

Manuel de Validation**Fascicule V3.04 : Statique linéaire des structures volumiques****Document : V3.04.100**

SSLV100 - Cylindre creux en déformations planes

Résumé :

Ce test permet de valider les éléments de déformation plane sur les fonctionnalités suivantes :

- pression répartie,
- matrice de rigidité,
- déplacements imposés :
 - par ddl,
 - par face d'élément.

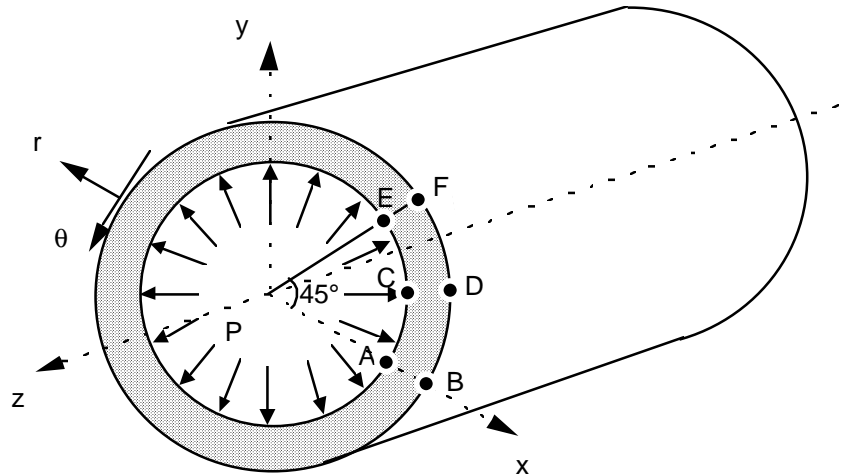
Il comprend 4 modélisations.

Les 3 premières correspondent à des éléments de type différent (linéaires et quadratiques).

La dernière valide les déplacements imposés par face (blocage de la composante normale).

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Rayon interne $a = 0.1 \text{ m}$
Rayon externe $b = 0.2 \text{ m}$

Coordonnées des points :

	A	B	C	D	E	F
x	0.100	0.200	$0.1 \cos(22.5)$	$0.2 \cos(22.5)$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}$
y	0.	0.	$0.1 \sin(22.5)$	$0.2 \sin(22.5)$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}$
z	0	0.	0.	0.	0.	0.

1.2 Propriétés des matériaux

$E = 2 \cdot 10^5 \text{ Mpa}$

$\nu = 0.3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Pression interne : $P = 60. \text{ MPa}$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Analytique

$$\begin{aligned}\sigma_{zz} &= 2\nu P \frac{a^2}{b^2 - a^2} \\ \sigma_{rr} &= P \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left[1 - \frac{b^2}{r^2} \right] \\ \sigma_{\theta\theta} &= P \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left[1 + \frac{b^2}{r^2} \right] \\ \sigma_{r\theta} &= 0 \\ u_r &= \frac{P}{E} \frac{a^2}{b^2 - a^2} (1 + \nu) \left[(1 - 2\nu) + \frac{b^2}{r^2} \right] r\end{aligned}$$

On obtient :

pour $r = 0.1$	$u_r = 5.72 \cdot 10^{-5}$	pour $r = 0.2$	$u_r = 3.64 \cdot 10^{-5}$
	$\sigma_{rr} = -60.$		$\sigma_{rr} = 0.$
	$\sigma_{\theta\theta} = 100.$		$\sigma_{\theta\theta} = 40.$
	$\sigma_{zz} = 12.$		$\sigma_{zz} = 12.$
	$\sigma_{r\theta} = 0.$		$\sigma_{r\theta} = 0.$

Passage dans le système d'axes cartésiens :

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \sigma_{rr} \cos^2 \theta + \sigma_{\theta\theta} \sin^2 \theta - 2 \sigma_{r\theta} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_{yy} &= \sigma_{rr} \sin^2 \theta + \sigma_{\theta\theta} \cos^2 \theta + 2 \sigma_{r\theta} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_{xy} &= \sigma_{rr} \sin \theta \cos \theta - \sigma_{\theta\theta} \sin \theta \cos \theta - 2 \sigma_{r\theta} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)\end{aligned}$$

avec :

- $\theta = 0^\circ$ aux points A et B,
- $\theta = 22.5^\circ$ aux points C et D,
- $\theta = 45^\circ$ aux points E et F.

2.2 Résultats de référence

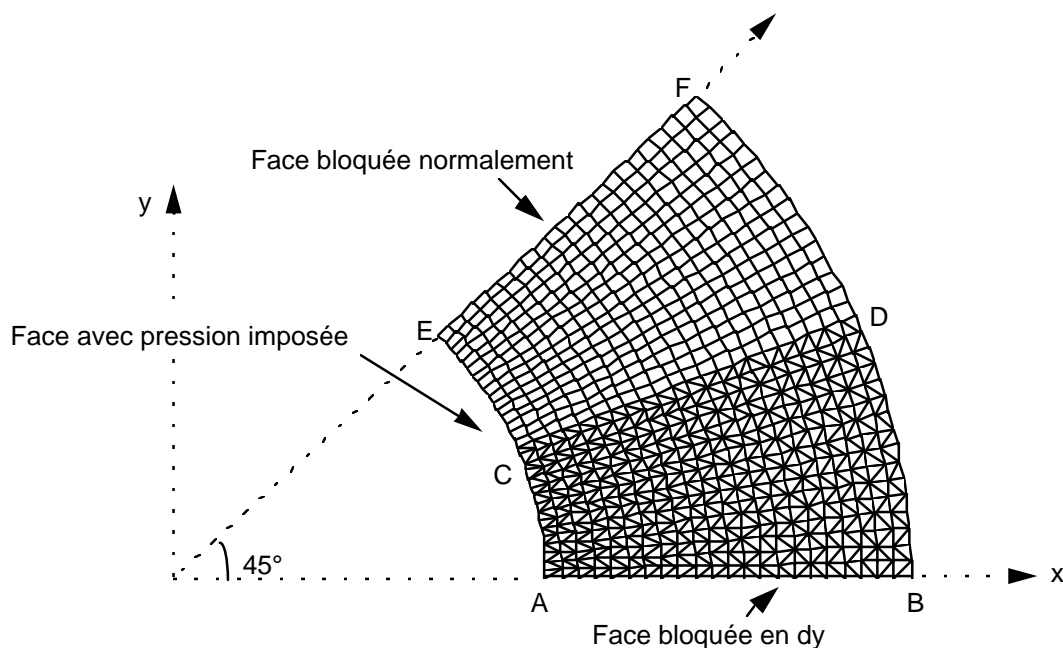
Déplacements (u, v) et contraintes $(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy})$ aux points A, B, C, D, E, F.

2.3 Références bibliographiques

- [1] Y. C. FUNG. Foundations of solid mechanics. Prentice-hall, inc. Englewood Cliffs. NJ. 1965 p. 243 à 245.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation : d-plan (QUAD4 + TRIA3)



Conditions limites :

côté AB

DDL_IMPO : (GROUP_NO:bordAB DY: 0.)

côté EF

FACE_IMPO : (GROUP_MA:faceEF DNOR: 0.)

pression sur la face AE

PRES_REP : (GROUP_MA:faceAE PRES: 60.)

Noms des nœuds :

A = N23

B = N1

C = N391

D = N369

E = N451

F = 751

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 759

Nombre de mailles et types : 704 TRIA3, 352 QUAD4

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	GROUP_NO		[U4.25.01]
	FACE_IMPO	GROUP_MA	DNOR	
	PRES_REP	GROUP_MA		
AFFE_MODELE	'MECANIQUE'	'D_PLAN'	TOUT	[U4.22.01]
DEFI_MATERIAU	ELAS			[U4.23.01]
CALC_CHAM_ELEM	'SIGM_ELNO_DEPL'			[U4.61.01]
POST_RELEVÉ		CHAM_GD	'EXTRACTION'	[U4.74.03]

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Lieu	Grandeur	Référence	Aster	% différence	tolérance
A	u	$5.72 \cdot 10^{-5}$	$5.7155 \cdot 10^{-5}$	-0.08	10^{-2}
	v	0.	eps	-	
	σ_{xx}	-60.	-56.3770	-6.04	
	σ_{yy}	100.	96.3917	-3.61	
	σ_{zz}	12.	12.0044	0.04	
	σ_{xy}	0.	-0.9563	-	
C	u	$5.28459 \cdot 10^{-5}$	$5.2832 \cdot 10^{-5}$	-0.03	10^{-2}
	v	$2.18895 \cdot 10^{-5}$	$2.1777 \cdot 10^{-5}$	-0.51	
	σ_{xx}	-36.56854	-33.5312	-8.31	
	σ_{yy}	76.56854	76.9335	0.48	
	σ_{zz}	12.	13.0207	8.51	
	σ_{xy}	-56.56854	-53.7445	-4.99	
E	u	$4.04465 \cdot 10^{-5}$	$4.0400 \cdot 10^{-5}$	-0.11	10^{-2}
	v	$4.04465 \cdot 10^{-5}$	$4.0400 \cdot 10^{-5}$	-0.11	
	σ_{xx}	20.	23.4926	17.46	
	σ_{yy}	20.	25.4141	27.07	
	σ_{zz}	12.	14.6720	22.27	
	σ_{xy}	-80.	-78.3081	-2.11	
B	u	$3.640 \cdot 10^{-5}$	$3.6405 \cdot 10^{-5}$	0.01	10^{-2}
	v	0.	eps	-	
	σ_{xx}	0.	-0.4064	-	
	σ_{yy}	40.	39.8759	-0.31	
	σ_{zz}	12.	11.8408	-1.33	
	σ_{xy}	0.	-0.4447	-	
D	u	$3.36292 \cdot 10^{-5}$	$3.3603 \cdot 10^{-5}$	-0.08	10^{-2}
	v	$1.39297 \cdot 10^{-5}$	$1.3945 \cdot 10^{-5}$	0.11	
	σ_{xx}	5.85786	5.2229	-10.84	
	σ_{yy}	34.14214	33.8961	-0.72	
	σ_{zz}	12.	11.7357	-2.20	
	σ_{xy}	-14.14214	-14.1755	0.24	
F	u	$2.57387 \cdot 10^{-5}$	$2.5710 \cdot 10^{-5}$	-0.11	10^{-2}
	v	$2.57387 \cdot 10^{-5}$	$2.5710 \cdot 10^{-5}$	-0.11	
	σ_{xx}	20.	19.1238	-4.38	
	σ_{yy}	20.	19.6156	-1.92	
	σ_{zz}	12.	11.6218	-3.15	
	σ_{xy}	-20.	-20.1797	0.90	

4.2 Remarques

L'augmentation de l'erreur, quand on passe de AB à CD puis EF, est imputable au maillage (densité en éléments QUAD4 inférieure à celle en TRIA3).

4.3 Paramètres d'exécution

Version : 3.03.32

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 8 mégamots

Système :

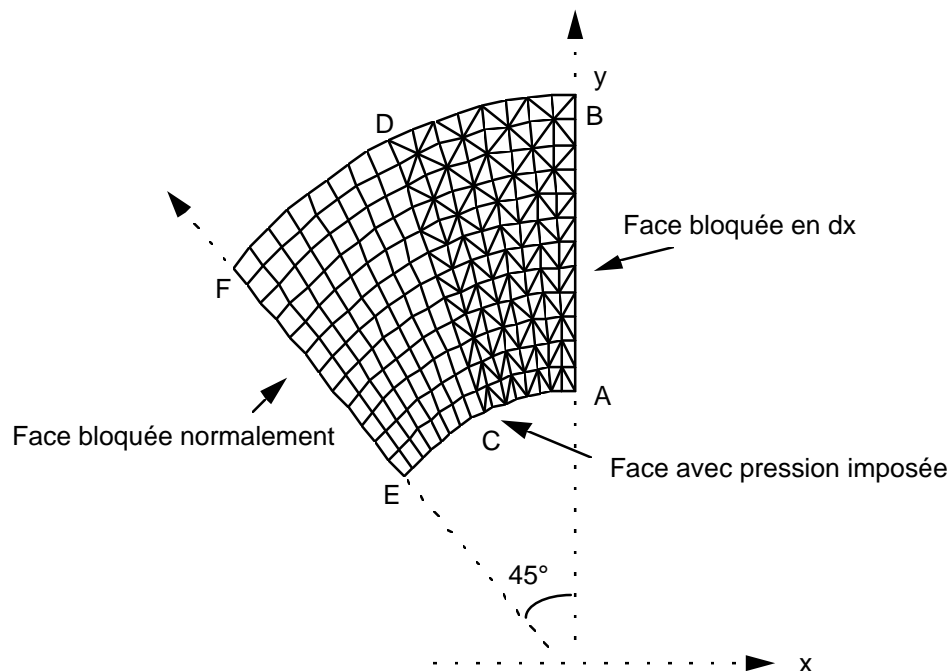
UNICOS 8.0

Temps CPU User :

8.54 secondes

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation : d-plan (QUAD8 + TRIA6)



Conditions limites :

côté AB

DDL_IMPO: (GROUP_NO:bordAB DY: 0.)

côté EF

FACE_IMPO: (GROUP_MA:faceEF DNOR: 0.)

pression sur AE

PRES_REP: (GROUP_MA:faceAE PRES: 60.)

Noms des nœuds :

$$A = N^2$$

B = N48

C = N401

D = N424

E = N606

F = N494

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 729

Nombre de mailles et types : 192 TRIA6, 96 QUAD8

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	GROUP_NO	DNOR	[U4.25.01]
	FACE_IMPO	GROUP_MA		
	PRES_REP	GROUP_MA		
AFFE_MODELE	'MECANIQUE'	'D_PLAN'	TOUT	[U4.22.01]
DEFI_MATERIAU	ELAS			[U4.23.01]
CALC_CHAM_ELEM	'SIGM_ELNO_DEPL'			[U4.61.01]
POST_RELEVÉ		CHAM_GD	'EXTRACTION'	[U4.74.03]

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Lieu	Grandeur	Référence	Aster	% différence	tolérance
A	u	0.	eps	-	10^{-2}
	v	$5.72 \cdot 10^{-5}$	$5.7155 \cdot 10^{-5}$	-0.04	
	σ_{xx}	100.	99.7100	-0.29	
	σ_{yy}	-60.	-59.7725	-0.38	
	σ_{zz}	12.	11.9813	-0.16	
	σ_{xy}	0.	0.2643	-	
C	u	$-2.18895 \cdot 10^{-5}$	$-2.1881 \cdot 10^{-5}$	-0.04	10^{-2}
	v	$5.28459 \cdot 10^{-5}$	$5.2826 \cdot 10^{-5}$	-0.04	
	σ_{xx}	76.56854	76.7005	0.17	
	σ_{yy}	-36.56854	-36.4500	-0.32	
	σ_{zz}	12.	12.0751	0.63	
	σ_{xy}	-56.56854	56.2844	-0.50	
E	u	$-4.04465 \cdot 10^{-5}$	$-4.0432 \cdot 10^{-5}$	-0.04	10^{-2}
	v	$4.04465 \cdot 10^{-5}$	$4.0432 \cdot 10^{-5}$	-0.04	
	σ_{xx}	20.	20.0083	$4 \cdot 10^{-4}$	
	σ_{yy}	20.	19.9988	$-6 \cdot 10^{-5}$	
	σ_{zz}	12.	12.0021	$2 \cdot 10^{-4}$	
	σ_{xy}	80.	79.8176	-0.23	
B	u	0.	eps	-	10^{-2}
	v	$3.640 \cdot 10^{-5}$	$3.6390 \cdot 10^{-5}$	-0.03	
	σ_{xx}	40.	39.9924	-0.02	
	σ_{yy}	0.	-0.001338	-	
	σ_{zz}	12.	11.9973	-0.02	
	σ_{xy}	0.	-0.04083	-	
D	u	$-1.39297 \cdot 10^{-5}$	$-1.3926 \cdot 10^{-5}$	-0.03	10^{-2}
	v	$3.36292 \cdot 10^{-5}$	$3.3619 \cdot 10^{-5}$	-0.03	
	σ_{xx}	34.14214	34.1361	-0.02	
	σ_{yy}	5.85786	5.8948	0.63	
	σ_{zz}	12.	12.0093	0.08	
	σ_{xy}	14.14214	14.1596	0.12	
F	u	$-2.57387 \cdot 10^{-5}$	$-2.5731 \cdot 10^{-5}$	-0.03	10^{-2}
	v	$2.57387 \cdot 10^{-5}$	$2.5731 \cdot 10^{-5}$	-0.03	
	σ_{xx}	20.	20.0000	$3 \cdot 10^{-6}$	
	σ_{yy}	20.	19.9996	$-2 \cdot 10^{-5}$	
	σ_{zz}	12.	11.9999	$-7 \cdot 10^{-6}$	
	σ_{xy}	20.	19.9975	$-1 \cdot 10^{-4}$	

6.2 Remarques

L'évolution de l'erreur induite par le maillage suivant AB, CD ou EF, est nettement atténuée par rapport à la modélisation A.

6.3 Paramètres d'exécution

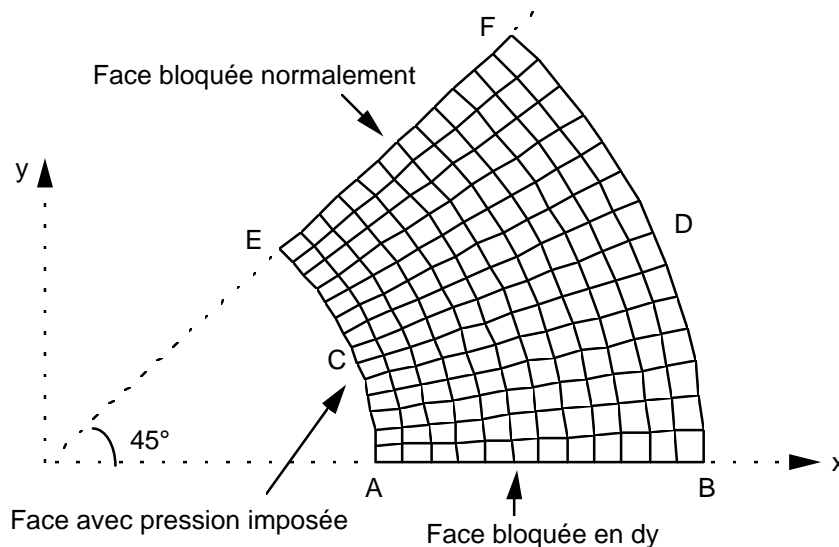
Version : 3.02.11
Machine : CRAY C90
Encombrement mémoire :

8 mégamots

Système : UNICOS 8.0
Temps CPU User : 6.11 secondes

7 Modélisation C

7.1 Caractéristiques de la modélisation : d-plan (QUAD9)



Conditions limites :

côté AB	DDL_IMPO :	(GROUP_NO:bordAB	DY: 0.)
côté EF	FACE_IMPO :	(GROUP_MA:faceEF	DNOR: 0.)
pression sur AE	PRES_REP :	(GROUP_MA:faceAE	PRES: 60.)

Noms des nœuds :	A = N1	B = N47	C = N351
	D = N374	E = N569	F = N423

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 725

Nombre de mailles et types : 168 QUAD9

7.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO FACE_IMPO PRES_REP	GROUP_NO GROUP_MA GROUP_MA	DNOR	[U4.25.01]
AFFE_MODELE	'MECANIQUE'	'D_PLAN'	TOUT	[U4.22.01]
DEFI_MATERIAU	ELAS			[U4.23.01]
CALC_CHAM_ELEM	'SIGM_ELNO_DEPL'			[U4.61.01]
POST_RELEVE		CHAM_GD	'EXTRACTION'	[U4.74.03]

8 Résultats de la modélisation C

8.1 Valeurs testées

Lieu	Grandeur	Référence	Aster	% différence	tolérance
A	u	$5.72 \cdot 10^{-5}$	$5.7173 \cdot 10^{-5}$	-0.05	10^{-2}
	v	0.	eps	-	
	σ_{xx}	-60.	-56.8334	-0.27	
	σ_{yy}	100.	99.84	-0.16	
	σ_{zz}	12.	12.0023	0.02	
	σ_{xy}	0.	-0.00272	-	
C	u	$5.28459 \cdot 10^{-5}$	$5.2821 \cdot 10^{-5}$	-0.05	10^{-2}
	v	$2.18895 \cdot 10^{-5}$	$2.1879 \cdot 10^{-5}$	-0.05	
	σ_{xx}	-36.56854	-36.45	0.32	
	σ_{yy}	76.56854	76.46	-0.14	
	σ_{zz}	12.	12.003	0.02	
	σ_{xy}	-56.56854	-56.45	0.2	
E	u	$4.04465 \cdot 10^{-5}$	$4.0427 \cdot 10^{-5}$	-0.05	10^{-2}
	v	$4.04465 \cdot 10^{-5}$	$4.0427 \cdot 10^{-5}$	-0.05	
	σ_{xx}	20.	19.996	$-2 \cdot 10^{-4}$	
	σ_{yy}	20.	20.011	$5.5 \cdot 10^{-4}$	
	σ_{zz}	12.	12.002	$2 \cdot 10^{-4}$	
	σ_{xy}	-80.	-79.837	0.2	
B	u	$3.640 \cdot 10^{-5}$	$3.6386 \cdot 10^{-5}$	0.04	10^{-2}
	v	0.	eps	-	
	σ_{xx}	0.	$-2.7 \cdot 10^{-3}$	-	
	σ_{yy}	40.	40.0011	$-4 \cdot 10^{-4}$	
	σ_{zz}	12.	11.9995	$-4 \cdot 10^{-4}$	
	σ_{xy}	0.	$-4.8 \cdot 10^{-4}$	-	
D	u	$3.36292 \cdot 10^{-5}$	$3.3617 \cdot 10^{-5}$	-0.04	10^{-2}
	v	$1.39297 \cdot 10^{-5}$	$1.3924 \cdot 10^{-5}$	-0.04	
	σ_{xx}	5.85786	5.8557	-0.03	
	σ_{yy}	34.14214	34.143	$2.5 \cdot 10^{-5}$	
	σ_{zz}	12.	11.9996	$3 \cdot 10^{-5}$	
	σ_{xy}	-14.14214	-14.1435	$-1 \cdot 10^{-4}$	
F	u	$2.57387 \cdot 10^{-5}$	$2.5729 \cdot 10^{-5}$	-0.04	10^{-2}
	v	$2.57387 \cdot 10^{-5}$	$2.5729 \cdot 10^{-5}$	-0.04	
	σ_{xx}	20.	19.999	$-3 \cdot 10^{-5}$	
	σ_{yy}	20.	20.0002	$1 \cdot 10^{-5}$	
	σ_{zz}	12.	11.9999	$-9 \cdot 10^{-6}$	
	σ_{xy}	-20.	-20.0025	-0.01	

8.2 Remarques

L'évolution de l'erreur induite par le maillage suivant AB, CD ou EF, est nettement atténuée par rapport à la modélisation A.

8.3 Paramètres d'exécution

Version : 3.02.11

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 8 mégamots

Système :

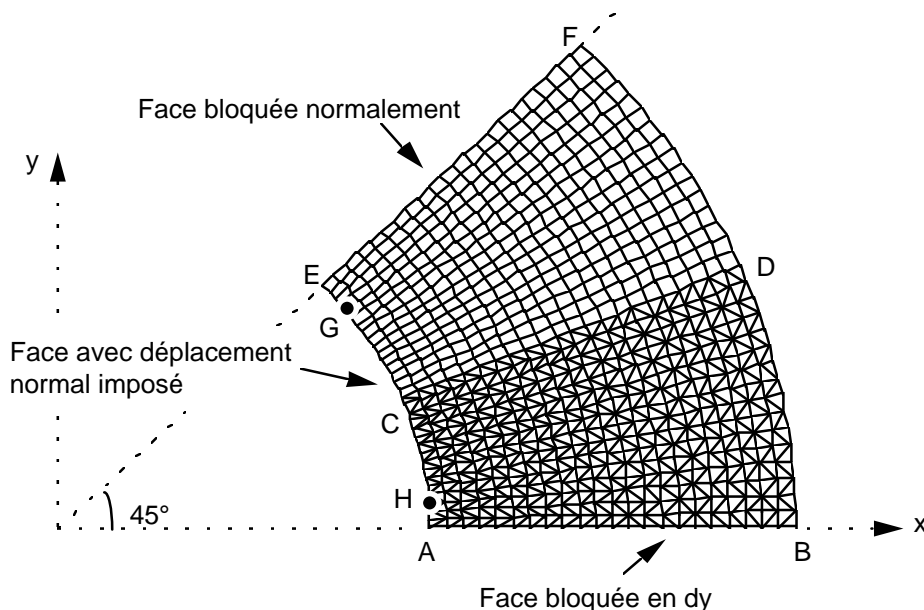
UNICOS 8.0

Temps CPU User :

5.67 secondes

9 Modélisation D

9.1 Caractéristiques de la modélisation : d-plan (QUAD4 + TRIA3)



Conditions limites :

côté AB

DDL_IMPO : (GROUP_NO:bordAB DY: 0.)

côté EF

FACE_IMPO : (GROUP_MA:faceEF DNOR: 0.)

sur AE

déplacement normal imposé à 5.72 E-5m

FACE_IMPO : (GROUP_MA:faceAE DNOR : -5.72 E-5)

Noms des nœuds :

A = N23

B = N1

C = N391

D = N369

E = N451

F = N751

H = N92

G = N447

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 759

Nombre de mailles et types : 704 TRIA3, 352 QUAD4

9.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO FACE_IMPO PRES_REP	GROUP_NO GROUP_MA GROUP_MA	DNOR	[U4.25.01]
AFFE_MODELE	'MECANIQUE'	'D_PLAN'	TOUT	[U4.22.01]
DEFI_MATERIAU	ELAS			[U4.23.01]
CALC_CHAM_ELEM	'SIGM_ELNO_DEPL'			[U4.61.01]
POST_RELEVE		CHAM_GD	'EXTRACTION'	[U4.74.03]
CALC_NO	'REAC_NODA'			[U4.61.03]

10 Résultats de la modélisation D

10.1 Valeurs testées

Localisation	Grandeur	Référence	Aster	% différence
C	F _x	0.1360	0.14069	3.45

Titre : SSLV100 Cylindre creux en déformations planes
Auteur(s) : X. DESROCHES

Date : 24/08/99
Clé : V3.04.100-D Page : 11/12

H	F_y	0.056	0.05827	4.06
	F_x	0.14686	0.13608	7.34
	F_y	0.0108	0.0100	7.04
G	F_x	0.1138	0.114	0.19
	F_y	0.093	0.0936	0.61

10.2 Remarques

On vérifie que les forces nodales de réaction sont nulles en tous les nœuds, sauf sur les nœuds de la ligne AE, EF et AB.

10.3 Paramètres d'exécution

Version : 2.03.04

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 6 mégamots

Système :

Temps CPU User :

UNICOS 6.0

10.17 secondes

11 Synthèse des résultats

D_plan

Récapitulatif des erreurs max en %		modélisation		
		A	B	C
Déplacements	A, B	0.08	0.04	0.05
	C, D	0.51	0.04	0.05
	E, F	0.11	0.04	0.05
Contraintes σ_{xx}	A, B	6.04	0.29	0.27
	C, D	10.84	0.17	0.32
	E, F	17.46	4.10^{-4}	2.10^{-4}
Contraintes σ_{yy}	A, B	3.61	0.38	0.16
	C, D	0.72	0.63	0.14
	E, F	27.07	2.10^{-5}	$5.5.10^{-4}$
Contraintes σ_{zz}	A, B	1.33	0.16	0.02
	C, D	8.51	0.63	0.02
	E, F	22.27	2.10^{-4}	2.10^{-4}
Contraintes σ_{xy}	A, B	-	-	-
	C, D	4.99	0.50	0.2
	E, F	2.11	0.23	0.2

Ces 3 modélisations ont sensiblement le même nombre de nœuds; les résultats obtenus avec des éléments d'ordre 1 (modélisation A en Tria3 et Quad4) sont nettement moins précis, notamment sur la paroi interne.