

Manuel de Validation**Fascicule V6.01 : Statique non linéaire en axisymétrie****Document : V6.01.116**

SSNA116 - Essai triaxial avec le modèle de Hoek-Brown modifié en axisymétrie

Résumé

Ce test permet de valider la loi de comportement élasto-plastique de Hoek-Brown modifiée en mécanique des roches. Il s'agit d'un essai triaxial pour lequel les calculs sont effectués uniquement sur la partie solide du sol en mécanique pure.

Deux niveaux de confinement sont appliqués : 5 MPa et 12 MPa. Les paramètres ϕ^{end} , ϕ^{rup} et ϕ^{res} sont pris égaux (ce qui revient à une déformation plastique volumique constante) : on peut dans ce cas calculer une solution analytique au problème et ainsi comparer les résultats obtenus avec *Code_Aster* à cette solution de référence.

Pour des raisons de symétrie, on ne s'intéresse qu'au huitième d'un échantillon soumis à un essai triaxial. La modélisation est axisymétrique.

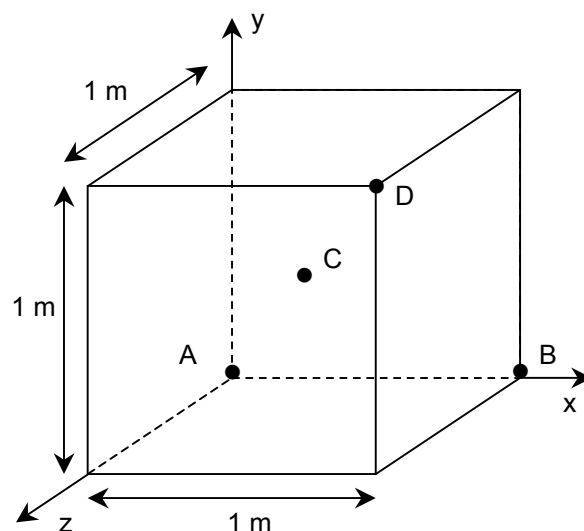
Table des matières

1	Problème de référence	3
1.1	Géométrie	3
1.2	Propriétés du matériau	3
1.3	Conditions initiales, aux limites et chargement.....	4
2	Solution de référence.....	4
2.1	Calcul de la solution de référence	4
2.2	Résultats de référence.....	5
3	Modélisation A	6
3.1	Caractéristiques de la modélisation.....	6
3.2	Caractéristiques du maillage	6
3.3	Fonctionnalités testées	6
4	Résultats de la modélisation A	7
4.1	Valeurs testées	7
5	Modélisation B	8
5.1	Caractéristiques de la modélisation.....	8
5.2	Caractéristiques du maillage	8
5.3	Fonctionnalités testées	8
6	Résultats de la modélisation B	9
6.1	Valeurs testées	9
7	Synthèse des résultats.....	10

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère ici un cube de dimension 1m × 1m × 1m.



Coordonnées des points (en m) :

	A	B	C	D
x	0	1	0.5	1
y	0	0	0.5	1
z	0	0	0.5	1

1.2 Propriétés du matériau

Paramètres de la loi de comportement élastique :

$$E = 4500 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.3$$

Paramètres de la loi de Hoek-Brown modifiée :

$$\gamma^{rup} = 0.005$$

$$\gamma^{res} = 0.017$$

$$(S\sigma_c^2)^{end} = 225 \text{ MPa}^2$$

$$(S\sigma_c^2)^{rup} = 482.5675 \text{ MPa}^2$$

$$(m\sigma_c)^{end} = 13.5 \text{ MPa}$$

$$(m\sigma_c)^{rup} = 83.75 \text{ MPa}$$

$$\beta = 3 \text{ MPa}$$

$$\phi^{end} = 15^\circ$$

$$\phi^{rup} = 15^\circ$$

$$\phi^{res} = 15^\circ$$

$$\alpha = 3.3$$

1.3 Conditions initiales, aux limites et chargement

Le test se décompose en deux phases :

- 1) Dans un premier temps, on amène l'échantillon à un état homogène $\sigma_{xx}^0 = \sigma_{yy}^0 = \sigma_{zz}^0$. Pour cela, la pression de confinement correspondante est imposée sur les faces avant ($z=1$), latérale droite ($x=1$) et supérieure ($y=1$), tandis que les déplacements sont pris nuls sur les faces arrière ($u_z|_{z=0} = 0$), latérale gauche ($u_x|_{x=0} = 0$) et inférieure ($u_y|_{y=0} = 0$).
- 2) Une fois l'état homogène obtenu, les déplacements sont maintenus bloqués sur les faces arrière, latérale gauche et inférieure et la pression de confinement est toujours imposée sur les faces avant et latérale droite. Un déplacement est imposé sur la face supérieure ($u_y(t)$) de façon à obtenir une déformation ε_{yy} égale à -25% à partir du début de la deuxième phase, par incréments de déformation constants $\Delta\varepsilon_{yy} = -2.5E - 4$.

2 Solution de référence

2.1 Calcul de la solution de référence

On se place ici dans le cas d'un essai triaxial pour lequel les contraintes de confinement sont appliquées dans les directions x et z et pour lequel la direction de déformation imposée est la direction y . On suppose de plus que le paramètre η est indépendant du paramètre d'écoulement γ , c'est-à-dire $\phi^{end} = \phi^{rup} = \phi^{res}$: il est alors possible de calculer une solution analytique au problème. Le critère de plasticité et d'écoulement s'écrivent :

$$(\sigma_3 - \sigma_1) - \sqrt{S\sigma_c^2(\gamma) - m\sigma_c(\gamma)\sigma_3} - b(\gamma) \left(1 - \frac{\sigma_3}{\sigma_3^{b-d}} \right) = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_1^p = \dot{\lambda}(\eta - 1) = \frac{\eta - 1}{\eta + 1} \dot{\gamma}$$

$$\dot{\varepsilon}_3^p = \dot{\varepsilon}_2^p = \dot{\lambda} \left(\eta + \frac{1}{2} \right) = \frac{2\eta + 1}{2(\eta + 1)} \dot{\gamma}$$

$$\dot{\varepsilon}_v^p = 3\eta \dot{\lambda} = \frac{3\eta}{\eta + 1} \dot{\gamma}$$

On considère une situation de chargement croissante pour laquelle les équations précédentes peuvent s'écrire de façon non incrémentale :

$$\varepsilon_1^p = \frac{\eta - 1}{\eta + 1} \gamma, \quad \varepsilon_3^p = \varepsilon_2^p = \frac{2\eta + 1}{2(\eta + 1)} \gamma, \quad \varepsilon_v^p = \frac{3\eta}{\eta + 1} \gamma$$

Les relations d'élasticité donnent :

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_1^p = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \sigma_1^0) - \frac{2\nu}{E}(\sigma_3 - \sigma_3^0)$$

$$\varepsilon_3 - \varepsilon_3^p = \frac{1 - \nu}{E}(\sigma_3 - \sigma_3^0) - \frac{\nu}{E}(\sigma_1 - \sigma_1^0)$$

c'est-à-dire :

$$\varepsilon_1 - \frac{\eta-1}{\eta+1}\gamma = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \sigma_1^0) - \frac{2\nu}{E}(\sigma_3 - \sigma_3^0)$$

$$\varepsilon_3 - \frac{2\eta+1}{2(\eta+1)}\gamma = \frac{1-\nu}{E}(\sigma_3 - \sigma_3^0) - \frac{\nu}{E}(\sigma_1 - \sigma_1^0)$$

avec σ_3^0 et σ_1^0 les valeurs de σ_1 et σ_3 au début du chargement. Il reste donc à calculer σ_1 en fonction de γ en utilisant le critère de plasticité pour obtenir γ, σ_1 et ε_3 .

1^{er} cas : $\gamma \leq \gamma^{rup}$

En notant $S\sigma_c^2(\gamma) = A_1 + \gamma A_2$ et $m\sigma_c(\gamma) = B_1 + \gamma B_2$ où A_1, A_2, B_1 et B_2 sont donnés dans la documentation de référence de la loi de comportement, γ est solution du polynôme de degré 2 :

$$\left(\frac{\eta-1}{\eta+1}\right)^2 \gamma^2 - \left[2\varepsilon_1 \left(\frac{\eta-1}{\eta+1}\right) + \frac{A_2 - \sigma_3 B_2}{E^2}\right] \gamma + \varepsilon_1^2 - \frac{A_1 - \sigma_3 B_1}{E^2} = 0,$$

avec γ dans l'intervalle $[0, \gamma^{rup}]$.

2^{ème} cas : $\gamma^{rup} \leq \gamma \leq \gamma^{res}$

En reprenant les notations de la documentation de référence de la loi de Hoek-Brown modifiée pour a, d, c et σ_3^{b-d} , γ est solution du polynôme de degré 2 :

$$\frac{a}{E} \left(1 - \frac{\sigma_3}{\sigma_3^{b-d}}\right) \gamma^2 + \left[-\left(\frac{\eta-1}{\eta+1}\right) + \frac{d}{E} \left(1 - \frac{\sigma_3}{\sigma_3^{b-d}}\right)\right] \gamma + \varepsilon_1 + \frac{\sqrt{(S\sigma_c^2)^{rup} - \sigma_3(m\sigma_c)^{rup}}}{E} + \frac{c}{E} \left(1 - \frac{\sigma_3}{\sigma_3^{b-d}}\right) = 0$$

avec γ dans l'intervalle $[\gamma^{rup}, \gamma^{res}]$

3^{ème} cas : $\gamma^{res} \leq \gamma$

Dans ce cas, σ_1 est constant :

$$\sigma_1 = \sigma_3 - \sqrt{(S\sigma_c^2)^{res} - \sigma_3(m\sigma_c)^{res}} - b^{res} \left(1 - \frac{\sigma_3}{\sigma_3^{b-d}}\right)$$

et $\gamma = \frac{\sigma_1 - \sigma_1^0}{E} - \varepsilon_1$.

2.2 Résultats de référence

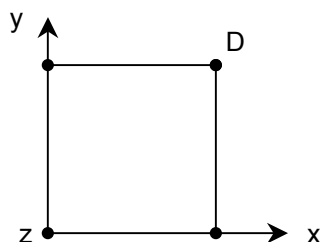
Contraintes $\sigma_{xx}(\sigma_3)$, $\sigma_{yy}(\sigma_1)$ et $\sigma_{zz}(\sigma_3)$ au point D.

Déplacements $\varepsilon_{xx}(\varepsilon_3)$ et $\varepsilon_{yy}(\varepsilon_1)$ au point D.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 2D axisymétrique



Découpage : 1m en hauteur, 1m en largeur

Chargement de la phase 1 : $\sigma_{xx}^0 = \sigma_{yy}^0 = \sigma_{zz}^0 = -5 \text{ MPa}$ (pression de confinement)

Conditions aux limites : $u_x|_{x=0} = u_y|_{y=0} = u_z|_{z=0} = 0$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4

Nombre de mailles et types : 1 QUAD4 et 4 SEG2

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes

DEFI MATERIAU	HOEK BROWN		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	'HOEK_BROWN'

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

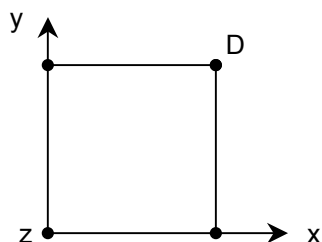
Localisation	Numéro d'ordre	Contrainte (MPa)	Code_Aster	Solution de référence	Ecart relatif
Point D	12	σ_{xx}	-5	-5	0
	70	σ_{xx}	-5	-5	0
	12	σ_{zz}	-5	-5	0
	70	σ_{zz}	-5	-5	0
	12	σ_{yy}	-18.50	-18.50	0
	16	σ_{yy}	-22.5676	-22.5675778	0
	32	σ_{yy}	-30.8798	-30.8797526	0
	41	σ_{yy}	-34.9342	-34.9342281	0
	42	σ_{yy}	-32.9137	-32.9136722	0
	46	σ_{yy}	-26.8215	-26.8215156	0
	52	σ_{yy}	-22.7560	-22.7560224	0
	70	σ_{yy}	-20.7512	-20.721512	0

Localisation	Numéro d'ordre	Déformation	Code_Aster	Solution de référence	Ecart relatif
Point D	12	ε_{xx}	0.9 E-3	0.9 E-3	0
	16	ε_{xx}	1.24644 E-3	1.24644 E-3	0
	32	ε_{xx}	3.48682 E-3	3.48682 E-3	0
	41	ε_{xx}	4.81373 E-3	4.81373 E-3	0
	42	ε_{xx}	5.22653 E-3	5.22653 E-3	0
	46	ε_{xx}	6.66403 E-3	6.66403 E-3	0
	52	ε_{xx}	8.27551 E-3	8.27551 E-3	0
	70	ε_{xx}	12.0186 E-3	12.01865 E-3	0
	12	ε_{yy}	-0.003	-0.003	0
	70	ε_{yy}	-0.0175	-0.0175	0

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 2D axisymétrique



Découpage : 1m en hauteur, 1m en largeur

Chargement de la phase 1 : $\sigma_{xx}^0 = \sigma_{yy}^0 = \sigma_{zz}^0 = -12$ MPa (pression de confinement)

Conditions aux limites : $u_x|_{x=0} = u_y|_{y=0} = u_z|_{z=0} = 0$

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4

Nombre de mailles et types : 1 QUAD4 et 4 SEG2

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes

DEFI MATERIAU	HOEK BROWN		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	'HOEK_BROWN'

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Localisation	Numéro d'ordre	Contrainte (MPa)	Code_Aster	Solution de référence	Ecart relatif
Point D	16	σ_{xx}	-12	-12	0
	80	σ_{xx}	-12	-12	0
	16	σ_{zz}	-12	-12	0
	80	σ_{zz}	-12	-12	0
	16	σ_{yy}	-30	-30	0
	20	σ_{yy}	-33.4287	-33.4287301	0
	36	σ_{yy}	-43.5095	-43.5095082	0
	49	σ_{yy}	-50.4230	-50.4230084	0
	52	σ_{yy}	-48.4776	-48.4775526	0
	56	σ_{yy}	-46.4936	-46.4935733	0
	60	σ_{yy}	-45.0479	-45.0479008	0
	70	σ_{yy}	-43.1175	-43.1174944	0
	80	σ_{yy}	-42.8023	-42.8023313	0

Localisation	Numéro d'ordre	Déformation	Code_Aster	Solution de référence	Ecart relatif
Point D	16	ε_{xx}	1.2 E-3	1.2 E-3	0
	20	ε_{xx}	1.61504 E-3	1.61504 E-3	0
	36	ε_{xx}	3.66549 E-3	3.66549 E-3	0
	49	ε_{xx}	5.46863 E-3	5.46863 E-3	0
	52	ε_{xx}	6.265 E-3	6.265 E-3	0
	56	ε_{xx}	7.26131 E-3	7.26131 E-3	0
	60	ε_{xx}	8.19982 E-3	8.19982 E-3	0
	70	ε_{xx}	10.3653 E-3	10.36527 E-3	0
	80	ε_{xx}	12.3573 E-3	12.35726 E-3	0
	16	ε_{yy}	-0.004	-0.004	0
	80	ε_{yy}	-0.02	-0.02	0

7 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus permettent de valider le modèle de Hoek-Brown modifié intégré dans *Code_Aster* dans le cas particulier d'une déformation plastique volumique constante.