

Manuel de Validation**Fascicule V6.04 : Statique non linéaire des structures volumiques****Document : V6.04.124**

SSNV124 - Analyse limite régularisée. Loi de Norton-Hoff

Résumé

Ce test permet de valider les opérateurs utilisés en analyse limite régularisée. On calcule la charge limite par une approche cinématique régularisée par la méthode de Norton-Hoff-Friaâ.

On considère une plaque rectangulaire (modélisation A) ou un cube (modélisation B) ou un cylindre axisymétrique (modélisation C). Le matériau constitutif vérifie le critère de von Mises et la structure est soumise à des chargements sur les bords. Le calcul permet d'obtenir la charge limite dans la direction du chargement.

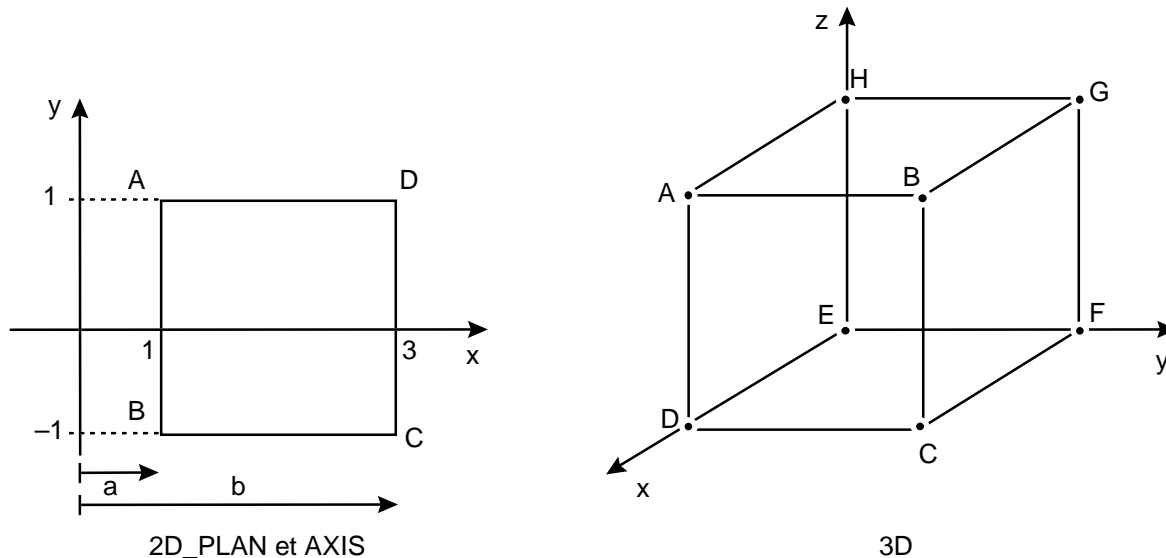
La structure est modélisée par des éléments incompressibles et le chargement est normalisé.

La résolution par la méthode régularisée de Norton-Hoff-Friaâ est réalisée dans la commande `STAT_NON_LINE` [U4.32.01]. Un post-traitement dans la commande `POST_ELEM` [U4.61.04] permet d'obtenir la valeur d'une borne supérieure de la charge limite, ainsi qu'une estimation.

La solution de référence est analytique et les résultats sont en parfait accord avec les valeurs de référence.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés de matériaux

Module d'Young : $E = 200\,000\text{ MPa}$.

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.5$

Limite d'élasticité : $\sigma_y = 10\text{ MPa}$.

Coefficient de la loi de Norton-Hoff : $n = 5$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Conditions limites en 2D :

- sur AB : $DX = 0$.
- sur BC : $DY = 0$.

Conditions limites en 3D :

- EFGH (FACEXINF) : $DX = 0$.
- ADEH (FACEYINF) : $DY = 0$.
- DCFE (FACEZINF) : $DZ = 0$.

Conditions limites en AXIS :

- sur BC et AD : $DY = 0$.

Le chargement paramétré par λ est :

- en 2D :
 $FY = -1$. sur AD
- en 3D :
 $FX = -0.2$ sur ABCD (FXSUP)
 $FY = -0.8$ sur BCFG (FYSUP)
- en AXIS :
 $FX = 1$. sur AB.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

On considère une plaque rectangulaire (modélisation A) ou un cube (modélisation B) ou un cylindre axisymétrique (modélisation C). Le matériau constitutif vérifie le critère de von Mises, avec pour seuil σ_y .

La structure est soumise à des pressions sur les bords horizontal $-\alpha f$ et vertical $-(1-\alpha)f$ avec $\alpha \geq 0.5$ ($\alpha = 1$ en 2D, $\alpha = 0.8$ en 3D). En 2D plan, on envisage deux façons de faire : d'une part en amplifiant les deux pressions ensemble, d'autre part en amplifiant que la pression horizontale, et en laissant la verticale constante. En axisymétrique, le solide est soumis à la pression interne seule $-\alpha f$. On obtient la charge limite exacte et celle par la méthode de régularisation [R7.07.01] dans cette direction de chargement, pour le critère de von Mises, avec le seuil σ_y .

Modélisation	cas	λ_{lim}	$\lambda_{\text{lim}}^{\text{sup}}$	$\lambda_{\text{lim}}^{\text{estimée}}$	puissance $L_0(\mathbf{u})$
A	2D plan	$\lambda_{\text{lim}} = \frac{2}{\sqrt{3} 2\alpha-1 } \cdot \frac{\sigma_y}{f}$	$\frac{2}{\sqrt{3} 2\alpha-1 } \cdot \frac{\sigma_y}{f}$	$\frac{2}{\sqrt{3} 2\alpha-1 } \cdot \frac{\sigma_y}{f} \cdot \frac{n}{1+n}$	0
Abis	2D plan	$\frac{2\sqrt{3}}{3 \alpha } \frac{\sigma_y}{f} + \frac{1-\alpha}{ \alpha } \lambda_0 f$	$\frac{2\sqrt{3}}{3 \alpha } \frac{\sigma_y}{f} + \frac{1-\alpha}{ \alpha } \lambda_0 f$	néant	$\frac{1-\alpha}{ \alpha } \cdot \lambda_0 f$
B $\alpha = 0,8$	3D	$\lambda_{\text{lim}} = \frac{1}{\sqrt{3\alpha^2-3\alpha+1}} \cdot \frac{\sigma_y}{f}$	$\frac{1}{\sqrt{3\alpha^2-3\alpha+1}} \cdot \frac{\sigma_y}{f}$	$\frac{1}{\sqrt{3\alpha^2-3\alpha+1}} \cdot \frac{\sigma_y}{f} \cdot \frac{n}{1+n}$	0
C $\alpha = 1$	2D AXIS	$\lambda_{\text{lim}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sigma_y}{f} \cdot \ln \frac{b}{a}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sigma_y}{f} \cdot \ln \frac{b}{a}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sigma_y}{f} \cdot \ln \frac{b}{a} \cdot \frac{n^2}{1+n}$	0

2.2 Résultats de référence

Modélisation	cas	λ_{lim}	$\lambda_{\text{lim}}^{\text{sup}}$	$\lambda_{\text{lim}}^{\text{estimée}}$	puissance $L_0(\mathbf{u})$
A	2D plan	11.547	11.547	9.6225	0
Abis	2D plan	14.6837	14.6837	néant	0.25
B	3D	13.867	13.867	11.556	0
C	2D AXIS	12.685	12.685	8.5545	0

2.3 Références bibliographiques

- [1] VOLDOIRE F., VISSE E. : Calcul de charge limite par la méthode de Norton-Hoff-Friaâ. [R7.07.01]

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On considère une plaque rectangulaire modélisée par un élément QUAD8 de type incompressible : `mip1qu8`. On étudie les deux cas : le premier avec les deux charges amplifiées, le deuxième avec la pression horizontale amplifiée et la verticale constante.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8

Nombre de mailles et types : 1 maille de type QUAD8 incompressible.

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot clé facteur	Mot clé simple	Argument	Clés
DEFI_MATERIAU	NORTON-HOFF	N SY		[U4.23.01]
AFFE_CHAR_MECA	LIAISON_CHAMNO	CHAM_NO NUME_LAGR	'APRES'	[U4.25.01]
STAT_NON_LINE	COMP_INCR SOLVEUR	RELATION METHODE	'NORTON_HOFF' 'LDLT'	[U4.32.01]
AFFE_CHAR_MECA	LIAISON_CHAMNO	CHAM_NO		[U4.25.01]
POST_ELEM	CHAR_LIMITE	TOUT	'OUI'	[U4.61.04]
TEST_TABLE		TABLE	'CHAR_LIMI_SUP' 'CHAR_LIMI_ESTIM' 'PUIS_PERMANENTE'	[U4.72.01]

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Identification	Cas	Référence	Aster	% différence	Tolérance
Charge limite supérieure	A	11.547	11.547	0.0	0.1%
	Abis	14.6837	14.6837	0.0	0.1%
Charge limite estimée	A	9.6225	9.6225	0.0	0.1%
	Abis	néant	néant		
Puissance permanente	A	0	0	0.0	0.1%
	Abis	0.25	0.25	0.0	0.1%

4.2 Paramètres d'exécution

Version : 4.03

Machine : CRAY C98

Encombrement mémoire :

8 mégamots

Système : 9.0

Temps CPU User :

UNICOS

8.7 secondes

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

On considère un cube modélisé par un élément HEXA20 de type incompressible : minc_hexa20.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20.

Nombre de mailles et types : 1 maille de type HEXA20 incompressible.

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot clé facteur	Mot clé simple	Argument	Clés
DEFI_MATERIAU	NORTON-HOFF	N SY		[U4.23.01]
AFFE_CHAR_MECA	LIAISON_CHAMNO	CHAM_NO NUME_LAGR	'APRES '	[U4.25.01]
STAT_NON_LINE	COMP_INCR SOLVEUR	RELATION METHODE	'NORTON_HOFF ' 'LDLT '	[U4.32.01]
AFFE_CHAR_MECA	LIAISON_CHAMNO	CHAM_NO		[U4.25.01]
POST_ELEM	CHAR_LIMITE	TOUT	'OUI '	[U4.61.04]
TEST_TABLE		TABLE	'CHAR_LIMI_SUP ' 'CHAR_LIMI_ESTIM ' 'PUIS_PERMANENTE '	[U4.72.01]

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence	Tolérance
Charge limite supérieure	13.867505	13.867505	0.0	0.1%
Charge limite estimée	11.556	11.556	0.0	0.1%

6.2 Paramètres d'exécution

Version : 4.03
Machine : CRAY C98
Encombrement mémoire : 8 mégamots
Système : 9.0
Temps CPU User : UNICOS
5.3 secondes

7 Modélisation C

7.1 Caractéristiques de la modélisation

On considère un cylindre modélisé par des éléments axisymétriques QUAD8 de type incompressible : miqxqu8, selon un maillage réglé.

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 96

Nombre de mailles et types : 25 mailles de type QUAD8 incompressible.

7.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot clé facteur	Mot clé simple	Argument	Clés
DEFI_MATERIAU	NORTON-HOFF	N SY		[U4.23.01]
AFFE_CHAR_MECA	LIAISON_CHAMNO	CHAM_NO NUME_LAGR	'APRES'	[U4.25.01]
STAT_NON_LINE	COMP_INCR SOLVEUR	RELATION METHODE	'NORTON_HOFF' 'LDLT'	[U4.32.01]
AFFE_CHAR_MECA	LIAISON_CHAMNO	CHAM_NO		[U4.25.01]
POST_ELEM	CHAR_LIMITE	TOUT	'OUI'	[U4.61.04]
TEST_TABLE		TABLE	'CHAR_LIMI_SUP' 'CHAR_LIMI_ESTIM' 'PUIS_PERMANENTE'	[U4.72.01]

8 Résultats de la modélisation C

8.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence	Tolérance
Charge limite supérieure	12.685	12.6866	0.0	0.1%
Charge limite estimée	8.5545	8.72227	1.96	2.0%

8.2 Paramètres d'exécution

Version : 4.03

Machine : CRAY C98

Encombrement mémoire : 8 mégamots

Système : 9.0

Temps CPU User :

UNICOS

4.3 secondes

9 Synthèse des résultats

Les résultats numériques sont en parfait accord avec les valeurs de référence. Dans le cas axisymétrique, les légères différences s'expliquent par le fait que le déplacement est en $1/r$ dans la solution analytique, ce qui n'est pas compris dans la base des éléments finis choisis.