

**Manuel de Validation**  
**Fascicule V8.01 : Fluide**  
**Document : V8.01.109**

## **FDLV109 - Calcul de coefficients ajoutés en écoulement plan**

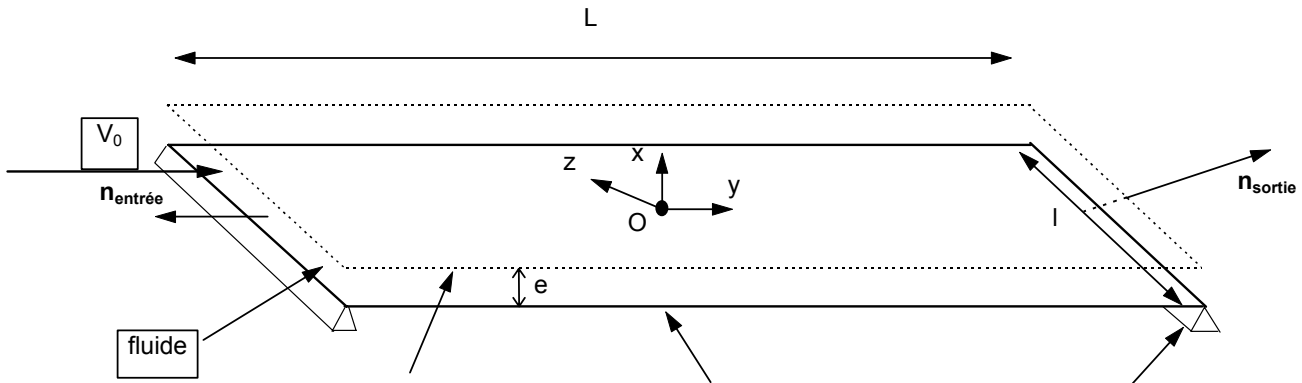
---

### **Résumé :**

Ce test du domaine fluide/structure met en œuvre le calcul de masse, de rigidité et d'amortissement ajoutés sur une structure plane soumise à un écoulement confiné qu'on suppose potentiel. Ces coefficients ajoutés sont calculés pour une vitesse amont de  $4 \text{ m.s}^{-1}$ , sur un modèle 3D pour le fluide et coque pour la structure. La structure est soumise à un déplacement imposé de flexion.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



$$L = 50 \text{ m}$$

$$I = 5 \text{ m}$$

$$\text{épaisseur de fluide } e = 0.5 \text{ m}$$

$$\text{épaisseur de la plaque } h = 0.5 \text{ m}$$

le repère Oxyz se situe à une distance de  $\frac{e}{2}$  de la plaque

### 1.2 Propriétés des matériaux

Fluide : masse volumique  $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$  (eau).

Structure :  $\rho_s = 7800 \text{ kg/m}^3$  ;  $E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$  ;  $\nu = 0.3$  (acier).

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Fluide :

- pour simuler l'écoulement permanent, on impose sur la face d'entrée du fluide une vitesse normale de  $-4 \text{ m/s}$  (par analyse thermique, on impose un flux de chaleur normal équivalent de  $-4$ ),
- pour calculer la perturbation fluide apportée par le mouvement du cylindre externe on impose une condition aux limites de Dirichlet en un nœud du fluide.
- on impose en  $x = \frac{e}{2}$  la condition  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$  qui correspond à un débit nul à travers la paroi fluide supérieure.

Structure :

- la plaque est soumise à un déplacement correspondant à ses deux premiers modes de flexion [bib2] :

$$X_1 = \sin \frac{\pi y}{L} ; X_2 = \sin \frac{2\pi y}{L}$$

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Pour le calcul des coefficients ajoutés :

on montre [bib1] que les coefficients de masse et d'amortissements ajoutés dépendent du potentiel permanent des vitesses fluides  $\bar{\phi}$  ainsi que de deux potentiels fluctuants  $\phi_1$  et  $\phi_2$  : ces potentiels s'écrivent dans le cas du mouvement de flexion de la plaque [bib1] :

$$\text{Pour le premier mode : } \begin{cases} \bar{\phi}^{(1)} = V_0 y \\ \phi_1^{(1)} = \left(x - \frac{e}{2}\right) \sin \frac{\pi y}{L} \\ \phi_2^{(1)} = \frac{V_0 \pi}{L} \left(x - \frac{e}{2}\right) \cos \frac{\pi y}{L} \end{cases}$$

$$\text{Pour le deuxième mode : } \begin{cases} \bar{\phi}^{(2)} = V_0 y \\ \phi_1^{(2)} = \left(x - \frac{e}{2}\right) \sin \frac{2\pi y}{L} \\ \phi_2^{(2)} = \frac{2V_0 \pi}{L} \left(x - \frac{e}{2}\right) \cos \frac{2\pi y}{L} \end{cases}$$

Or les coefficients modaux ajoutés projetés sur ces modes de flexion s'écrivent :

$$\begin{aligned} M_{ij}^a &= \rho \int_{\text{cylindre externe}} \phi_1^{(i)} \mathbf{X}_j \cdot \mathbf{n} \, dS \\ C_{ij}^a &= \rho \int_{\text{cylindre externe}} \left( \phi_2^{(i)} + \nabla \bar{\phi}^{(i)} \cdot \nabla \phi_1^{(i)} \right) (\mathbf{X}_j \cdot \mathbf{n}) \, dS \\ K_{ij}^a &= \rho \int_{\text{cylindre externe}} \left( \nabla \bar{\phi}^{(i)} \cdot \nabla \phi_2^{(i)} \right) (\mathbf{X}_j \cdot \mathbf{n}) \, dS \end{aligned}$$

soit :

$$\begin{aligned} M_{11}^a &= M_{22}^a = \rho e l \frac{L}{2} \quad ; \quad M_{12}^a = 0 \\ C_{11}^a &= C_{22}^a = 0 \quad ; \quad C_{12}^a = C_{21}^a = -\frac{8}{3} \rho e l V_0 \\ K_{11}^a &= -\rho e V_0^2 \frac{\pi^2 l}{2L} \quad ; \quad K_{22}^a = -\rho e V_0^2 \frac{2\pi^2 l}{L} \quad ; \quad K_{12}^a = 0 \end{aligned}$$

- Applications numériques :

On a fait un calcul d'amortissement ajouté qui correspond pour la vitesse donnée à un comportement vibratoire amorti de la structure :

vitesse  $V_0$  à  $4 \text{ m.s}^{-1}$

Les valeurs du système mécanique sont :

$$e = h = 5.10^{-1} m \quad L = 50 m \quad l = 5 m$$

La masse ajoutée apportée par l'écoulement vaut :

$$M_{11}^a = 0.625 \cdot 10^5 \text{ kg}$$

$$M_{22}^a = 0.625 \cdot 10^5 \text{ kg}$$

$$M_{12}^a = 0$$

L'amortissement ajouté vaut avec  $V_0 = 4 \text{ m.s}^{-1}$  :

$$C_{11}^a = 0$$

$$C_{22}^a = 0$$

$$C_{12}^a = 0.266 \cdot 10^5 \text{ N.m}^{-1}$$

La raideur ajoutée vaut avec  $V_0 = 4 \text{ m.s}^{-1}$  :

$$K_{11}^a = -0.3943 \cdot 10^4 \text{ N.m}^{-1} \text{ rad}^2$$

$$K_{22}^a = -0.1577 \cdot 10^5 \text{ N.m}^{-1} \text{ rad}^2$$

$$K_{12}^a = 0$$

## 2.2 Résultats de référence

Résultat analytique.

## 2.3 Références bibliographique

- [1] ROUSSEAU G., LUU H.T. : Masse, amortissement et raideur ajoutés pour une structure vibrante placée dans un écoulement potentiel - Bibliographie et implantation dans le Code\_Aster - HP-61/95/064
- [2] BLEVINS R.D : Formulas for natural frequency and mode shape. Ed. Krieger 1984

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Pour le système 3D sur lequel on calcule les coefficients ajoutés :

Pour le solide : 160 mailles QUAD4  
éléments de coques MEDKQU4

Pour le fluide : 160 mailles QUAD4  
éléments thermique THER\_FACE4  
sur la surface plane

184 mailles QUAD4  
éléments thermiques THER\_FACE4  
sur les faces d'entrée et de sortie du volume fluide

480 mailles HEXA8  
éléments thermiques THER\_HEX8  
dans le volume fluide

### 3.2 Fonctionnalités testées

#### Commandes

CALC_MATR_AJOU	OPTION	'MASS_AJOU'
MACRO_MATR_AJOU	OPTION	MATR_AMOR_AJOU MATR_RIGI_AJOU
MODE_ITER_SIMULT	OPTION	'BANDE'

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
$M_{11}^a$	$0.625 \cdot 10^5$	$0.624 \cdot 10^5$	0.1
$M_{22}^a$	$0.625 \cdot 10^5$	$0.621 \cdot 10^5$	0.6
$M_{12}^a$	0	$0.6 \cdot 10^{-6}$	-
$C_{11}^a$	0	$-0.81 \cdot 10^{-6}$	-
$C_{22}^a$	0	$-0.68 \cdot 10^{-6}$	-
$C_{12}^a$	$0.266 \cdot 10^5$	$0.265 \cdot 10^5$	0.3
$K_{11}^a$	$-0.394 \cdot 10^4$	$-0.394 \cdot 10^4$	0.0
$K_{22}^a$	$-0.157 \cdot 10^5$	$-0.157 \cdot 10^5$	0.0
$K_{12}^a$	0	$-0.134 \cdot 10^{-5}$	-

## 5 Synthèse des résultats

---

L'outil de calcul de coefficients ajoutés sous écoulement (hypothèse potentielle) a été validé sur les deux premiers modes de flexion d'une structure plane. Il faut cependant noter [bib1] que la très bonne concordance entre le modèle semi-analytique proposé pour comparaison et le calcul numérique n'est obtenue que si la plaque est suffisamment longue, le modèle semi-analytique n'étant en fait qu'une solution approchée du problème posé.