

Manuel de Validation**Fascicule V6.02 : Statique non-linéaire des structures linéiques****Document : V6.02.502**

SSNL502 - Poutre en flambement

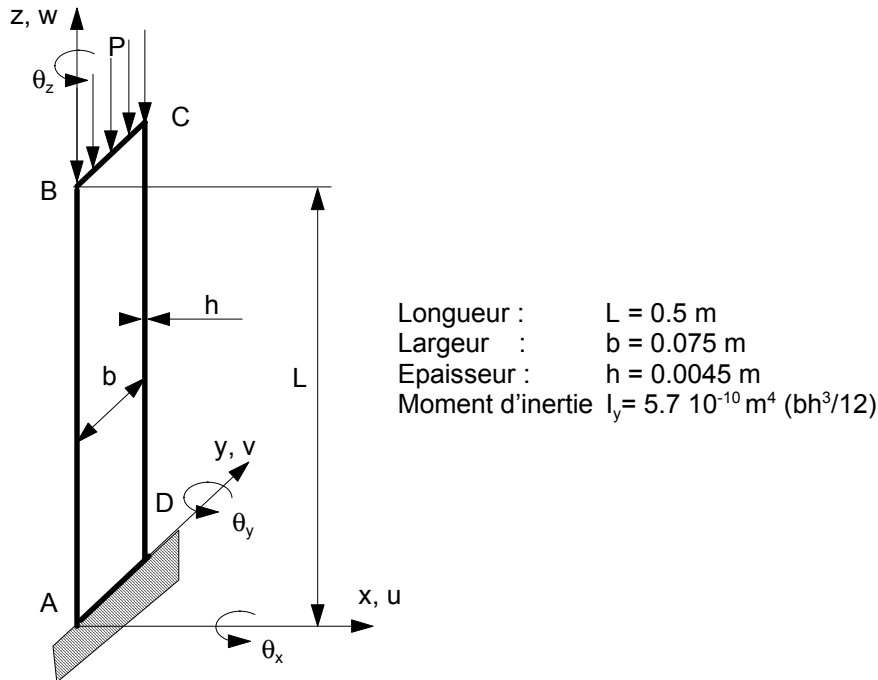
Résumé :

Ce test représente un calcul de stabilité d'une poutre console soumise à un effort de compression à une extrémité. Il permet de valider les modélisations éléments finis COQUE_3D avec les mailles TRIA7 et QUAD9 et la modélisation POU_D_T_GD avec les mailles SEG2 dans le domaine quasi-statique non-linéaire en grands déplacements et en grandes rotations en présence d'instabilité (Flambement d'Euler)

Les déplacements et les moments obtenus sont comparés à une solution de référence analytique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés du matériau constituant la plaque sont :

$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ Module d'Young
 $\nu = 0.3$ Coefficient de poisson

1.3 Conditions aux limites et chargements

- C.L. : Côté AD encasté
- On cherche les états successifs d'équilibre sous le chargement imposé sur le côté BC :

$$p(t) = p_{cr} t$$

avec t pseudo_temps
 p_{cr} charge critique d'Euler

La charge appliquée correspond à la charge critique d'Euler $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} = 1124.21 \text{ N}$

1.4 Conditions initiales

Sans objet

2 Solution de référence

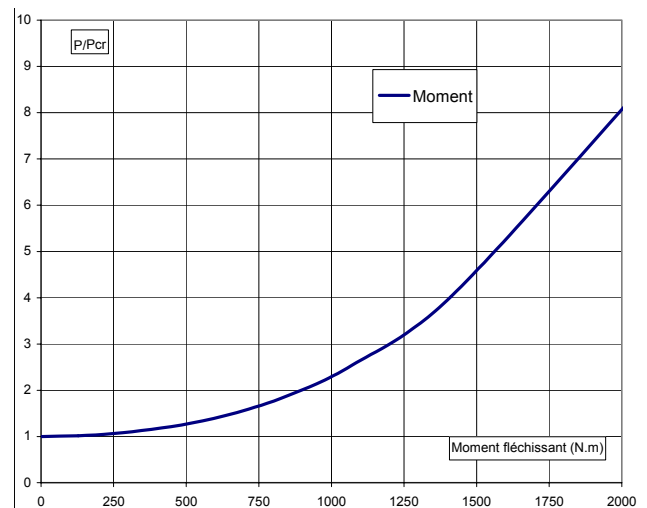
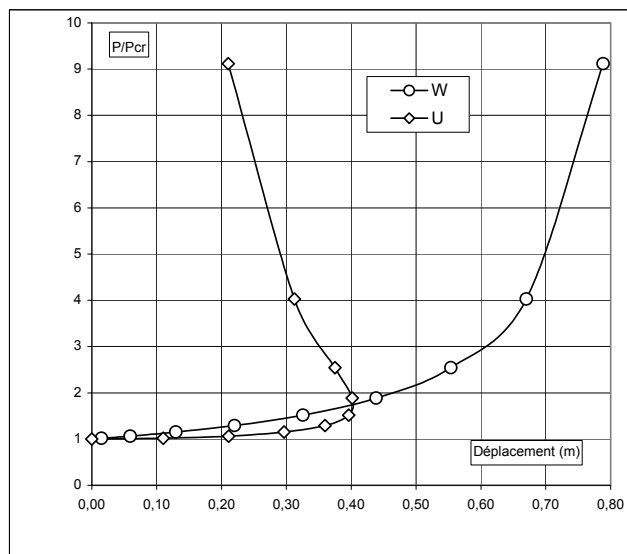
2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution du problème dit de l' "élastique" est présentée en [bib1] en faisant l'hypothèse de non extension de l'axe moyen. La solution analytique est obtenue en considérant des intégrales elliptiques.

2.2 Résultats de référence

Les résultats de référence retenus pour les vérifications sont indiqués en caractères **gras** dans le tableau ci-dessous. Les déplacements sont définis dans le repère de définition de la géométrie [§1.1].

P/P_{cr}	u_B/L	w_B/L	θ°	$M_A L/EI$	Charge P (N)	u_B (m)	w_B (m)	M_A (N.M)
1,015	0,220	0,030	20°	0,56	1141.07	0.1100	0.0150	127.58
1,063	0,422	0,119	40°	1,09	1195.03	0.2110	0.0595	248.32
1,152	0,593	0,259	60°	1,67	1295.09	0.2965	0.1295	380.45
1,293	0,719	0,440	80°	2,28	1453.60	0.3595	0.2200	519.41
1,518	0,792	0,651	100°	2,96	1706.55	0.3960	0.3255	674.33
1,884	0,803	0,877	120°	3,73	2118.01	0.4015	0.4385	849.74
2,541	0,750	1,107	140°	4,70	2856.62	0.3750	0.5535	1070.72
4,029	0,625	1,340	160°	6,20	4529.44	0.3125	0.6700	1412.44
9,116	0,421	1,577	176°	9,44	10248.29	0.2105	0.7885	2150.55



2.3 Incertitudes sur la solution

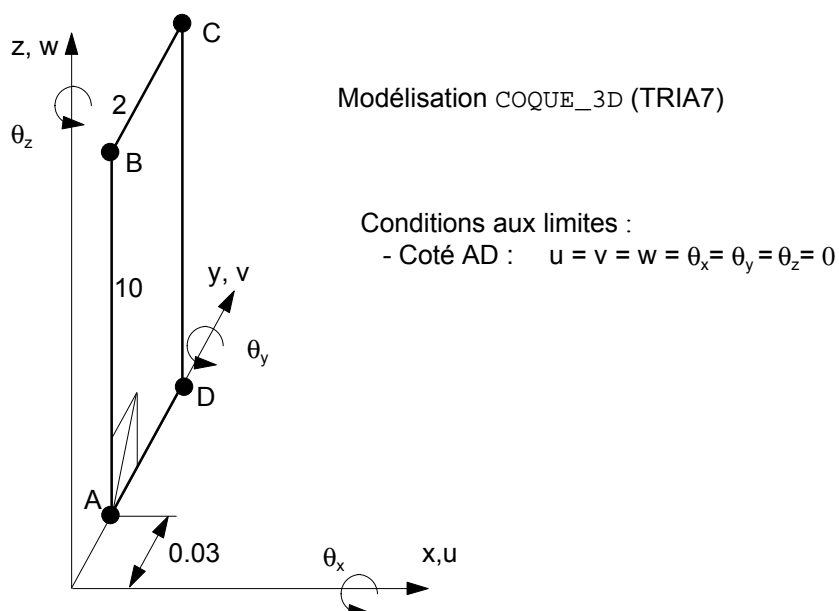
Solution analytique

2.4 Références bibliographiques

- [1] S.P. TIMOSHENKO, J.M. GERE : Théorie de la stabilité élastique, deuxième édition, DUNOD 1966.
- [2] J.L. BATOZ : Grands déplacements et grandes rotations de poutres minces élastiques, Département de génie mécanique Université de Technologie de Compiègne 1981.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 145
Nombre de mailles et type : 40 TRIA7

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION = 'COQUE_3D'
AFFE_CARA_ELEM	COQUE	EPAIS COEF_RIGI_DRZ = 0.001
AFFE_CHAR_MECA	FORCE_ARETE	FX , FZ
STAT_NON_LINE	PILOTAGE	TYPE= 'LONG_ARC'

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

DZ	Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
-0.0150	DX	1.04532	0.1100	0.1025	0.230
	DZ	1.04532	-0.0150	-0.0154	2.498
	ETA_PILOTAGE	1.04532	1.015	1.0380	2.271
-0.0595	DX	1.09778	0.2110	0.2081	-1.340
	DZ	1.09778	-0.0595	-0.0580	-2.572
	ETA_PILOTAGE	1.09778	1.063	1.098	3.274
-0.22	DX	1.20824	0.3595	0.3579	-0.451
	DZ	1.20824	-0.22	-0.22	-0.010
	ETA_PILOTAGE	1.20824	1.293	1.39	7.483
-0.3255	DX	1.26646	0.396	0.3937	-0.581
	DZ	1.26646	-0.3255	-0.3298	1.32
	ETA_PILOTAGE	1.26646	1.518	1.688	11.182
-0.5535	DX	1.38521	0.375	0.3668	-2.186
	DZ	1.38521	-0.5535	-0.554	0.094
	ETA_PILOTAGE	1.38521	2.541	3.038	19.562
-0.67	DX	1.46121	0.3125	0.2971	-4.924
	DZ	1.46121	-0.67	-0.6711	0.166
	ETA_PILOTAGE	1.46121	4.029	5.28	31.053

4.2 Remarques

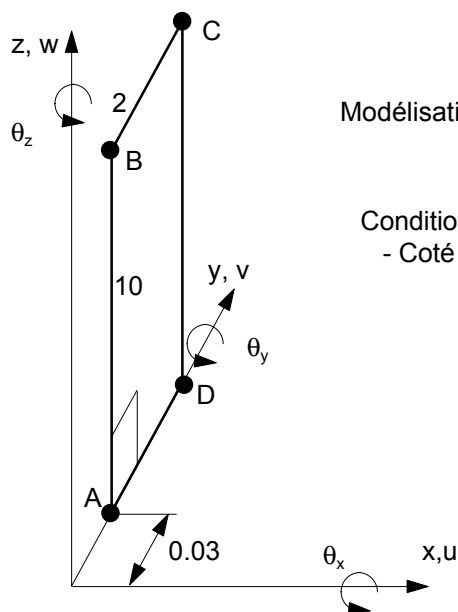
La stratégie de calcul utilisée se décompose en deux étapes :

- **Chargement imposé** : on impose une charge perturbatrice de 1/1000 de la charge critique suivant X pour faire apparaître le mode de flambement. Cette charge est appliquée pour $P/P_{cr}=0.98$ et jusqu'à $P/P_{cr}=1.015$.
- **Déplacement imposé** : au delà de 1.01, la structure est devenue très souple, on impose un accroissement de déplacement DZ (option DDL_IMPO dans STAT_NON_LINE) pour déterminer le comportement post-flambement.

L'utilisation de la technique de longueur d'arc rend difficile la définition de la valeur de référence à introduire dans la commande TEST_RESU, puisque ces valeurs ne peuvent pas être imposées. Pour définir les valeurs de référence, nous avons recherché les valeurs de DZ les plus proches possibles de celles listées dans le tableau du [§2.2] et nous avons reporté les valeurs du paramètre de pilotage et de DX que l'on devait obtenir pour les valeurs de DZ en question.

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE_3D (QUAD9)

Conditions aux limites :

- Coté AD : $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 105

Nombre de mailles et type : 20 QUAD9

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION = 'COQUE_3D'
AFFE_CARA_ELEM	COQUE	EPAIS COEF_RIGI_DRZ = 0.001
AFFE_CHAR_MECA	FORCE_ARETE	FX , FZ
STAT_NON_LINE	PILOTAGE	TYPE='LONG_ARC'

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

DZ	Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
-0.0150	DX	1.03356	0.1100	0.1086	-1.255
	DZ	1.03356	-0.0150	-0.0149	-0.656
	ETA_PILOTAGE	1.03356	1.015	1.028	1.366
-0.0595	DX	1.08921	0.2110	0.2115	0.228
	DZ	1.08921	-0.0595	-0.0599	0.689
	ETA_PILOTAGE	1.08921	1.063	1.087	2.256
-0.22	DX	1.20259	0.3595	0.3618	0.653
	DZ	1.20259	-0.22	-0.226	2.932
	ETA_PILOTAGE	1.20259	1.293	1.36	5.215
-0.3255	DX	1.25521	0.396	0.3944	-0.384
	DZ	1.25521	-0.3255	-0.3247	-0.231
	ETA_PILOTAGE	1.25521	1.518	1.594	5.034
-0.5535	DX	1.37521	0.375	0.374	-0.099
	DZ	1.37521	-0.5535	-0.5501	-0.608
	ETA_PILOTAGE	1.37521	2.541	2.6875	5.767
-0.67	DX	1.45321	0.3125	0.3088	-1.194
	DZ	1.45321	-0.67	-0.672	0.3
	ETA_PILOTAGE	1.45321	4.029	4.388	8.903

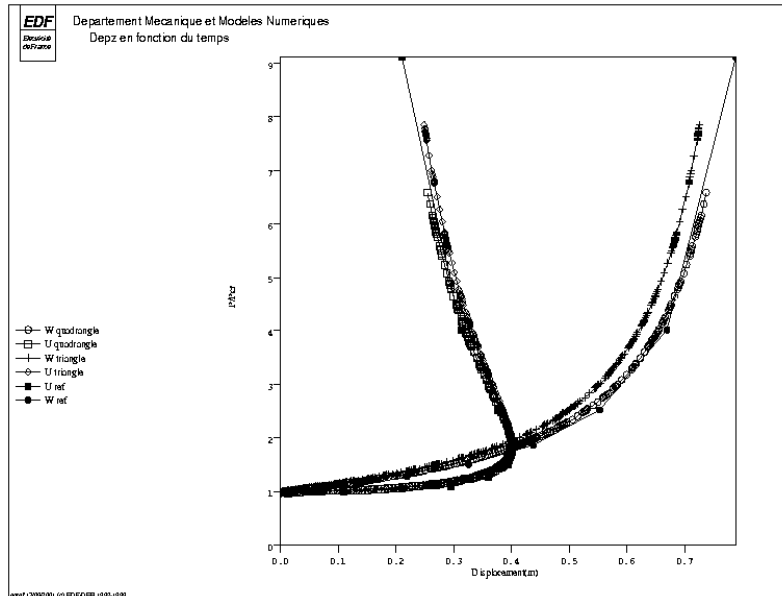
6.2 Remarques

La stratégie de calcul utilisée se décompose en deux étapes :

- **Chargement imposé** : on impose une charge perturbatrice de 1/1000 de la charge critique suivant X pour faire apparaître le mode de flambement. Cette charge est appliquée pour $P/P_{cr}=0.98$ et jusqu'à $P/P_{cr}=1.015$.
- **Déplacement imposé** : au delà de 1.01, la structure est devenue très souple, on impose un accroissement de déplacement DZ (option DDL_IMPO dans STAT_NON_LINE) pour déterminer le comportement post-flambement.

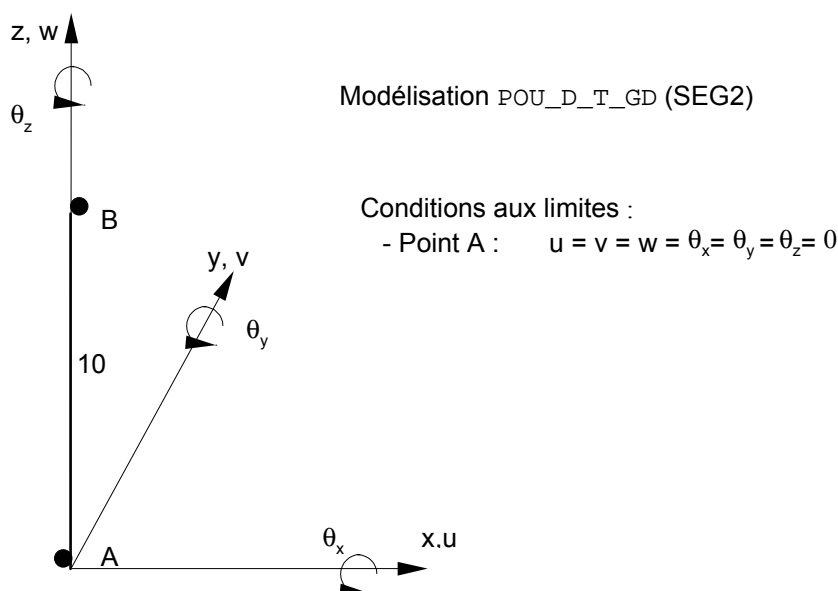
L'utilisation de la technique de longueur d'arc rend difficile la définition de la valeur de référence à introduire dans la commande TEST_RESU, puisque ces valeurs ne peuvent pas être imposées. Pour définir les valeurs de référence, nous avons recherché les valeurs de DZ les plus proches possibles de celles listées dans le tableau du §2.2] et nous avons reporté les valeurs du paramètre de pilotage et de DX que l'on devait obtenir pour les valeurs de DZ en question.

7 Résultats graphiques des modélisations A et B



8 Modélisation C

8.1 Caractéristiques de la modélisation



8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 11
Nombre de mailles et type : 10 SEG2

8.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION = 'POU_D_T_GD'
AFFE_CARA_ELEM	POUTRE	SECTION RECTANGLE
AFFE_CHAR_MECA	FORCE_NODALE	FX , FZ
STAT_NON_LINE	PILOTAGE	TYPE = 'LONG_ARC'

9 Résultats de la modélisation C

9.1 Valeurs testées

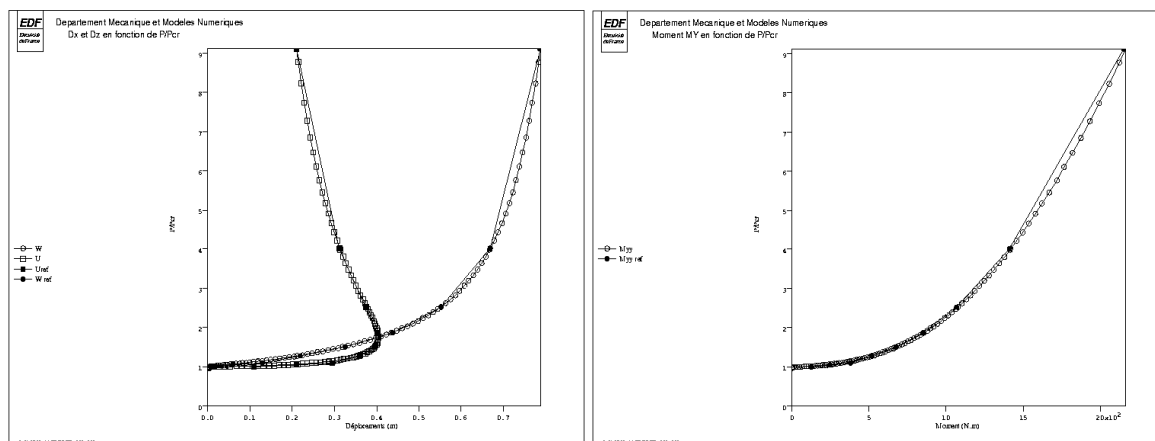
DZ	Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
-0.22	DX	1.18684	0.3595	0.3587	-0.64
	DZ	1.18684	-0.22	-0.2129	-3.2
	ETA_PILOTAGE	1.18684	1.293	1.292	-0.09
	MY	1.18684	519.41	519.1	0.06
-0.3255	DX	1.24521	0.396	0.397	0.1
	DZ	1.24521	-0.3255	-0.321	-1.4
	ETA_PILOTAGE	1.24521	1.518	1.5171	-0.06
	MY	1.24521	674.3	676.5	0.3
-0.4385	DX	1.30521	0.4015	0.4038	0.56
	DZ	1.30521	-0.4385	-0.4362	-0.54
	ETA_PILOTAGE	1.30521	1.884	1.885	0.053
	MY	1.30521	849.74	854.73	0.6

9.2 Remarques

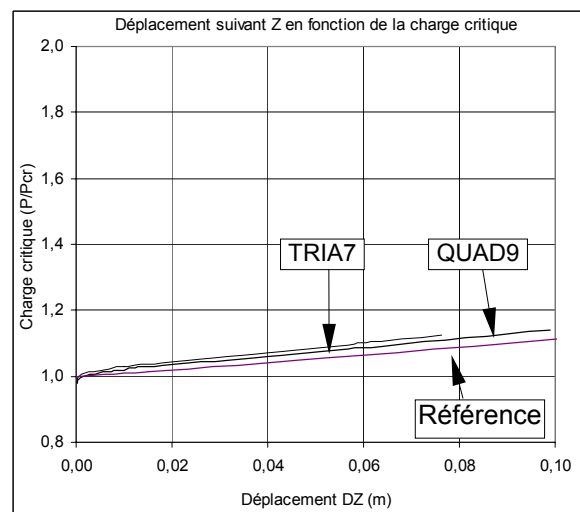
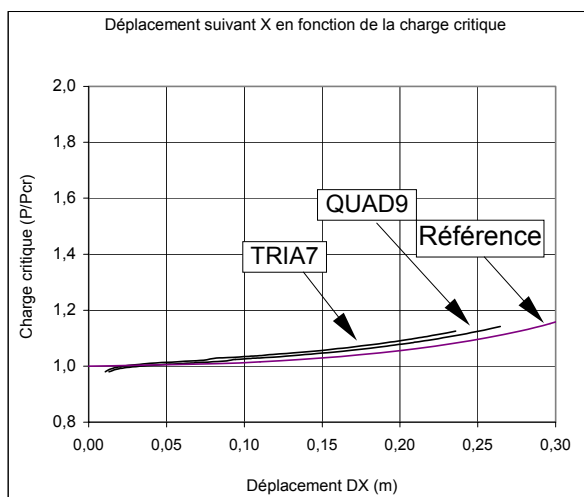
La stratégie de calcul utilisée se décompose en deux étapes :

- **Chargement imposé** : on impose une charge perturbatrice de 1/1000 de la charge critique suivant X pour faire apparaître le mode de flambement. Cette charge est appliquée pour $P/P_{cr}=0.98$ et jusqu'à $P/P_{cr}=1.015$.
- **Déplacement imposé** : au delà de 1.01, la structure est devenue très souple, on impose un accroissement de déplacement DZ (option DDL_IMPO dans STAT_NON_LINE) pour déterminer le comportement post-flambement.
- Les résultats sont en bonne adéquation avec la solution de référence à partir de $ETA_PILOTAGE = 1.293$. Avant cette valeur, la charge perturbatrice (nécessaire pour obtenir le flambage) dégrade la solution, et les écarts avec les solution analytique sont importants (jusqu'à 80%). Les valeurs correspondantes font l'objet de tests de non régression. Mais cet écart est uniquement lié à la charge perturbatrice, puisque en augmentant le chargement vertical, on retrouve la bonne solution.

9.3 Résultats graphiques de la modélisation C



10 Synthèse des résultats



La charge critique est bien détectée. Les deux premiers résultats correspondant aux charges $P/P_{cr}=1.015$ et 1.063 sont corrects, l'erreur maximum est de 3.5% pour la maille TRIA7 et de 2.2% pour la maille QUAD9. La maille QUAD9 donne de meilleurs résultats.

Si l'on poursuit les calculs avec les éléments de coques la maille QUAD9 continue de donner de meilleurs résultats. Dans la zone où les déplacements en DZ sont les plus importants, l'erreur commise sur la charge atteint 9% sur les quadrangles et va jusqu'à 30% sur les triangles. Les erreurs s'accroissent dans cette région du fait des pentes des courbes. La solution poutre du code fournit de bons résultats par rapport à la solution poutre de référence.

Le coefficient de correction du cisaillement transverse A_{CIS} a été mis à 0.833, correspondant aux coques épaisses. La valeur ($9000=10^6 \times H/L$) qui aurait dû être prise en compte ne permet pas d'effectuer les calculs. Elle introduit un mauvais conditionnement des matrices de rigidité en accroissant leurs disparités.

Page laissée intentionnellement blanche.