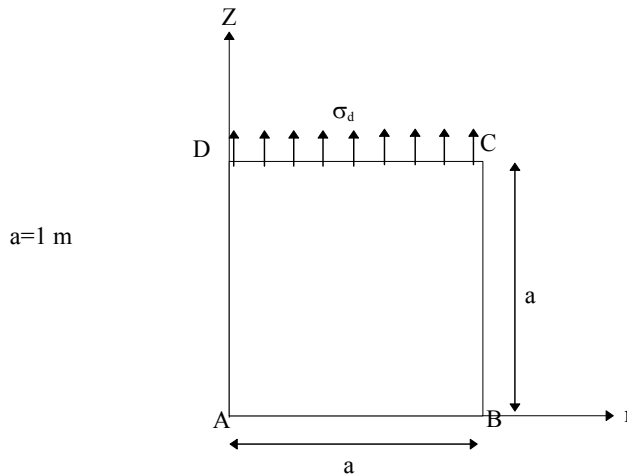
Le cylindre est modélisé par quatre éléments quadrangles à 8 nœuds pour les modélisations A ,C, E et F et par un élément HEXA20 pour les modélisations B et D. Pour les modélisations A et B, le comportement est supposé élastique, ce qui permet de valider le calcul de retrait à la fois avec `STAT_NON_LINE` et avec `MECA_STATIQUE`. Les modélisations C et D permettent de valider le calcul de retrait avec la loi de MAZARS locale et non-locale (sans activation de l'endommagement). La modélisation E valide le calcul de retrait avec la loi `ENDO_ISOT_BETON` et la modélisation F le couplage `ENDO_ISOT_BETON / BETON_UMLV_FP`

Les résultats obtenus par le *Code\_Aster* sont identiques à la solution analytique de référence.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Eprouvette cylindrique



### 1.2 Propriétés de matériaux

Pour les modélisations A et B, le matériau est supposé élastique et les caractéristiques matériaux sont constantes pour pouvoir valider le calcul avec `MECA_STATIQUE`,  
Pour les modélisations C et D, on utilise la loi de `MAZARS` et certains paramètres dépendent de l'hydratation et du séchage.

La modélisation E permet de tester la loi `ENDO_ISOT_BETON`, et la modélisation F le couplage `ENDO_ISOT_BETON / BETON_UMLV_FP`, sachant que les paramètres matériaux de la loi `BETON_UMLV_FP` sont choisis de telle sorte qu'on n'ait pas de fluage et donc qu'on retrouve le comportement de la loi `ENDO_ISOT_BETON`. Dans les deux cas, les caractéristiques matériaux sont constantes.

Signalons qu'étant donné le chargement (dilatation, hydratation et séchage libre), aucun endommagement ne se développe : on retrouve donc dans tous les cas, la solution élastique.

**Modélisation A et B : Elasticité isotrope**

$E = 30000 \text{ MPa}$   
 $\nu = 0.2$   
 $\kappa = 1.66 \cdot 10^{-5} (\text{l/m}^3)^{-1}$   
 $\beta_{\text{endo}} = 1.5 \cdot 10^{-5}$   
 $\alpha = 1.0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

**Modélisation C et D : MAZARS**

$E = 10000 \text{ MPa}$  pour  $C=100 \text{ l/m}^3$   
 $30000 \text{ MPa}$  pour  $C= 80 \text{ l/m}^3$   
 $\nu = 0.25$  pour  $h=0$   
 $0.15$  pour  $h=1$   
 $\kappa = 1.66 \cdot 10^{-5} (\text{l/m}^3)^{-1}$   
 $\beta_{\text{endo}} = 1.5 \cdot 10^{-5}$   
 $\alpha = 1.0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

$A_c = 1.4$   
 $A_t = 0.8$  pour  $C=100 \text{ l/m}^3$   
 $0.6$  pour  $C= 80 \text{ l/m}^3$   
 $B_c = 2000$   
 $B_t = 10000$  pour  $h=0$   
 $11000$  pour  $h=1$   
 $\varepsilon_{d0} = 10^{-4}$   
 $\beta = 1.06$

**Modélisation E : ENDO\_ISOT\_BETON**

$E = 30000 \text{ MPa}$   
 $\nu = 0.2$   
 $\kappa = 1.66 \cdot 10^{-5} (\text{l/m}^3)^{-1}$   
 $\beta_{\text{endo}} = 1.5 \cdot 10^{-5}$   
 $\alpha = 1.0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

$\sigma_y^t = 4.0 \text{ MPa}$ ,  
 $\sigma_y^c = 53.4 \text{ MPa}$   
 $E_t = -1.0 \cdot 10^3 \text{ MPa}$

**Modélisation F :****ENDO\_ISOT\_BETON/BETON\_UMLV\_FP**

Voir modélisation E +

$k_r^s = 10^{19} \text{ MPa}$   
 $k_i^s = 10^{19} \text{ MPa}$   
 $k_r^d = 10^{19} \text{ MPa}$   
 $\eta_r^s = 10^{19} \text{ MPa.j}$   
 $\eta_i^s = 10^{19} \text{ MPa.j}$   
 $\eta_r^d = 10^{19} \text{ MPa.j}$   
 $\eta_i^d = 10^{19} \text{ MPa.j}$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Sur le côté AB :  $u_z = 0$ 

On fait varier uniformément sur la structure :

- la température de  $T = 20^\circ\text{C}$  au temps initial jusqu'à  $t=120^\circ\text{C}$  au temps final
- la teneur en eau de  $100 \text{ l/m}^3$  au temps initial jusqu'à  $80 \text{ l/m}^3$  au temps final
- l'hydratation varie de 0. au temps initial à 1. au temps final.

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Etant donnée la nature des sollicitations, la déformation totale est uniquement due au retrait et à la dilatation thermique. En conséquence, on a :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{th} + \boldsymbol{\varepsilon}^{rd} + \boldsymbol{\varepsilon}^{re} = \alpha(T - T_{ref})\mathbf{I}_d - \kappa(C_0 - C)\mathbf{I}_d - \beta h\mathbf{I}_d$$

avec :

- $T$ , la température au temps  $t$
- $T_{ref}$ , la température de référence
- $C_0$ , la teneur en eau initiale (taux d'humidité HR=100%).
- $C$ , la teneur en eau au temps  $t$
- $h$ , le degré d'hydratation au temps  $t$
- $\alpha$ , le coefficient de dilatation
- $\kappa$ , le coefficient de retrait de dessiccation
- $\beta$ , le coefficient de retrait endogène

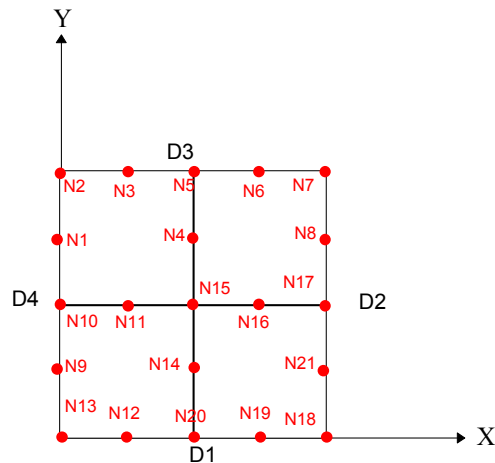
Les déformations élastiques étant nulles dans ce problème, les contraintes sont nulles, ainsi que l'endommagement dans le cas des modélisations avec la loi de MAZARS et ENDO\_ISOT\_BETON.

### 2.2 Résultats de référence

On vérifie la valeur de la déformation après 3600 jours, ainsi que la contrainte. On vérifie également que la déformation plastique est nulle, ainsi que l'endommagement pour les modélisations concernées. Les résultats sont testés avec STAT\_NON\_LINE ainsi qu'avec MECA\_STATIQUE (pour les modélisations A et B)

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

```
FACE_IMPO =_F(GROUP_MA = D1, DY= 0.)
TEMP_CALCULEE=TEMP1
SECH_CALCULEE=SECH1
HYDR_CALCULEE=HYDR1
```

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21  
Nombre de mailles et types : 4 QUAD8

### 3.3 Fonctionnalités testées

#### Commandes

DEFI_MATERIAU	ELAS_FO	ALPHA	
		K_DESSIC	
		B_ENDOGE	
AFFE_MATERIAU	AFFE	SECH_REF	
AFFE_CHAR_MECA	FACE_IMPO		
	TEMP_CALCULEE		
	SECH_CALCULEE		
	HYDR_CALCULEE		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	ELAS
CALC_ELEM	OPTION	'EPSP_ELNO'	
MECA_STATIQUE			
CALC_ELEM	OPTION	'SIGM_ELNO_DEPL'	

## 3.4 Résultats de la modélisation A

Pour le calcul avec STAT\_NON\_LINE, on teste les composantes du tenseur des déformations EPSI\_NOEU\_DEPL après 3600 jours. On vérifie également que les contraintes SIEF\_NOEU\_ELGA sont nulles ainsi que la déformation plastique (EPSP\_NOEU).

Pour le calcul avec MECA\_STATIQUE, on teste les composantes du tenseur des déformations EPSI\_NOEU\_DEPL après 3600 jours. On vérifie également que les contraintes SIGM\_NOEU\_DEPL sont nulles.

### Calcul STAT\_NON\_LINE

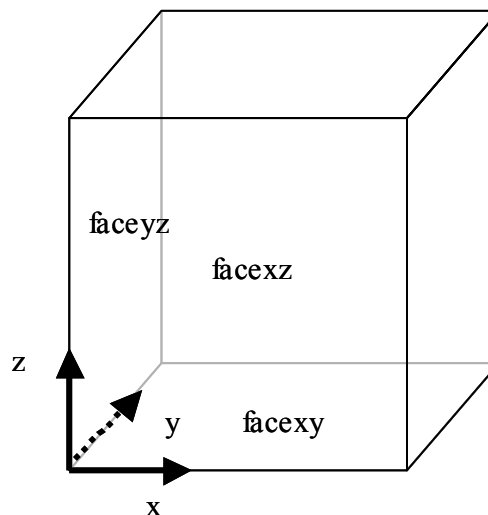
Variables	Instant	Référence	Aster	% différence
$\varepsilon_{xx}$	3600	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$8.30 \cdot 10^{-14}$
$\varepsilon_{yy}$	3600	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$-4.98 \cdot 10^{-14}$
$\varepsilon_{xx}^p$	3600	0.	$1.15 \cdot 10^{-8}$	-
$\varepsilon_{yy}^p$	3600	0.	$-1.63 \cdot 10^{-8}$	-
$\sigma_{xx}$	3600	0.	$-6.63 \cdot 10^{-19}$	-
$\sigma_{yy}$	3600	0.	$2.42 \cdot 10^{-19}$	-

### Calcul MECA\_STATIQUE

Variables	Instant	Référence	Aster	% différence
$\varepsilon_{xx}$	3600	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$1.83 \cdot 10^{-13}$
$\varepsilon_{yy}$	3600	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$-3.15 \cdot 10^{-13}$
$\sigma_{xx}$	3600	0.	$1.66 \cdot 10^{-9}$	-
$\sigma_{yy}$	3600	0.	$-8.04 \cdot 10^{-8}$	-

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

```
FACE_IMPO = ( _F(GROUP_MA = 'FACEXY', DZ= 0.),
               _F(GROUP_MA = 'FACEXZ', DY= 0.),
               _F(GROUP_MA = 'FACEYZ', DX= 0.) )
TEMP_CALCULEE=TEMP1
SECH_CALCULEE=SECH1
HYDR_CALCULEE=HYDR1
```

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20  
 Nombre de mailles et types : 1 HEXA20

### 4.3 Fonctionnalités testées

#### Commandes

DEFI_MATERIAU	ELAS_FO	ALPHA	
		K_DESSIC	
		B_ENDOGE	
AFFE_MATERIAU	AFFE	SECH_REF	
AFFE_CHAR_MECA	FACE_IMPO		
	TEMP_CALCULEE		
	SECH_CALCULEE		
	HYDR_CALCULEE		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	ELAS
CALC_ELEM	OPTION	'EPSP_ELNO'	
MECA_STATIQUE			
CALC_ELEM	OPTION	'SIGM_ELNO_DEPL'	

## 4.4 Résultats de la modélisation B

Pour le calcul avec STAT\_NON\_LINE, on teste les composantes du tenseur des déformations EPSI\_NOEU\_DEPL après 3600 jours. On vérifie également que les contraintes SIEF\_NOEU\_ELGA sont nulles ainsi que la déformation plastique (EPSP\_NOEU).

Pour le calcul avec MECA\_STATIQUE, on teste les composantes du tenseur des déformations EPSI\_NOEU\_DEPL après 3600 jours. On vérifie également que les contraintes SIGM\_NOEU\_DEPL sont nulles.

### Calcul STAT\_NON\_LINE

Variables	Instant	Référence	Aster	% différence
$\varepsilon_{xx}$	3600	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$-8.30 \cdot 10^{-14}$
$\varepsilon_{yy}$	3600	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$-4.98 \cdot 10^{-14}$
$\varepsilon_{xx}^p$	3600	0.	$9.39 \cdot 10^{-9}$	-
$\varepsilon_{yy}^p$	3600	0.	$1.56 \cdot 10^{-8}$	-
$\sigma_{xx}$	3600	0.	$-1.85 \cdot 10^{-19}$	-
$\sigma_{yy}$	3600	0.	$-2.94 \cdot 10^{-19}$	-

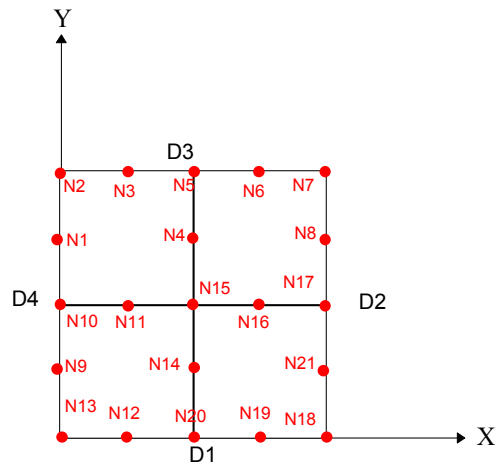
### Calcul MECA\_STATIQUE

Variables	Instant	Référence	Aster	% différence
$\varepsilon_{xx}$	3600	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$-6.64 \cdot 10^{-14}$
$\varepsilon_{yy}$	3600	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$8.30 \cdot 10^{-14}$
$\sigma_{xx}$	3600	0.	$6.09 \cdot 10^{-9}$	-
$\sigma_{yy}$	3600	0.	$2.30 \cdot 10^{-8}$	-



## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

```
FACE_IMPO =_F(GROUP_MA = D1, DY= 0.)
TEMP_CALCULEE=TEMP1
SECH_CALCULEE=SECH1
HYDR_CALCULEE=HYDR1
```

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21  
 Nombre de mailles et types : 4 QUAD8

### 5.3 Fonctionnalités testées

#### Commandes

DEFI_MATERIAU	ELAS_FO	ALPHA	
		K_DESSIC	
		B_ENDOGE	
	MAZARS_FO		
AFFE_MATERIAU	AFFE	SECH_REF	
AFFE_CHAR_MECA	FACE_IMPO		
	TEMP_CALCULEE		
	SECH_CALCULEE		
	HYDR_CALCULEE		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	MAZARS
CALC_ELEM	OPTION	'EPSP_ELNO'	

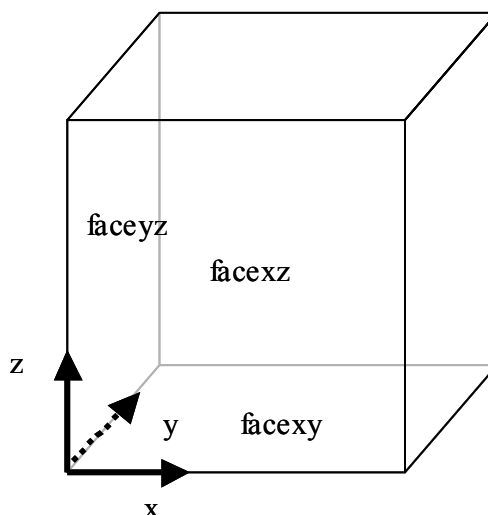
## 5.4 Résultats de la modélisation C

Pour le calcul avec STAT\_NON\_LINE, on teste les composantes du tenseur des déformations EPSI\_NOEU\_DEPL après 3600 jours. On vérifie également que les contraintes SIEF\_NOEU\_ELGA sont nulles ainsi que la déformation plastique (EPSP\_NOEU) et la variable d'endommagement (VARI\_NOEU\_ELGA, V1).

Variables	Instant	Référence	Aster	% différence
$\varepsilon_{xx}$	3600	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$-5.65 \cdot 10^{-5}$
$\varepsilon_{yy}$	3600	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$-3.58 \cdot 10^{-5}$
$\varepsilon_{xx}^p$	3600	0.	0.619	-
$\varepsilon_{yy}^p$	3600	0.	0.032	-
$\sigma_{xx}$	3600	0.	$-3.91 \cdot 10^{-10}$	-
$\sigma_{yy}$	3600	0.	$-2.05 \cdot 10^{-10}$	-
D	3600	0.	0.0	-

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

```
FACE_IMPO = ( _F(GROUP_MA = 'FACEXY', DZ= 0.),
               _F(GROUP_MA = 'FACEXZ', DY= 0.),
               _F(GROUP_MA = 'FACEYZ', DX= 0.) )
TEMP_CALCULEE=TEMP1
SECH_CALCULEE=SECH1
HYDR_CALCULEE=HYDR1
```

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20  
 Nombre de mailles et types : 1 HEXA20

### 6.3 Fonctionnalités testées

#### Commandes

DEFI_MATERIAU	ELAS_FO	ALPHA	
		K_DESSIC	
		B_ENDOGE	
	MAZARS_FO		
	NON_LOCAL		
AFFE_MODELE			
AFFE_MATERIAU	AFFE	SECH_REF	
AFFE_CHAR_MECA	FACE_IMPO		
	TEMP_CALCULEE		
	SECH_CALCULEE		
	HYDR_CALCULEE		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	MAZARS
CALC_ELEM	OPTION	'EPSP_ELNO'	

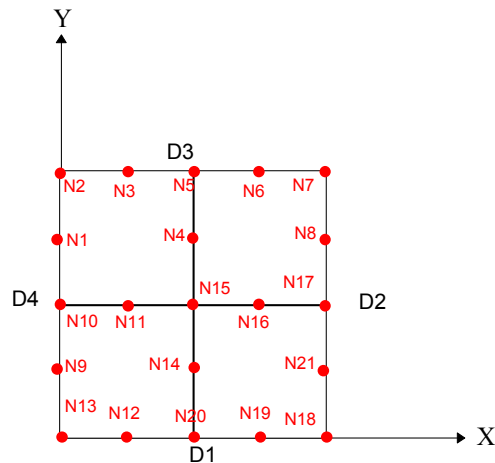
## 6.4 Résultats de la modélisation D

Pour le calcul avec STAT\_NON\_LINE, on teste les composantes du tenseur des déformations EPSI\_NOEU\_DEPL après 3600 jours. On vérifie également que les contraintes SIEF\_NOEU\_ELGA sont nulles ainsi que la déformation plastique (EPSP\_NOEU) et la variable d'endommagement VARI\_NOEU\_ELGA, V1.

Variables	Instant	Référence	Aster	% différence
$\varepsilon_{xx}$	3600	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$1.16 \cdot 10^{-13}$
$\varepsilon_{yy}$	3600	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$8.30 \cdot 10^{-14}$
$\varepsilon_{xx}^p$	3600	0.	$1.75 \cdot 10^{-8}$	-
$\varepsilon_{yy}^p$	3600	0.	$2.95 \cdot 10^{-8}$	-
$\sigma_{xx}$	3600	0.	$-2.91 \cdot 10^{-20}$	-
$\sigma_{yy}$	3600	0.	$-8.78 \cdot 10^{-19}$	-
D	3600	0.	0.	-

## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

```
FACE_IMPO =_F(GROUP_MA = D1, DY= 0.)
TEMP_CALCULEE=TEMP1
SECH_CALCULEE=SECH1
HYDR_CALCULEE=HYDR1
```

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21  
Nombre de mailles et types : 4 QUAD8

### 7.3 Fonctionnalités testées

#### Commandes

DEFI_MATERIAU	ELAS_FO	ALPHA	
		K_DESSIC	
		B_ENDOGE	
	BETON_ECR_LINE		
AFFE_MATERIAU	AFFE	SECH_REF	
AFFE_CHAR_MECA	FACE_IMPO		
	TEMP_CALCULEE		
	SECH_CALCULEE		
	HYDR_CALCULEE		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	ENDO_ISOT_BETON
CALC_ELEM	OPTION	'EPSP_ELNO'	

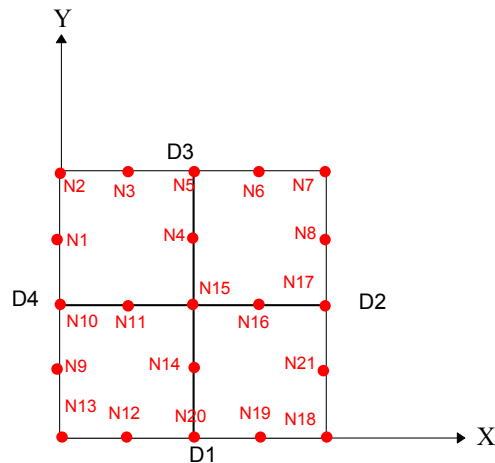
## 7.4 Résultats de la modélisation E

Pour le calcul avec STAT\_NON\_LINE, on teste les composantes du tenseur des déformations EPSI\_NOEU\_DEPL après 3600 jours. On vérifie également que les contraintes SIEF\_NOEU\_ELGA sont nulles ainsi que la déformation plastique (EPSP\_NOEU) et la variable d'endommagement (VARI\_NOEU\_ELGA, V1).

Variables	Instant	Référence	Aster	% différence
$\varepsilon_{xx}$	3600	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$1.33 \cdot 10^{-13}$
$\varepsilon_{yy}$	3600	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$4.98 \cdot 10^{-14}$
$\varepsilon_{xx}^p$	3600	0.	$2.30 \cdot 10^{-8}$	-
$\varepsilon_{yy}^p$	3600	0.	$-3.30 \cdot 10^{-10}$	-
$\sigma_{xx}$	3600	0.	$-4.49 \cdot 10^{-19}$	-
$\sigma_{yy}$	3600	0.	$-1.78 \cdot 10^{-19}$	-
D	3600	0.	0.0	-

## 8 Modélisation F

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

```
FACE_IMPO = _F (GROUP_MA = D1, DY= 0.)
TEMP_CALCULEE=TEMP1
SECH_CALCULEE=SECH1
HYDR_CALCULEE=HYDR1
```

### 8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21  
Nombre de mailles et types : 4 QUAD8

### 8.3 Fonctionnalités testées

#### Commandes

DEFI_MATERIAU	ELAS_FO	ALPHA	
		K_DESSIC	
		B_ENDOGE	
	BETON_ECRO_LINE		
	BETON_UMLV_FP		
AFFE_MATERIAU	AFFE	SECH_REF	
AFFE_CHAR_MECA	FACE_IMPO		
	TEMP_CALCULEE		
	SECH_CALCULEE		
	HYDR_CALCULEE		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	KIT_DDI
CALC_ELEM	OPTION	'EPSP_ELNO'	

## 8.4 Résultats de la modélisation F

Pour le calcul avec STAT\_NON\_LINE, on teste les composantes du tenseur des déformations EPSI\_NOEU\_DEPL après 3600 jours. On vérifie également que les contraintes SIEF\_NOEU\_ELGA sont nulles ainsi que la déformation plastique (EPSP\_NOEU) et la variable d'endommagement (VARI\_NOEU\_ELGA, V1).

Variables	Instant	Référence	Aster	% différence
$\varepsilon_{xx}$	3600	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$1.06 \cdot 10^{-12}$
$\varepsilon_{yy}$	3600	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$6.53 \cdot 10^{-4}$	$8.97 \cdot 10^{-13}$
$\varepsilon_{xx}^p$	3600	0.	$2.46 \cdot 10^{-7}$	-
$\varepsilon_{yy}^p$	3600	0.	$2.38 \cdot 10^{-7}$	-
$\sigma_{xx}$	3600	0.	$1.44 \cdot 10^{-18}$	-
$\sigma_{yy}$	3600	0.	$7.74 \cdot 10^{-19}$	-
D	3600	0.	0.0	-

## 9 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus avec le Code\_Aster sont identiques à la solution analytique. On a ainsi validé le calcul de la dilatation thermique et des retrait endogène et de dessiccation pour le modèle élastique, que ce soit avec STAT\_NON\_LINE ou MECA\_STATIQUE, ainsi que pour la loi de Mazars, version locale ou non-locale, pour la loi ENDO\_ISOT\_BETON et pour le cas du couplage BETON\_UMLV\_FP/ENDO\_ISOT\_BETON. Signalons que les modélisations A et B permettent également de valider le calcul des retraits pour les lois VMIS\_ISOT\_TRAC et VMIS\_ISOT\_LINE qui utilise la même routine que ELAS.