

Manuel de Validation**Fascicule V6.02 : Statique non linéaire des structures linéiques****Document : V6.02.501**

SSNL501 - Poutre encastrée aux deux extrémités soumise à une pression uniforme

Résumé :

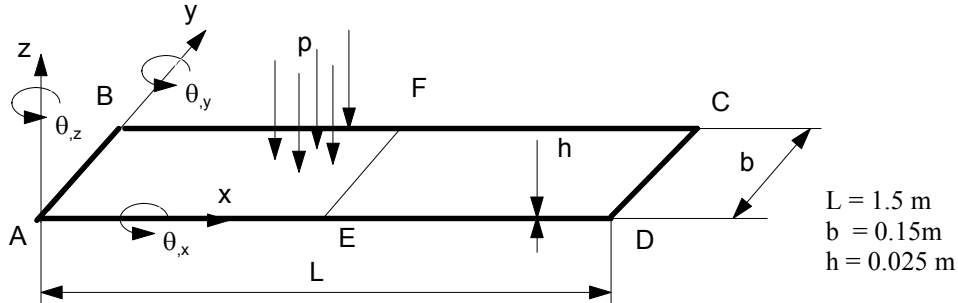
Ce test représente un calcul quasi-statique d'une poutre encastrée soumise à une pression uniforme, constituée d'un matériau élastique parfaitement plastique. Ce test permet de valider les modélisations éléments finis suivantes :

- COQUE_C_PLAN (SEG3),
- DKT (TRIA3 et QUAD4),
- COQUE_3D (TRIA7 et QUAD9),
- POU_D_T (SEG2).

La pression limite est comparée à une solution de référence analytique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés du matériau constituant la poutre sont :

$E = 2.10^{11} \text{ Pa}$ Module d'Young
 $\nu = 0.3$ Coefficient de poisson

Le matériau suit une loi de comportement élastique parfaitement plastique :

$\sigma_e = 2.35 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ Limite élastique
 $\varepsilon_e = 1.175 \cdot 10^{-3}$ Déformation élastique limite

1.3 Conditions aux limites et chargements

- C.L. : Cotés AB et CD encastrés
- Déplacement imposé suivant Z en E ($x=L/2$) :

$$DZ_e = 6.60910^{-3} \text{ m} \left(DZ_e = \frac{q_e L^4}{384 EI} \right)$$

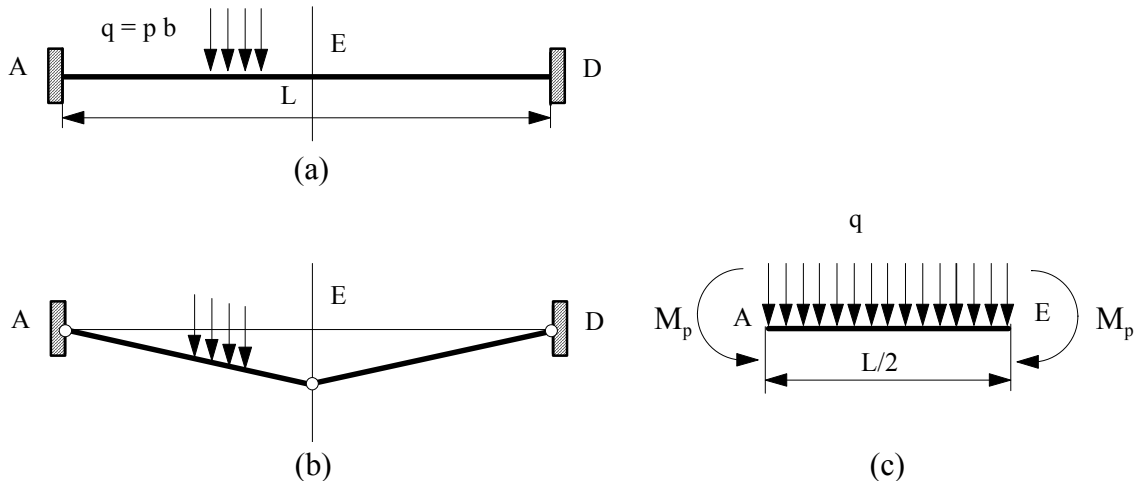
$DZ(E)$ varie de 0 à $30 DZ_e$

1.4 Conditions initiales

Sans objet

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence



La ruine de la poutre apparaît lorsqu'il y a des rotules plastiques aux points A, D et E (figure b). L'équilibre statique de la moitié gauche de la poutre, permet de déterminer la pression limite (figure c)

$$\sum M_A = 2M_p - q_L \left(\frac{L}{2}\right) \left(\frac{L}{4}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad q_L = \frac{16M_p}{L^2}$$

où :

$q_L \rightarrow$ représente la pression limite

$M_p \rightarrow$ représente le moment plastique ($M_p = \sigma_e \frac{bh^2}{4}$)

L'apparition du premier point plastique sur la fibre extérieure de la poutre a lieu aux points A et D, les autres fibres étant en régime élastique. La pression limite élastique est de $q_e = 2\sigma_e \frac{bh^2}{L^2}$.

2.2 Résultats de référence

Pression limite $q_L = 39\,166.67$ N/m

2.3 Incertitudes sur la solution

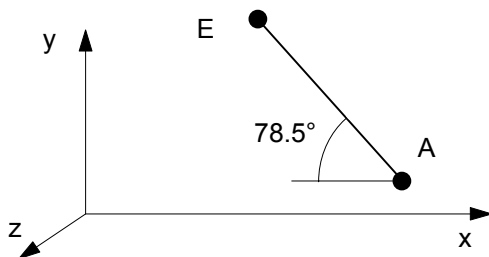
Solution analytique

2.4 Références bibliographiques

- [1] WILLIAM A. NASH : Theory and problems of Strength of material, Schaum's outline series, 2/ed, McGRAW-HILL

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE_C_PLAN

Point A (2.1 ; 0.7) (nœud n1)

Conditions aux limites : Point A : $u = v = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie : Point E : $\theta_z = 0$

la poutre étant inclinée à 78.5° , la valeur du déplacement imposé est alors : $DX_e = 6.609 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(78.5^\circ)$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21

Nombre de mailles et type : 10 SEG3

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION = 'COQUE_C_PLAN'
DEFI_MATERIAU	ECRO_LINE	D_SIGM_EPSI SY
AFFE_CARA_ELEM	COQUE	EPAIS A CIS = 0.833333
AFFE_CHAR_MECA	FORCE_COQUE	PRES
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	VMIS_ISOT_LINE COQUE_NCOU
	PILOTAGE	TYPE : 'DDL_IMPO'
TEST_RESU	RESU	PARA : 'ETA_PILOTAGE'

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

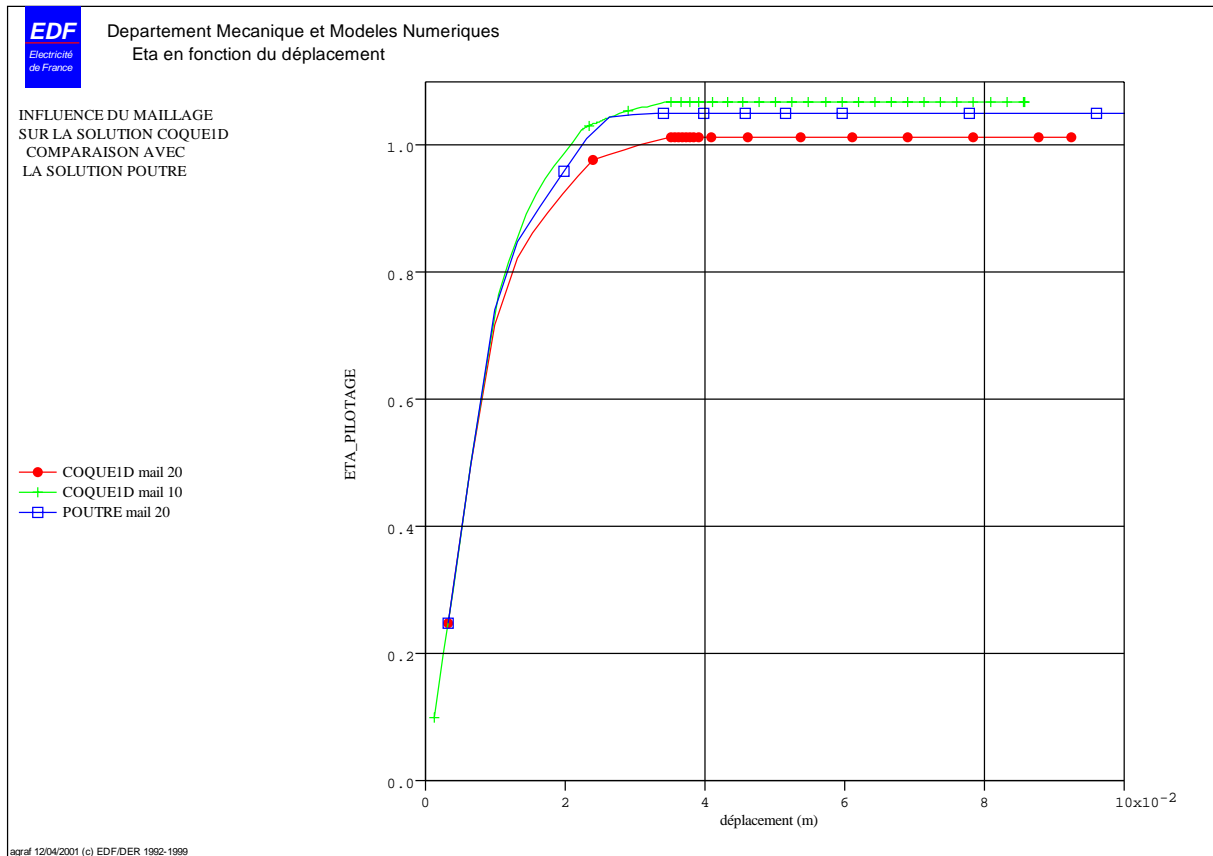
$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
10	ETA_PILOTAGE	10	1.0	1.0699	6.9
12	ETA_PILOTAGE	12	1.0	1.0699	6.9

4.2 Remarques

La largeur pour la modélisation COQUE_C_PLAN est imposée à 1 dans le Code_Aster. En conséquence, nous avons multiplié par $1/b$ le chargement pour tenir compte de la largeur réelle de la poutre.

Dans cette analyse on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE_CHAR_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA_PILOTAGE' est égale à 1.

4.3 Influence du raffinement du maillage



La référence étant prise par rapport à la solution poutre avec 20 éléments, on observe une amélioration des résultats COQUE_C_PLAN lorsque l'on raffine le maillage.

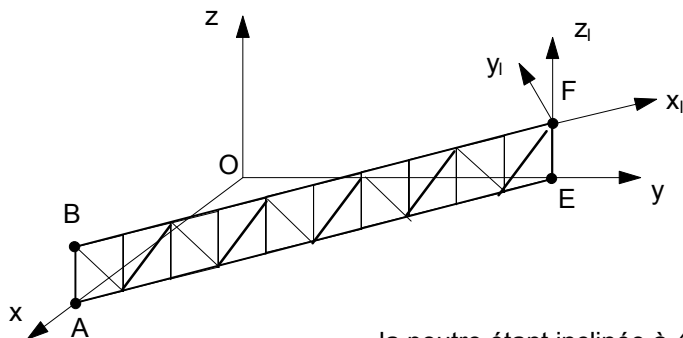
4.4 Paramètres d'exécution

Version : NEW 5.04.19
Machine : SGI-Origin2000 R12000
Encombrement mémoire : 16 mégaoctets

Temps CPU User : 16.26 secondes

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DKT (TRIA3)

$$OE = OA = L / 2\sqrt{2}$$

AB // EF // axe Z

Conditions aux limites (repère global)

- côté AB: $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie

- côté EF: $u = 0$ (repère local $x_1 y_1 z_1$)

- côté EF: $\theta_z = 0$ (repère global)

la poutre étant inclinée à 45° , la valeur du déplacement imposé est alors : $DX_e = 6.609 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(45^\circ)$

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 43

Nombre de mailles et type : 20 TRIA3

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFPE MODELE	AFPE	MODELISATION = 'DKT'
DEFI_MATERIAU	ECRO_LINE	D SIGM_EPSI SY
AFPE CARA_ELEM	COQUE	EPAIS
AFPE CHAR_MECA	FORCE_COQUE	PRES
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	VMIS_ISOT_LINE COQUE_NCOU
	PILOTAGE	TYPE : 'DDL_IMPO'
TEST_RESU	RESU	PARA : 'ETA_PILOTAGE'

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

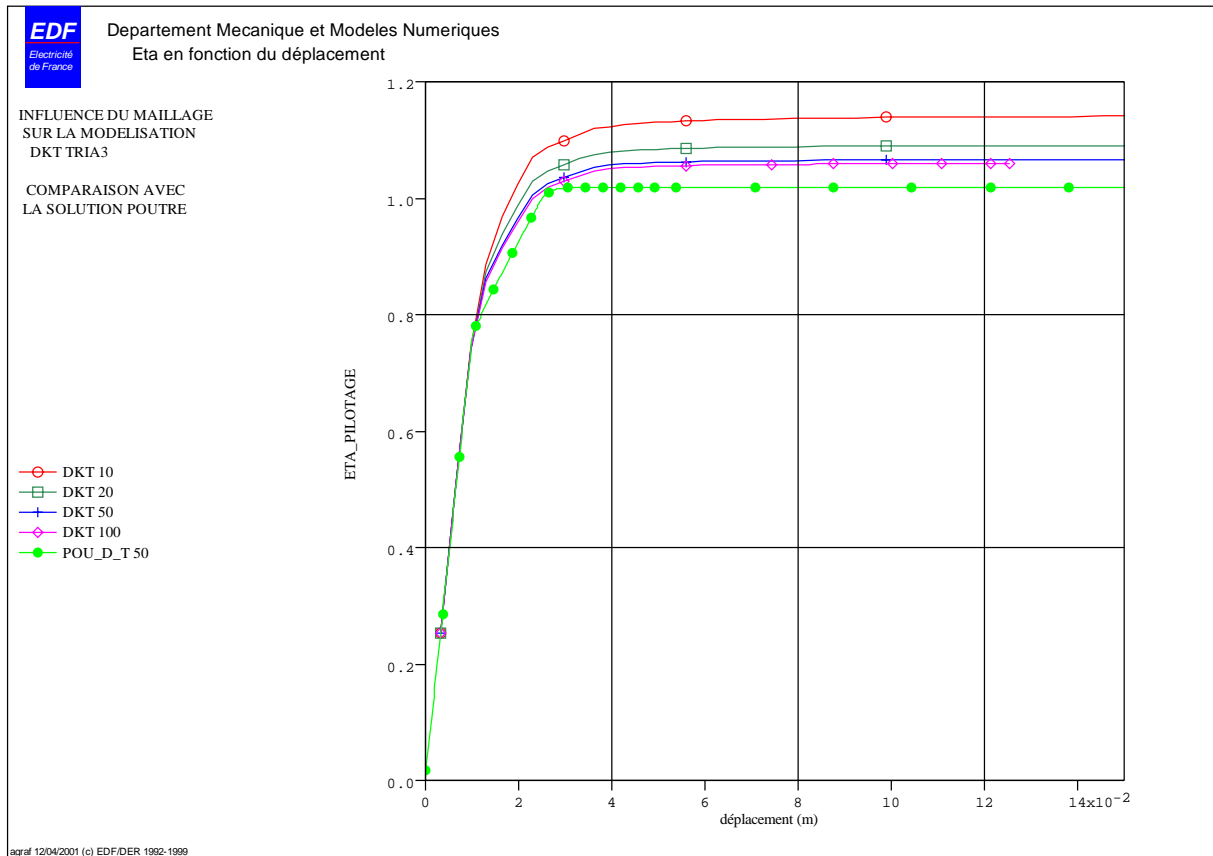
$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
5	ETA_PILOTAGE	5	1.0	1.11133	11.11
25	ETA_PILOTAGE	15	1.0	1.142	11.42

6.2 Remarques

Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFPE_CHAR_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA_PILOTAGE' est égale à 1.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA_PILOTAGE s'est stabilisée.

6.3 Influence du raffinement du maillage



La référence étant prise par rapport à la solution poutre avec 50 éléments, on observe une amélioration des résultats DKT TRIA3 lorsque l'on raffine le maillage.

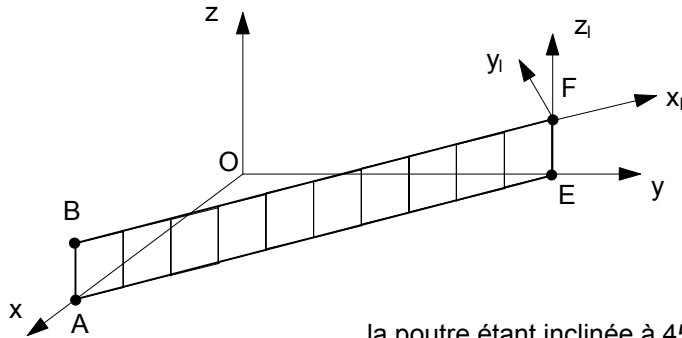
6.4 Paramètres d'exécution

Version : NEW 5.04.19
Machine : SGI-Origin2000 R12000
Encombrement mémoire : 16 mégaoctets

Temps CPU User : 20.48 secondes

7 Modélisation C

7.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DKT (QUAD4)

$$OE = OA = L / 2\sqrt{2}$$

AB // EF // axe Z

Conditions aux limites (repère global)

- côté AB: $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie

- côté EF: $u = 0$ (repère local $x_1 y_1 z_1$)

- côté EF: $\theta_z = 0$ (repère global)

la poutre étant inclinée à 45° , la valeur du déplacement imposé est alors : $DX_e = 6.609 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(45^\circ)$

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 43

Nombre de mailles et type : 10 QUAD4

7.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION = 'DKT'
DEFI_MATERIAU	ECRO_LINE	D_SIGM_EPSI SY
AFFE_CARA_ELEM	COQUE	EPAIS
AFFE_CHAR_MECA	FORCE_COQUE	PRES
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	VMIS_ISOT_LINE COQUE_NCOU
	PILOTAGE	TYPE : 'DDL_IMPO'
TEST_RESU	RESU	PARA : 'ETA_PILOTAGE'

8 Résultats de la modélisation C

8.1 Valeurs testées

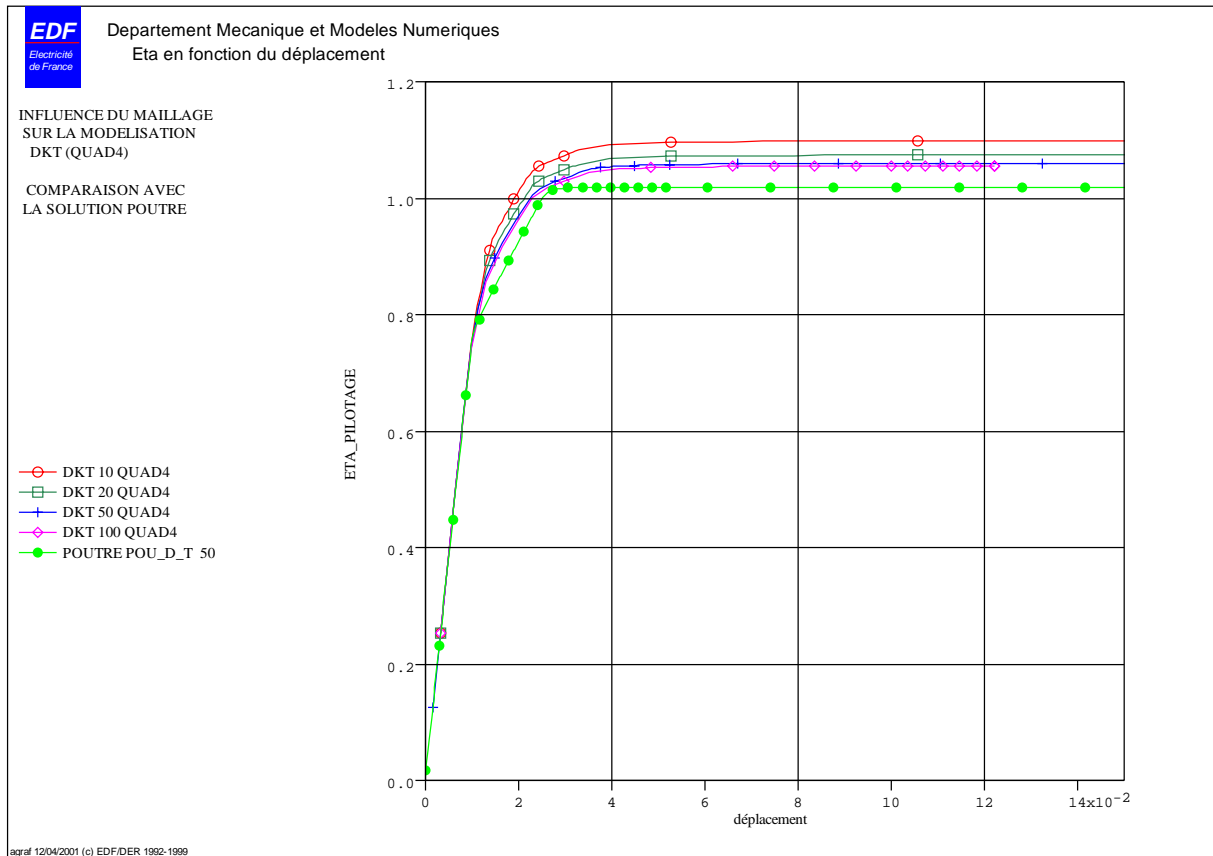
$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
5	ETA_PILOTAGE	5	1.0	1.0837	8.37
25	ETA_PILOTAGE	25	1.0	1.0998	9.98

8.2 Remarques

Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE_CHAR_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA_PILOTAGE' est égale à 1.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA_PILOTAGE s'est stabilisée.

8.3 Influence du raffinement du maillage



La référence étant prise par rapport à la solution poutre avec 50 éléments, on observe une amélioration des résultats DKT QUAD4 lorsque l'on raffine le maillage.

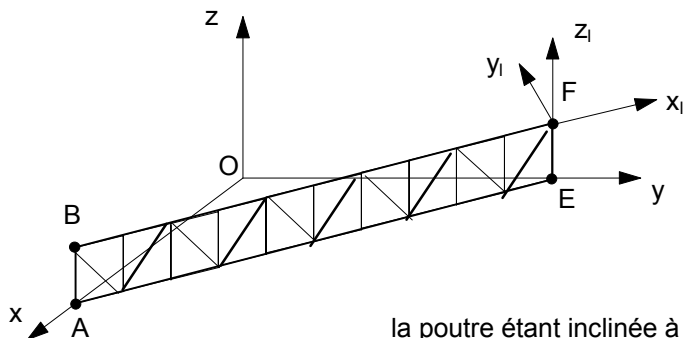
8.4 Paramètres d'exécution

Version : NEW 5.04.19
Machine : SGI-Origin2000 R12000
Encombrement mémoire : 16 mégaoctets

Temps CPU User : 27.55 secondes

9 Modélisation D

9.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE_3D (TRIA7)

$$OE = OA = L / 2\sqrt{2}$$

AB // EF // axe Z

Conditions aux limites (repère global)

- côté AB: $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie

- côté EF: $u = 0$ (repère local $x_1 y_1 z_1$)

- côté EF: $\theta_z = 0$ (repère global)

la poutre étant inclinée à 45°, la valeur du déplacement imposé est alors : $DX_e = 6.609 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(45^\circ)$

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 83

Nombre de mailles et type : 20 TRIA7

9.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE MODELE	AFFE	MODELISATION = 'COQUE_3D'
DEFI_MATERIAU	ECRO_LINE	D_SIGM_EPSI SY
AFFE_CARA_ELEM	COQUE	EPAIS A_CIS = 0
AFFE_CHAR_MECA	FORCE_COQUE	PRES
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	VMIS_ISOT_LINE COQUE_NCOU TYPE : 'DDL_IMPO'
TEST_RESU	RESU	PILOTAGE PARAM : 'ETA_PILOTAGE'

10 Résultats de la modélisation D

10.1 Valeurs testées

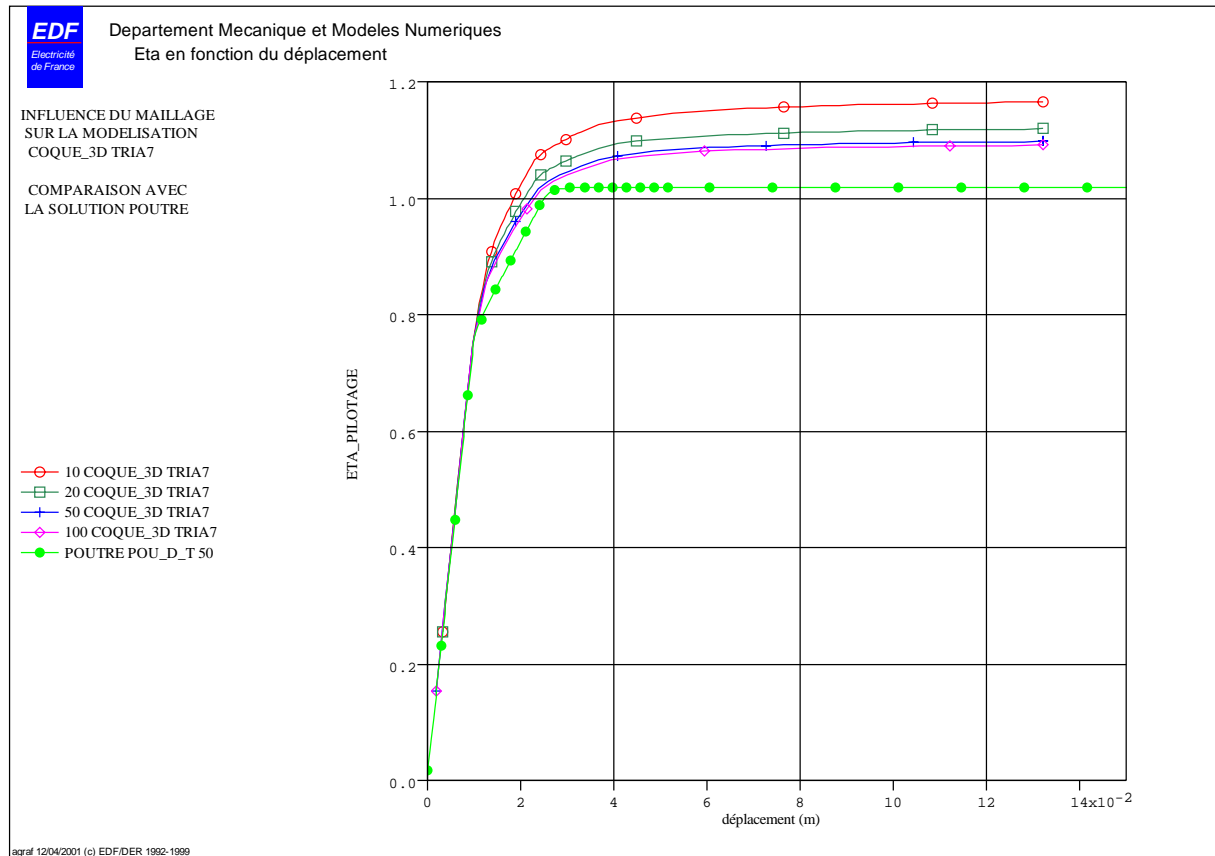
$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
5	ETA_PILOTAGE	5	1.0	1.1143	11.43
15	ETA_PILOTAGE	15	1.0	1.1682	16.82

10.2 Remarques

Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE_CHAR_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA_PILOTAGE' est égale à 1.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA_PILOTAGE s'est stabilisée.

10.3 Influence du raffinement du maillage



La référence étant prise par rapport à la solution poutre avec 50 éléments, on observe une amélioration des résultats coques 3D TRIA7 lorsque l'on raffine le maillage.

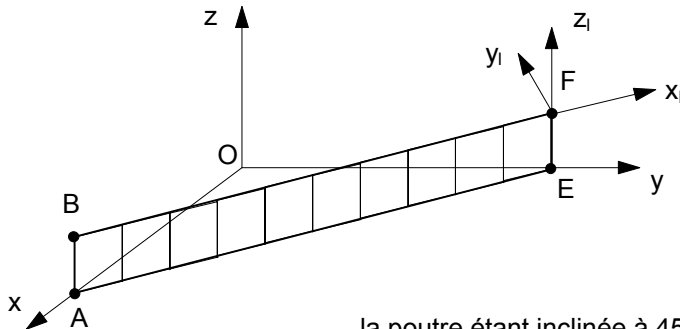
10.4 Paramètres d'exécution

Version : NEW 5.04.19
Machine : SGI-Origin2000 R12000
Encombrement mémoire : 16 mégaoctets

Temps CPU User : 72.54 secondes

11 Modélisation E

11.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE_3D (QUAD9)

$$OE = OA = L / 2\sqrt{2}$$

AB // EF // axe Z

Conditions aux limites (repère global)

- côté AB: $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

Conditions de symétrie

- côté EF: $u = 0$ (repère local $x_1 y_1 z_1$)

- côté EF: $\theta_z = 0$ (repère global)

la poutre étant inclinée à 45°, la valeur du déplacement imposé est alors : $DX_e = 6.609 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(45^\circ)$

11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 54

Nombre de mailles et type : 10 QUAD9

11.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION = 'COQUE_3D'
DEFI_MATERIAU	ECRO_LINE	D_SIGM_EPSI SY
AFFE_CARA_ELEM	COQUE	EPAIS A_CIS = 10^5
AFFE_CHAR_MECA	FORCE_COQUE	PRES
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	VMIS_ISOT_LINE COQUE_NCOU TYPE : 'DDL_IMPO'
TEST_RESU	RESU	PILOTAGE PARAM : 'ETA_PILOTAGE'

12 Résultats de la modélisation E

12.1 Valeurs testées

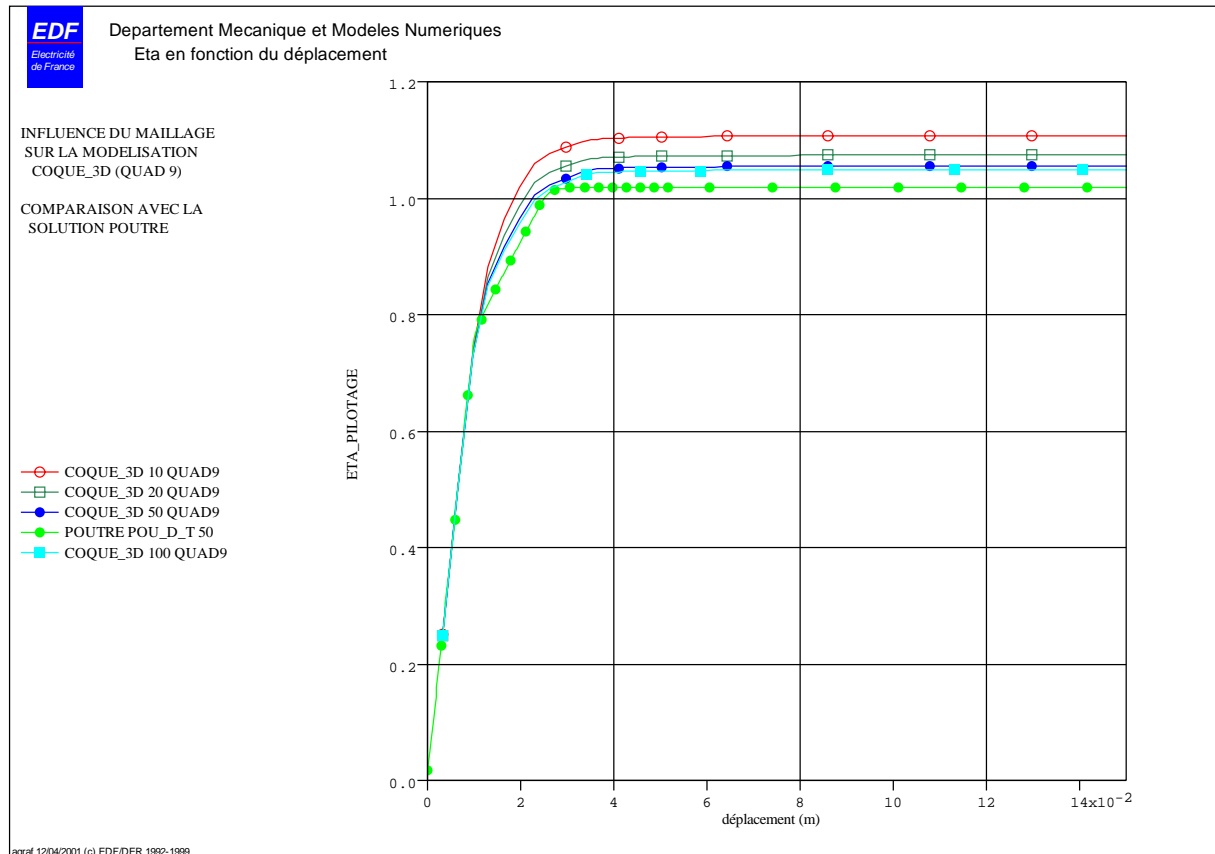
$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
5	ETA_PILOTAGE	5	1.0	1.0978	9.78
25	ETA_PILOTAGE	25	1.0	1.1085	10.85

12.2 Remarques

Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE_CHAR_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA_PILOTAGE' est égale à 1.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA_PILOTAGE s'est stabilisée.

12.3 Influence du raffinement du maillage



La référence étant prise par rapport à la solution poutre avec 50 éléments, on observe une amélioration des résultats coques 3D QUAD9 lorsque l'on raffine le maillage.

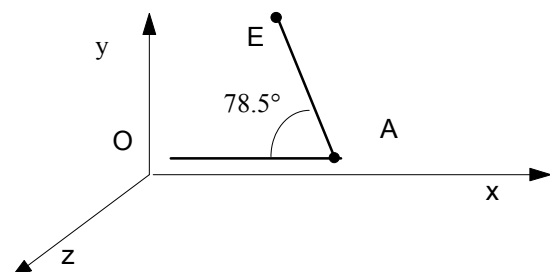
12.4 Paramètres d'exécution

Version : NEW 5.04.19
Machine : SGI-Origin2000 R12000
Encombrement mémoire : 16 mégaoctets

Temps CPU User : 74.93 secondes

13 Modélisation F

13.1 caractéristiques de la modélisation



Modélisation POU_D_T

A= 2.1 0.7 0.

AE =0.75 m

Conditions aux limites (repère global)

- noeud A: $u = v = w = q_x = q_y = q_z = 0$

Conditions de symétrie

- noeud E: $u = 0, q_z = 0$

la poutre étant inclinée à 78.5° , la valeur du déplacement imposé est alors : $DX_e = 6.609 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin(78.5^\circ)$

13.2 caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21

Nombre de mailles et type : 10 SEG2

13.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION = 'POU-D T'
DEFI_MATERIAU	ECRO_LINE	D_SIGM_EPSI SY
	VMIS_POUTRE	
AFFE_CARA_ELEM	POUTRE	SECTION CARA
AFFE_CHAR_MECA	FORCE_POUTRE	FY
STAT_NON_LINE	COMP_INCR PILOTAGE	VMIS_POU_LINE TYPE : 'DDL_IMPO'
TEST_RESU	RESU	PARA : 'ETA_PILOTAGE'

14 Résultats de la modélisation F

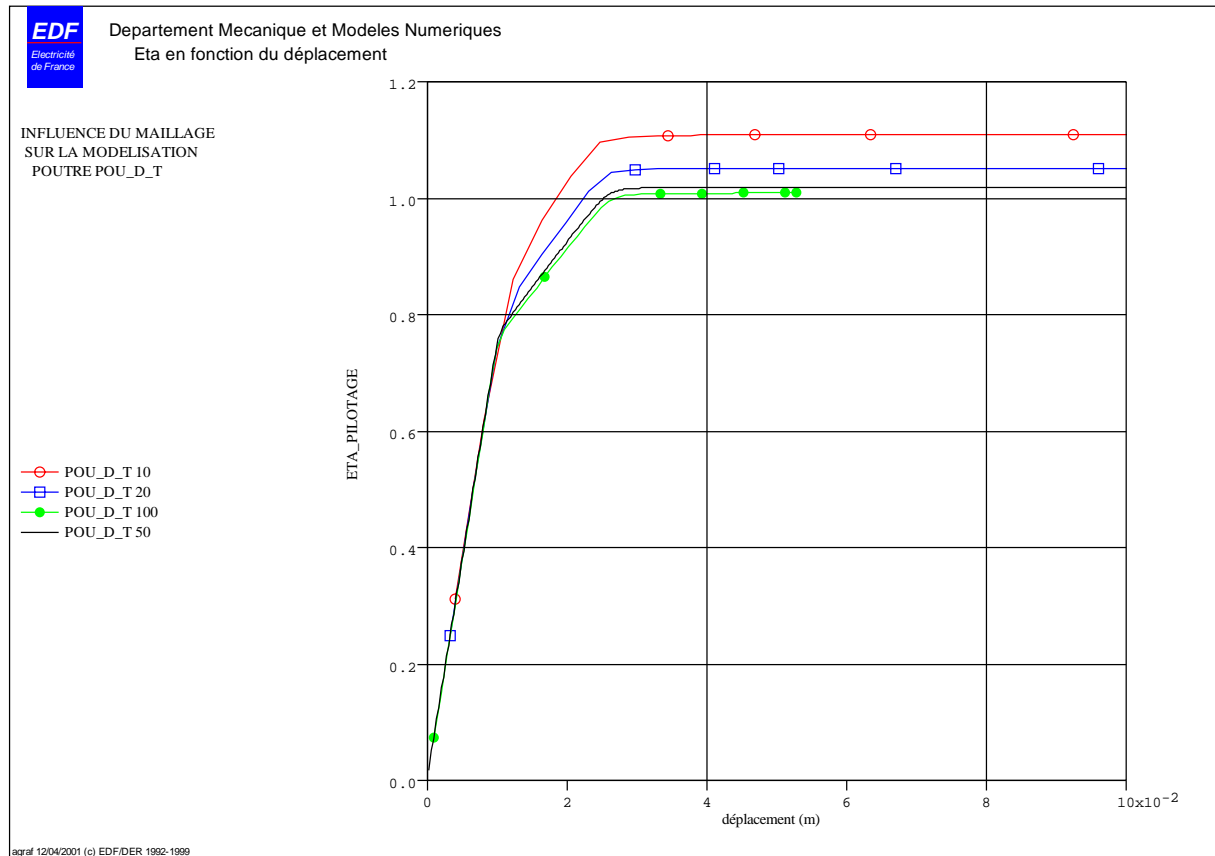
14.1 Valeurs testées

$DX(E)/DX_e$	Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
5	ETA_PILOTAGE	5	1.0	1.1083	10.83
25	ETA_PILOTAGE	25	1.0	1.1107	11.07

Dans cette analyse, on utilise pour trouver la solution, une technique de résolution de type déplacement imposé ('DDL_IMPO'). Cette méthode fournit pour chaque valeur de déplacement imposé, un coefficient multiplicateur du chargement ('ETA_PILOTAGE'). La valeur du chargement imposé dans 'AFFE_CHAR_MECA' est égale à la pression limite, en conséquence la valeur de référence du paramètre 'ETA_PILOTAGE' est égale à 1.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA_PILOTAGE s'est stabilisée.

14.2 Influence du raffinement du maillage



la solution poutre s'améliore sensiblement lorsque l'on raffine le maillage.

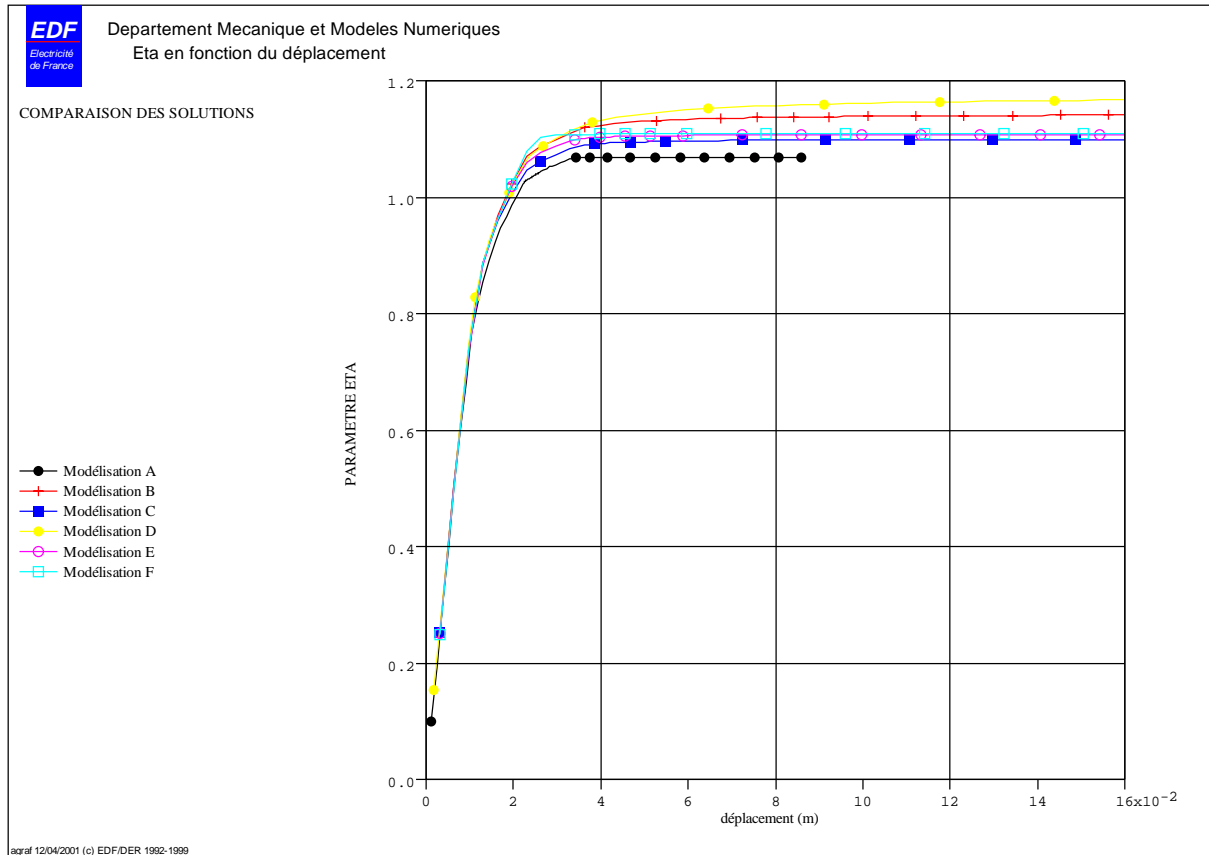
14.3 Paramètres d'exécution

Version : NEW 5.04.19
Machine : SGI-Origin2000 R12000
Encombrement mémoire : 16 mégaoctets

Temps CPU User : 74.93 secondes

15 Synthèse des résultats

Sur la figure ci-dessous, nous présentons l'évolution du déplacement normal au centre de la plaque en fonction du paramètre de pilotage.



On observe que :

- les modélisations comportant des quadrangles donnent de meilleurs résultats, par rapport aux mailles triangles.

Les calculs ont été arrêtés lorsque la valeur du paramètre ETA_PILOTAGE s'est stabilisée, ou lorsque le calcul n'était plus possible. Compte tenu des maillages utilisés, les résultats obtenus sont satisfaisants. Les erreurs observées sont pour les modélisations :

- COQUE_C_PLAN : 6.9% (→ A),
- DKT : 11.4% pour la maille TRIA3 (→ B) et 9.9% pour la maille QUAD4 (→ C),
- COQUE_3D : 16% pour la maille TRIA7 (→ D) et 10.8% pour la maille QUAD9 (→ E),
- POUT_D_T : 11% (→ F).

Mais on constate qu'avec un maillage plus fin aux extrémités et au centre de la plaque, lieu où la plastification apparaît, il est possible de minimiser l'erreur par rapport à la solution de référence.