

Manuel de Validation**Fascicule V3.02 : Statique linéaire des systèmes plans****Document V3.02.311**

SSLP311 - Biblio_65. Fissure centrale oblique dans une plaque rectangulaire finie, à deux matériaux, soumise à traction uniforme

Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en mécanique de la rupture.

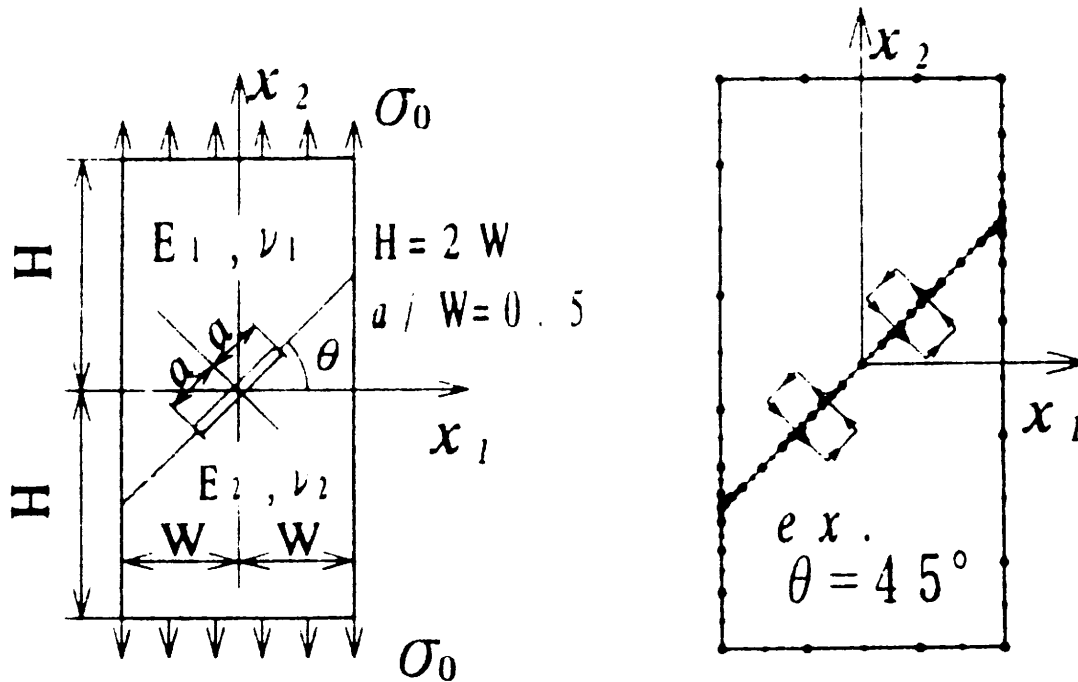
Il s'agit d'un test bidimensionnel en statique avec bi-matériau en présence d'une fissure d'interface interne oblique.

Le comportement de la structure (bi-matériau) est élastique linéaire isotrope.

Le cas test comprend quatre modélisations en contraintes planes dans lesquelles l'influence de l'inclinaison de la fissure θ est étudiée (4 cas).

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



On considère 4 valeurs de l'angle $\theta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ et 60° .
Les autres dimensions sont choisies telles que $H = 2W = 4a$.
La valeur de a vaut $1.E-3$ m.

1.2 Propriétés des matériaux

Matériau n° 1

Élastique, linéaire, isotrope, module d'Young $E_1 = 2E+12$ Pa et coefficient de Poisson $\nu_1 = 0,3$.

Matériau n° 2

Elastique, linéaire, isotrope, module d'Young $E_2 = 2E+11$ Pa et coefficient de Poisson $\nu_2 = 0,3$.

1.3 Conditions aux limites et chargement

- Le chargement étant autoéquilibré, on se contente de bloquer les 3 modes rigides:

$UX = UY = 0$ au coin inférieur gauche du modèle complet.

$UY = 0$ au coin inférieur droit du modèle complet.

- Sur le bord inférieur, nous imposons $UY = 0$
- Chargement: tension uniforme $\sigma_{yy} = \sigma_0$ sur le bord supérieur :

La valeur de σ_0 vaut 100MPa.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Méthode des éléments de frontière, avec des éléments quadratiques [bib1].

Le calcul de K_I et K_{II} est effectué par une intégrale de contour (intégrale M [bib2]) dans laquelle interviennent les contraintes et déplacements calculés dans la pièce, ainsi que les contraintes et déplacements déduits de solutions asymptotiques définies analytiquement, dans lesquelles K_I et K_{II} sont alternativement nuls. Le calcul des K est également effectué par la méthode d'extension virtuelle, à titre de comparaison.

2.2 Résultats de référence

Méthode		Côté gauche				Côté droit			
		$\theta = 15^\circ$	$\theta = 30^\circ$	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 60^\circ$	$\theta = 15^\circ$	$\theta = 30^\circ$	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 60^\circ$
intégrale	F_I	1,0115	0,7868	0,5211	0,2770	1,1266	0,9910	0,7646	0,4919
M	F_{II}	-0,4434	-0,6244	-0,6723	-0,5804	0,0862	0,2961	0,4056	0,4057
extension	F_I	1,0110	0,7864	0,5210	0,2769	1,1260	0,9904	0,7643	0,4919
virtuelle	F_{II}	-0,4429	-0,6240	-0,6720	-0,5801	0,0865	0,2960	0,4055	0,4056

Dans ce tableau on a : $F_j = \frac{K_j}{\sigma_0 \sqrt{\pi a}}$ $j = I, II$

La relation entre le taux global de restitution de l'énergie G et les K_j s'écrit comme suit [bib3] :

$$\begin{aligned} \kappa_i &= \frac{3 - \nu_i}{1 + \nu_i} \quad i = 1, 2 \\ \mu_i &= \frac{E_i}{2(1 + \nu_i)} \\ \alpha &= \frac{1}{2\pi} \ln \left[\left(\frac{\kappa_1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right) / \left(\frac{\kappa_2}{\mu_2} + \frac{1}{\mu_1} \right) \right] \\ \beta &= \frac{\left[\frac{1 + \kappa_1}{\mu_1} + \frac{1 + \kappa_2}{\mu_2} \right]}{16Ch^2(\alpha\pi)} \\ G &= \beta(K_I^2 + K_{II}^2) \end{aligned}$$

2.3 Incertitude sur la solution

Estimée à moins de 0,1%.

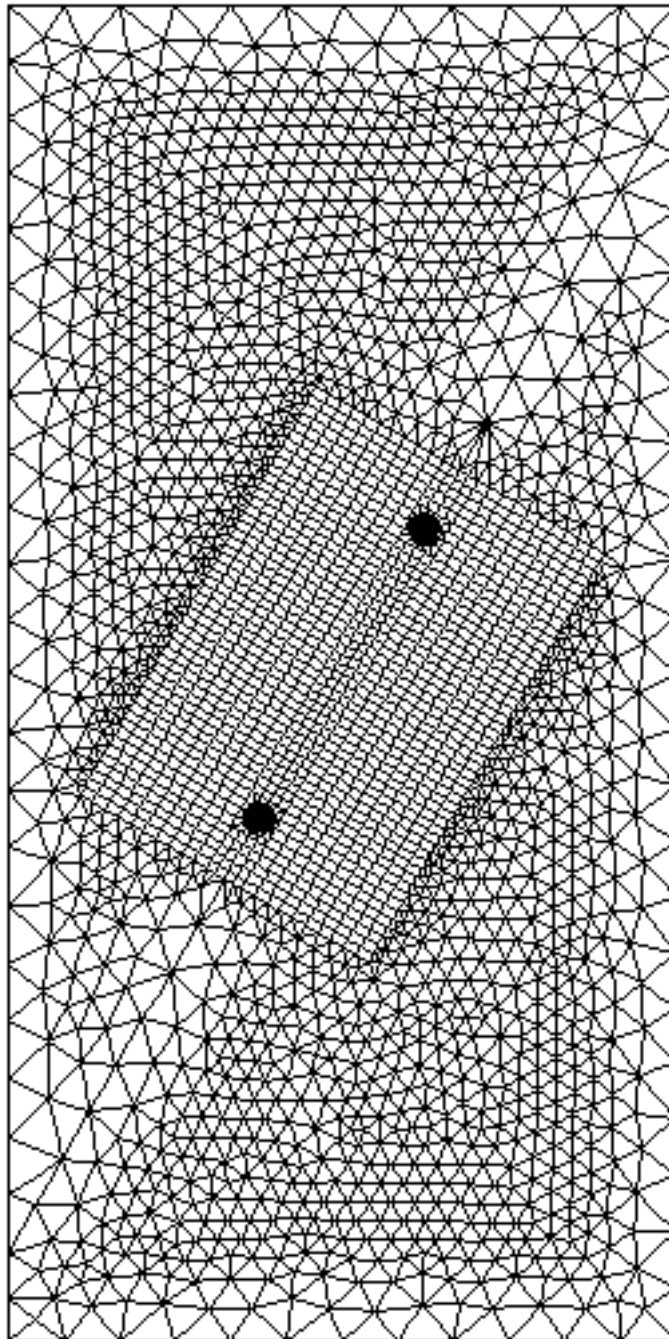
2.4 Références bibliographiques

- [1] Stress intensity factor analysis of interface crack using boundary element method. Application of contour-integral method. N. MIYAZAKI, T. IKEDA, T. SODA et T. MUNAKATA. Engng. Fract. Mech., 45, n°5, 599-610, 1993.
- [2] An analysis of interface cracks between dissimilar isotropic materials using conservation integrals in elasticity. J. F. YAU et T. C. CHANG. Engng. Fract. Mech., 20, 423-432, 1984.
- [3] The strength of adhesive joints using the theory of cracks. B. M. MALYSHEV et R. L. SALGANIK. Int. J. Fract. Mech., 1, 114-128, 1965.

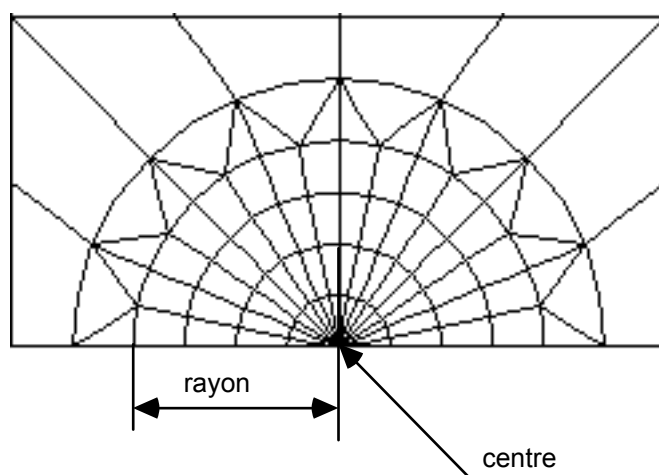
3 Modélisations A, B, C, D

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Les différentes modélisations sont identiques à part l'inclinaison de la fissure.



Maillage complet pour un angle β de 60 °



Zoom sur la pointe de fissure

Le rayon vaut $7.5E-5$ m.

Il y a quatre couronnes définies par la commande `CALC_THETA` :

couronne 1 : Rinf = 0.	Rsup = $1.875E-5$ m
couronne 2 : Rinf = $1.875E-5$ m	Rsup = $3.750E-5$ m
couronne 3 : Rinf = $3.750E-5$ m	Rsup = $5.625E-5$ m
couronne 4 : Rinf = $5.625E-5$ m	Rsup = $7.500E-5$ m

La direction de propagation est définie par : $\cos \theta$, $\sin \theta$

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est constitué de 10676 nœuds et 4584 éléments, dont 1392 éléments QUA8 et 3168 éléments TRI6.

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_MODELE	MECANIQUE	C_PLAN	TOUT
MECA_STATIQUE			
AFFE_CHAR_MECA	FORCE_CONTOUR		
CALC_THETA	THETA_2D		
CALC_G_THETA	OPTION	CALC_G	

Le calcul de K_I et K_{II} n'est pas valide pour un bimatériau.

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
Extrémité gauche, $\theta = 15^\circ$			
G, couronne 1	9,67362E+1	9,2428E+1	-4,45
G, couronne 2	9,67362E+1	9,6392E+1	-0,356
G, couronne 3	9,67362E+1	9,6417E+1	-0,330
G, couronne 4	9,67362E+1	9,6421E+1	-0,326
K _I	5,6694E+6	-	-
K _{II}	-2,4852E+6	-	-
Extrémité droite, $\theta = 15^\circ$			
G, couronne 1	1,0125E+2	9,6763E+1	-4,33
G, couronne 2	1,0125E+2	1,0093E+2	-0,315
G, couronne 3	1,0125E+2	1,0095E+2	-0,295
G, couronne 4	1,0125E+2	1,0095E+2	-0,291
K _I	6,3145E+6	-	-
K _{II}	4,8309E+5	-	-

5 Résultats de la modélisation B

5.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
Extrémité gauche, $\theta = 30^\circ$			
G, couronne 1	8,0017E+1	7,6431E+1	-4,48
G, couronne 2	8,0017E+1	7,9707E+1	-0,387
G, couronne 3	8,0017E+1	7,9730E+1	-0,358
G, couronne 4	8,0017E+1	7,9734E+1	-0,353
K _I	4,4100E+6	-	-
K _{II}	-3,499E+6	-	-
Extrémité droite, $\theta = 30^\circ$			
G, couronne 1	8,48417E+1	8,1080E+1	-4,433
G, couronne 2	8,48417E+1	8,4583E+1	-0,305
G, couronne 3	8,48417E+1	8,4602E+1	-0,282
G, couronne 4	8,48417E+1	8,4602E+1	-0,282
K _I	5,5545E+6	-	-
K _{II}	1,6596E+6	-	-

6 Résultats de la modélisation C

6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
Extrémité gauche, $\theta = 45^\circ$			
G, couronne 1	5,73826E+1	5,48161E+1	-4,473
G, couronne 2	5,73826E+1	5,71687E+1	-0,373
G, couronne 3	5,73826E+1	5,71865E+1	-0,342
G, couronne 4	5,73826E+1	5,7189E+1	-0,337
K _I	2,92076E+6	-	-
K _{II}	-3,7682E+6	-	-
Extrémité droite, $\theta = 45^\circ$			
G, couronne 1	5,94122E+1	5,7039E+1	-3,994
G, couronne 2	5,94122E+1	5,9505E+1	0,157
G, couronne 3	5,94122E+1	5,9516E+1	0,175
G, couronne 4	5,94122E+1	5,9518E+1	0,179
K _I	4,28557E+6	-	-
K _{II}	2,27338E+6	-	-

7 Résultats de la modélisation D

7.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
Extrémité gauche, $\theta = 60^\circ$			
G, couronne 1	3,28015E+1	3,10680E+1	-5,285
G, couronne 2	3,28015E+1	3,24037E+1	-1,213
G, couronne 3	3,28015E+1	3,24140E+1	-1,181
G, couronne 4	3,28015E+1	3,24156E+1	-1,177
K _I	1,55258E+6	-	-
K _{II}	-3,2531E+6	-	-
Extrémité droite, $\theta = 60^\circ$			
G, couronne 1	3,22436E+1	3,11825E+1	-3,291
G, couronne 2	3,22436E+1	3,25321E+1	0,895
G, couronne 3	3,22436E+1	3,25383E+1	0,914
G, couronne 4	3,22436E+1	3,25398E+1	0,919
K _I	2,75709E+6	-	-
K _{II}	2,27394E+6	-	-

7.2 Remarques

Pour obtenir le G sur le fond de fissure, on calcule le taux de restitution d'énergie à l'aide de la relation entre G et les K_j [bib3] :

$$\kappa_1 = \kappa_2 = 2,076923$$

$$\mu_1 = 7,6923E + 11$$

$$\mu_2 = 7,6923E + 10$$

$$\alpha = -9,37742E - 2$$

$$\beta = 2,524488E - 12$$

$$G = \beta(K_I^2 + K_{II}^2)$$

8 Synthèse des résultats

Le calcul de G n'est pas précis sur la première couronne dans tous les cas d'inclinaison de la fissure. En ce qui concerne les autres couronnes, les écarts sont de l'ordre de 0,4%. Pour le cas d'inclinaison $\theta = 60^\circ$ l'écart dépasse 1 %. Dans l'ensemble les résultats sont satisfaisants pour G.

Le calcul de K_I et K_{II} n'est pas disponible pour une fissure située à l'interface d'un bimatériau.