

**Manuel de Validation****Fascicule V3.02 : Statique linéaire des systèmes plans****Document : V3.02.101**

# SSLP101 - Taux de restitution d'énergie en contraintes planes

---

**Résumé :**

Il s'agit d'un test de mécanique de la rupture en statique pour un problème bidimensionnel. On considère une plaque fissurée en contraintes planes, les fonctionnalités testées sont :

- le taux de restitution d'énergie G,
- le taux de restitution d'énergie calculé à partir du calcul des coefficients de contraintes K1 et K2.

L'intérêt du test est de comparer la valeur de G classique et la valeur de G (IRWIN) obtenue à partir de K1 et K2. Il permet aussi de tester l'invariance du calcul par rapport aux couronnes d'intégration.

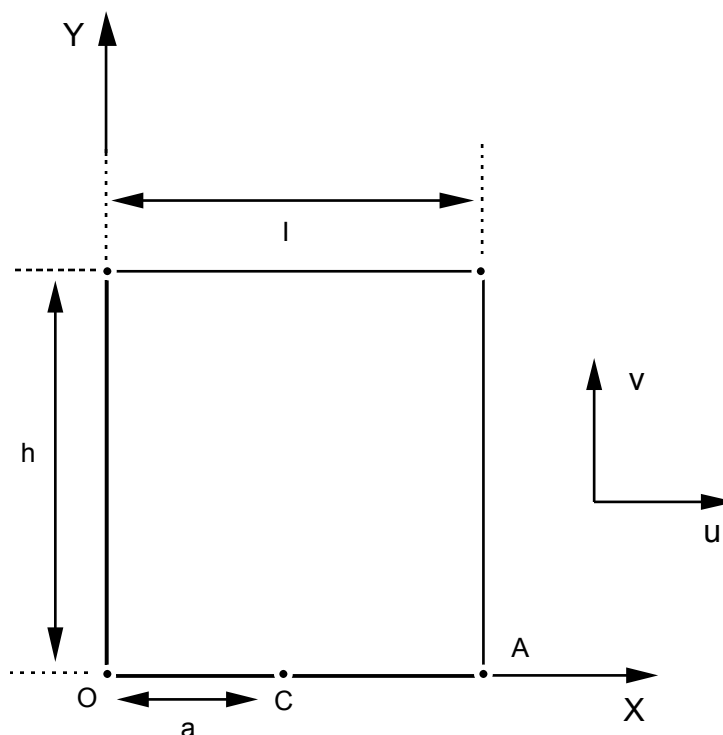
Ce test contient 3 modélisations différentes : la modélisation A qui traitait du calcul de l'Intégrale de Rice n'est plus supportée depuis la Version 3.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Plaque rectangulaire avec fissure OC débouchante.

Pour des raisons de symétrie, le modèle est réduit à la demi-structure  $y \geq 0$ .



Hauteur plaque :  $h = 250$  mm

Largeur plaque :  $l = 100$  mm

Profondeur fissure :  $a = 37.5$  mm (OC)

### 1.2 Propriétés de matériaux

$E = 200000$  MPa  $\nu = 0.3$

Hypothèse des contraintes planes.

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

- Contrainte imposée en  $Y = h$  :  $\sigma = 1$  MPa
- Déplacement pour le bord CA défini par :  $a \leq X \leq l$  et  $y = 0$  :  $v = 0$ .
- Point fixe A :  $u = v = 0$ .

Pour la modélisation C on remplace la contrainte imposée par une pression sur les lèvres de la fissure.

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Solution de référence de BROWN & STRAWLEY [bib1] :

$$J = F^2 \pi a \sigma^2 / E \text{ avec } F = 1.98$$

$a$  en mm

$\sigma$  et  $E$  en N/mm<sup>2</sup>

### 2.2 Résultats de référence pour G

Les résultats de référence  $G = 1.98^2 \times \pi \times 37.5 \times 0.5 \cdot 10^{-5} = 2.3093 \cdot 10^{-3}$

La formule  $G$  (IRWIN) =  $\frac{I}{E} (K_1^2 + K_2^2)$  conduit, comme  $K_2 = 0$ , à  $K_1 = 21,491$

### 2.3 Résultats de référence pour les dérivées de G

En faisant varier le module d'Young et le chargement  $F_y$ , on constate que :

$$G = \alpha F_y^2 \text{ avec } \alpha = 2.3 \cdot 10^{-3} \text{ soit } \frac{\partial G}{\partial F_y} = 2\alpha F_y$$

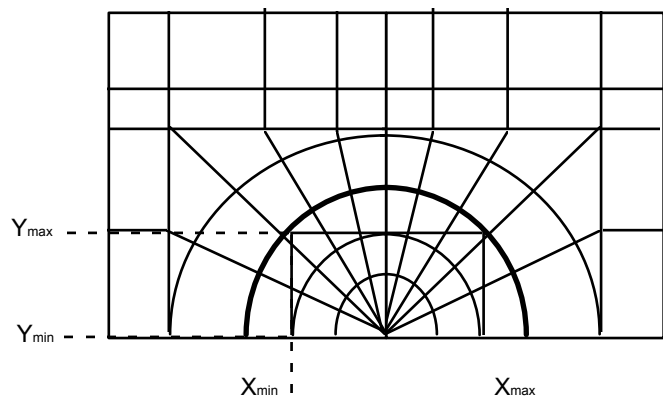
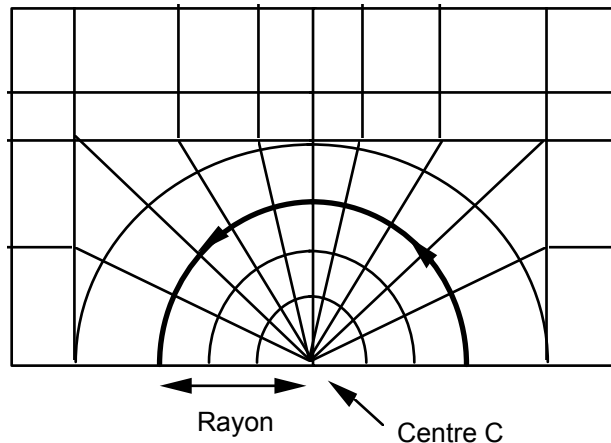
$$G = \frac{\beta}{E} \text{ avec } \beta = 460. \text{ soit } \frac{\partial G}{\partial E} = -\frac{G}{E}$$

### 2.4 Référence bibliographique

[1] BROWN-STAWLEY ASTM Special Technical Publication n° 410 (1966)

## 3 Modélisation B

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation



On calcule le champ  $\theta$  puis le taux de restitution d'énergie  $G$ , les coefficients de contraintes  $K1$  et  $K2$ , le taux de restitution d'énergie obtenu par la formule d'IRWIN, la direction de propagation de la fissure.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 673

Nombre de mailles et types : 112 mailles QUAD8 et 142 mailles TRIA6

### 3.3 Fonctionnalités testées

#### Commandes

AFFE_MODELE	MECANIQUE	C_PLAN	TOUT
AFFE_CHAR_MECA			
MECA_STATIQUE			
CALC_THETA	THETA_2D		
CALC_G_THETA			

## 4 Résultats de la modélisation B

### 4.1 Valeurs testées

Les valeurs testées sont le taux de restitution de l'énergie calculé par la méthode théta et le taux de restitution de l'énergie calculé par la formule d'IRWIN à partir des coefficients d'intensité de contraintes K1 et K2.

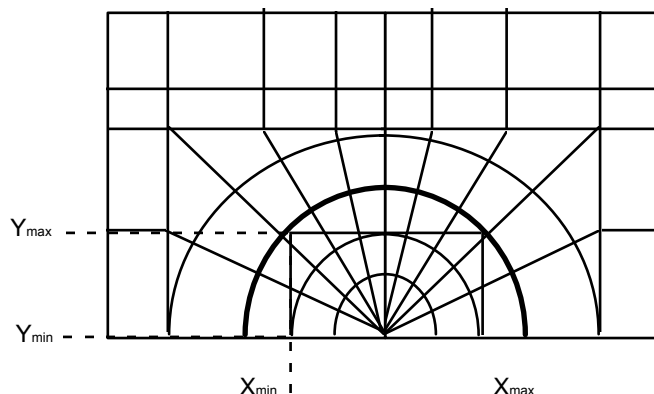
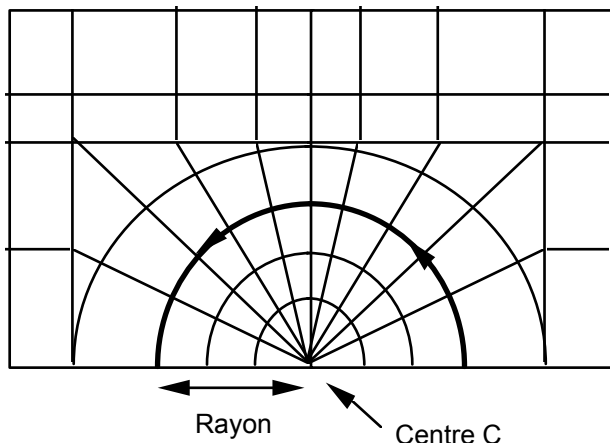
Identification	Référence	Aster	% différence
Couronne 1 G	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2994 \cdot 10^{-3}$	$4. \cdot 10^{-3}$
Couronne 2 G	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2993 \cdot 10^{-3}$	$4. \cdot 10^{-3}$
Couronne 3 G	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2993 \cdot 10^{-3}$	$4. \cdot 10^{-3}$
Couronne 4 G	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2991 \cdot 10^{-3}$	$4. \cdot 10^{-3}$
Couronne 5 G	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2981 \cdot 10^{-3}$	$5. \cdot 10^{-3}$
Couronne 6 G	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2906 \cdot 10^{-3}$	$8. \cdot 10^{-3}$
Couronne 1 G (IRWIN)	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2990 \cdot 10^{-3}$	$4. \cdot 10^{-3}$
Couronne 2 G (IRWIN)	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2989 \cdot 10^{-3}$	$4. \cdot 10^{-3}$
Couronne 3 G (IRWIN)	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2988 \cdot 10^{-3}$	$5. \cdot 10^{-3}$
Couronne 4 G (IRWIN)	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2986 \cdot 10^{-3}$	$5. \cdot 10^{-3}$
Couronne 5 G (IRWIN)	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2976 \cdot 10^{-3}$	$5. \cdot 10^{-3}$
Couronne 6 G (IRWIN)	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2891 \cdot 10^{-3}$	$8. \cdot 10^{-3}$

### 4.2 Remarque

Le calcul de G, K1, K2, G (IRWIN) =  $\frac{1}{E} (K_1^2 + K_2^2)$  a été effectué à partir de 6 champs  $\theta$  différents, correspondants chacun à une couronne circulaire centrée en C.

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation



Le chargement diffère :

- on supprime la contrainte imposée en  $Y = h$ ,
- on impose une pression  $p = -1$  sur les lèvres de la fissure.

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 673

Nombre de mailles et types : 112 mailles QUAD8 et 142 mailles TRIA6

### 5.3 Fonctionnalités testées

#### Commandes

AFFE_MODELE	MECANIQUE	C_PLAN	TOUT
AFFE_CHAR_MECA			
MECA_STATIQUE			
CALC_THETA	THETA_2D		
CALC_G_THETA			

## 6 Résultats de la modélisation C

### 6.1 Valeurs testées

Valeurs de G

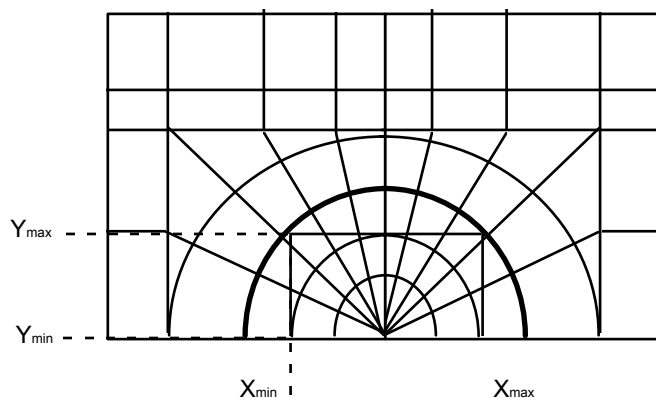
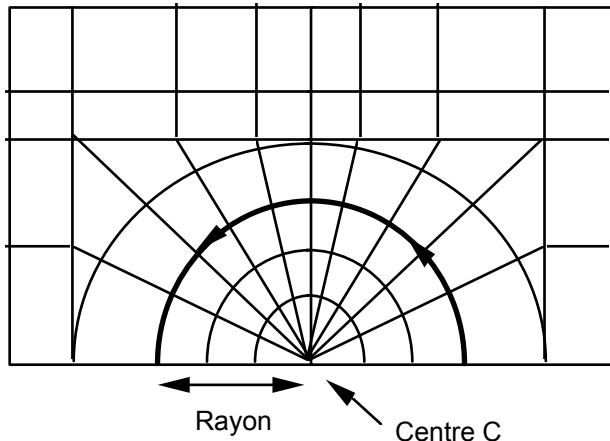
Identification	Référence	Aster	% différence
Couronne 1 G	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2994 \cdot 10^{-3}$	$4. \cdot 10^{-3}$
Couronne 2 G	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2993 \cdot 10^{-3}$	$4. \cdot 10^{-3}$
Couronne 3 G	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2993 \cdot 10^{-3}$	$4. \cdot 10^{-3}$
Couronne 4 G	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2991 \cdot 10^{-3}$	$4. \cdot 10^{-3}$
Couronne 5 G	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2981 \cdot 10^{-3}$	$5. \cdot 10^{-3}$
Couronne 6 G	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2906 \cdot 10^{-3}$	$8. \cdot 10^{-3}$
Couronne 1 G (IRWIN)	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2990 \cdot 10^{-3}$	$4. \cdot 10^{-3}$
Couronne 2 G (IRWIN)	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2990 \cdot 10^{-3}$	$4. \cdot 10^{-3}$
Couronne 3 G (IRWIN)	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2988 \cdot 10^{-3}$	$5. \cdot 10^{-3}$
Couronne 4 G (IRWIN)	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2986 \cdot 10^{-3}$	$5. \cdot 10^{-3}$
Couronne 5 G (IRWIN)	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2976 \cdot 10^{-3}$	$5. \cdot 10^{-3}$
Couronne 6 G (IRWIN)	$2.3093 \cdot 10^{-3}$	$2.2891 \cdot 10^{-3}$	$8. \cdot 10^{-3}$

### 6.2 Remarque

Le calcul de G, K1, K2 et G (IRWIN)  $\left( = \frac{1}{E} (K_1^2 + K_2^2) \right)$  a été effectué à partir des mêmes champs  $\theta$  que pour la modélisation précédente. Les résultats sont identiques.

## 7 Modélisation F

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation



On applique successivement :

- une force surfacique  $F_y=1$  en  $Y = h$ ,
- une pression  $p = -1$  sur les lèvres de la fissure.

et on calcule  $dG/dF_y$  et  $dG/dp$  sur 2 couronnes différentes.

Dans les 2 cas on calcule  $dG/dE$  sur les mêmes couronnes.

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 673

Nombre de mailles et types : 112 mailles QUAD8 et 142 mailles TRIA6

### 7.3 Fonctionnalités testées

#### Commandes

AFFE_MODELE	MECANIQUE	C_PLAN	TOUT
AFFE_CHAR_MECA			
MECA_STATIQUE			
CALC_THETA	THETA_2D		
CALC_G_THETA_T	SENSIBILITE		



## 8 Résultats de la modélisation F

### 8.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
dg/dE , couronne n°1	-1.15E-8	-1.149E-8	0.03
dg/dE , couronne n°2	-1.15E-8	-1.149E-8	0.03
dg/dFy , couronne n°1	4.6E-3	4.599E-3	0.03
dg/dFy , couronne n°2	4.6E-3	4.599E-3	0.03
dg/dp , couronne n°1	4.6E-3	4.599E-3	0.03
dg/dp , couronne n°2	4.6E-3	4.599E-3	0.03

## 9 Synthèse des résultats

---

Le calcul de G et de ses dérivées n'est pas sensible au choix du domaine d'intégration.