

Manuel de Validation**Fascicule V2.01 : Dynamique linéaire des systèmes discrets****Document V2.01.325**

SDLD325 - Réponse dynamique transitoire d'un système masse-ressort amorti à 2 ddl

Résumé :

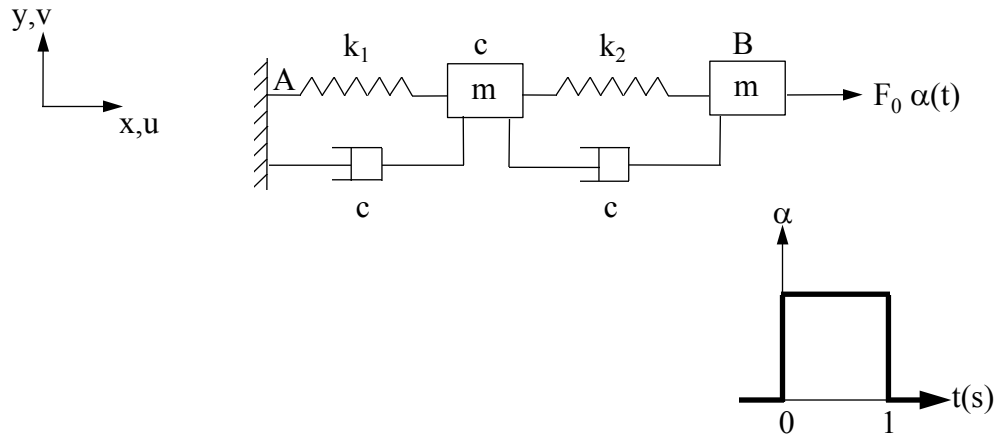
Ce problème consiste à analyser la réponse dynamique d'un système composé d'un ensemble de masses-ressorts-amortisseurs à 2 ddl dont les raideurs des ressorts sont très différentes sous excitation de type créneau en 1 ddl.

Par l'intermédiaire de ce problème, on teste la sensibilité de schémas d'intégration sur l'espace physique (DYNA_LINE_TRAN [U4.53.02]) ou l'espace modal (DYNA_TRAN_MODAL [U4.53.21]) vis-à-vis du rapport des rigidités.

Les résultats en déplacement et vitesse sont comparés à une moyenne de résultats provenant de codes industriels et d'une méthode d'intégration numérique de type β -Newmark améliorée.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés de matériaux

Raideurs de liaison : $k = 28 \cdot 10^3 \text{ N.m}^{-1}$

2 cas :

- $k_1 = k/10, k_2 = 10k$
- $k_1 = 10k, k_2 = k/10$

Masse ponctuelle : $m = 10 \text{ kg}$

Amortissement visqueux unidirectionnel : $c = 50 \text{ kg.s}^{-1}$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Extrémité A encastée.

Force appliquée à l'extrémité B : $F(t) = F_0 \alpha(t)$ avec
$$\begin{cases} \alpha(t) = 1 & \text{si } 0 \leq t \leq 1\text{s} \\ \alpha(t) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et } F_0 = 5\text{N}.$$

1.4 Conditions initiales

Le système est au repos à $t = 0$: $u(0) = 0$ et $\frac{du}{dt}(0) = 0$.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La recherche de la réponse transitoire de ce problème à amortissement non proportionnel peut être menée par intégration numérique dans l'espace réel :

$$[M]\{\ddot{u}_n\} + [C]\{\dot{u}_n\} + [K]\{u_n\} = \{F\}.$$

Pour cela, la réponse a été calculée avec deux codes industriels :

- PERMAS : Schéma d'intégration de Newmark ($\alpha = 0,25$ et $\delta = 0,5$) $\Delta t = 10^{-4}$ s ;
- ABAQUS : Schéma d'intégration de Hilbert-Hugues-Taylor [bib1] ($\alpha = -0,05$) $\Delta t = 10^{-4}$ s ;

et la méthode d'intégration de β -Newmark améliorée [bib2] :

$$\left[\frac{[M]}{\Delta t^2} + \frac{[C]}{2\Delta t} + \frac{[K]}{3} \right] \{u_{n+2}\} = \left\{ \frac{\{F_{n+2}\} + \{F_{n+1}\} + \{F_n\}}{3} \right\} + \left[\frac{2[M]}{\Delta t^2} - \frac{[K]}{3} \right] \{u_{n+1}\} + \left[-\frac{[M]}{\Delta t^2} + \frac{[C]}{2\Delta t} - \frac{[K]}{3} \right] \{u_n\}$$

où $n, n+1, n+2$ désignent respectivement les calculs effectués aux temps $t_n, t_{n+1} = t_n + \Delta t$ et $t_{n+2} = t_n + 2\Delta t$ où Δt est l'incrément de temps retenu.

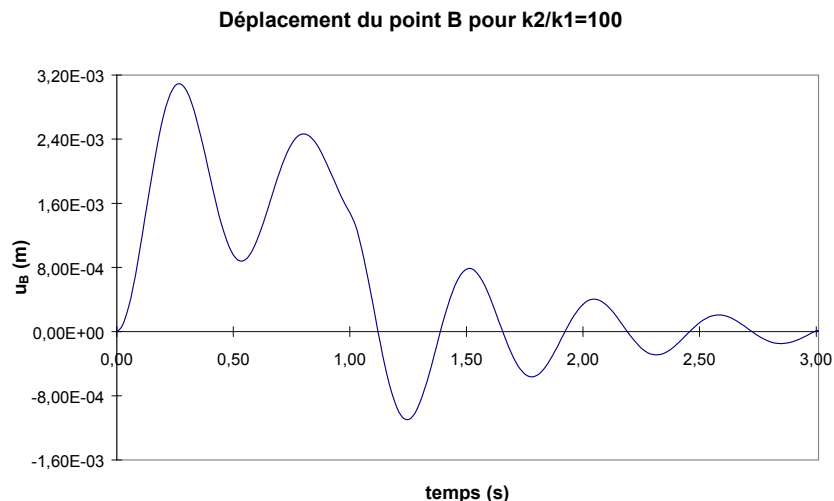
Pour démarrer, on prend :

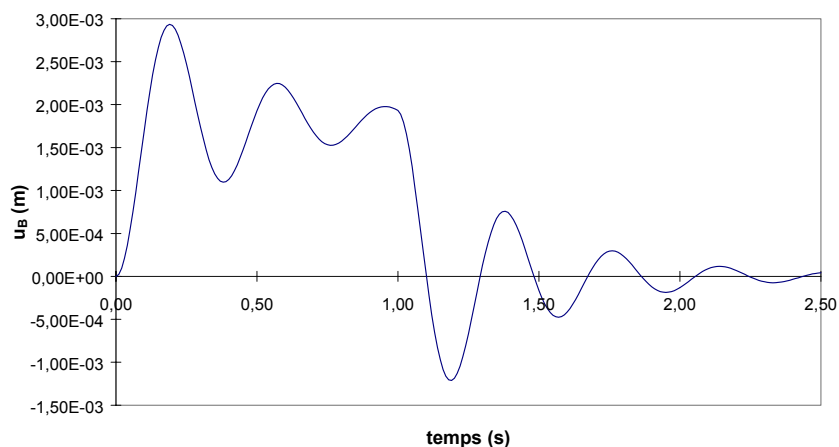
- u_0 et $u_{-1} = u_0 - \Delta t \dot{u}_0$
- $F_{-1} = 2F_0 - F_1$

Le pas de temps adopté est $\Delta t = 10^{-5}$ s.

2.2 Résultats de référence

Déplacement et vitesse du point extrémité B.



Déplacement du point B pour $k_2/k_1=0,01$ 

2.3 Incertitude sur la solution

Moyenne de solutions numériques.

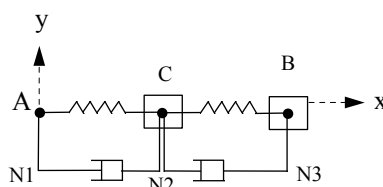
2.4 Références bibliographiques

- [1] H.M. HILBERT, T.J.R HUGUES and R.L. TAYLOR « Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics » Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.5, 1977, pp. 283-292
- [2] N.M. NEWMARK « A method of computation for structural dynamics » Proceeding ASCE J.Eng.Mech. DIV E-3, July 1959, pp. 67-94

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments discrets de rigidité, amortissement et masse.



Caractéristiques des éléments :

DISCRET : masse nodale $M_T_D_N$
 rigidité linéaire $K_T_D_L$ ($k_{N1N2} = k/10$, $k_{N2N3} = 10k$)
 amortissement linéaire $A_T_D_L$

Conditions aux limites : au nœud N1 DDL_IMPO DX = DY = DZ = 0.

Noms des nœuds : A = N1 , C = N2 , B = N3.

Méthodes de calcul :

- Intégration sur l'espace physique avec Newmark ($\alpha = 0,25$, $\delta = 0,5$)
Pas de temps $\Delta t = 10^{-3}$ s
- Intégration sur la base modale complète avec Euler
Pas de temps $\Delta t = 10^{-3}$ s puis recombinaison modale
- Intégration sur la base modale complète avec Δt adaptatif
Pas de temps initial $\Delta t = 10^{-3}$ s puis recombinaison modale

Durée d'observation : 3 s.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 3

Nombre de mailles et type : 2 mailles SEG2

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_CARA_ELEM	DISCRET	MAILLE	'K_T_D_L'
		MAILLE	'A_T_D_L'
		NOEUD	'M_T_D_N'
MODE_ITER_SIMULT	OPTION : 'CENTRE'		
DYNA_LINE_TRAN	NEWMARK		MATR_AMOR
DYNA_TRAN_MODAL	EULER		AMOR_GENE
	ADAPT		
REST_BASE_PHYS			

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

- Déplacement (m) du point B

Temps (s)	Référence	Déplacement Aster NEWMARK	Différence (%)	Déplacement Aster EULER	Différence (%)	Déplacement Aster ADAPT	Différence (%)
0.27	3.0927 E-3	3.09263 E-3	-0.002	3.09254 E-3	-0.005	3.09278 E-3	0.003
0.53	8.7953 E-4	8.79902 E-4	0.042	8.79515 E-4	-0.002	8.79583 E-4	0.006
0.80	2.4669 E-3	2.46677 E-3	-0.005	2.46666 E-4	-0.010	2.46688 E-4	-0.001
1.25	-1.0980 E-3	-1.09829 E-3	0.026	-1.09248 E-4	-0.502	-1.09844 E-4	0.040
1.51	7.8754 E-4	7.87625 E-4	0.011	7.82702 E-4	-0.614	7.87760 E-4	0.028
1.78	-5.6508 E-4	-5.65131 E-4	0.009	-5.61709 E-4	-0.597	-5.65265 E-4	0.033
2.05	4.0502 E-4	4.05155 E-4	0.033	4.02581 E-4	-0.602	4.05168 E-4	0.037
2.31	-2.9012 E-4	-2.90070 E-4	-0.017	-2.88252 E-4	-0.644	-2.90192 E-4	0.025
2.58	2.0831 E-4	2.08323 E-4	0.006	2.06960 E-4	-0.648	2.08376 E-4	0.032
2.85	-1.4943 E-4	-1.49462 E-4	0.022	-1.48425 E-4	-0.672	-1.49477 E-4	0.032

- Vitesse (m.s⁻¹) du point B

Temps (s)	Référence	Vitesse Aster NEWMARK	Différence (%)	Vitesse Aster EULER	Différence (%)	Vitesse Aster ADAPT	Différence (%)
0.11	1.8347 E-2	1.82400 E-2	-0.583	1.84067 E-2	0.326	1.83510 E-2	0.022
0.39	-1.3140 E-2	-1.31120 E-2	-0.213	1.31472 E-2	0.055	-1.31407 E-2	0.006
0.66	9.3509 E-3	9.34550 E-3	-0.058	9.36556 E-3	0.157	9.35335 E-3	0.026
0.93	-6.7080 E-3	-6.71303 E-3	0.075	-6.70399 E-3	-0.060	-6.70788 E-3	-0.002
1.11	-1.5863 E-2	-1.57872 E-2	-0.478	-1.57871 E-2	-0.478	-1.58789 E-2	0.100
1.37	1.1157 E-2	1.12034 E-2	0.416	1.10701 E-2	-0.779	1.11521 E-2	-0.044
1.64	-7.9838 E-3	-7.97210 E-3	-0.147	-7.94957 E-3	-0.429	-7.98789 E-3	0.051
1.90	5.7108 E-3	5.71217 E-3	0.024	5.67244 E-3	-0.672	5.71139 E-3	0.010
2.17	-4.0998 E-3	-4.09898 E-3	-0.020	-4.07584 E-3	-0.584	-4.10120 E-3	0.034
2.44	2.9405 E-3	2.94126 E-3	0.026	2.92375 E-3	-0.576	2.94154 E-3	0.035
2.71	-2.1073 E-3	-2.10817 E-3	0.041	-2.09494 E-3	-0.586	-2.10808 E-3	0.037
2.97	1.5105 E-3	1.51036 E-3	-0.009	1.50087 E-3	-0.638	1.51084 E-3	0.022

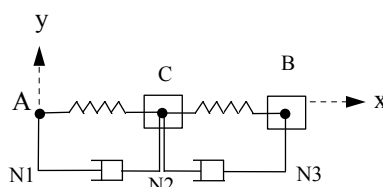
4.2 Remarques

Les résultats sont testés au niveau des pics respectifs de déplacement et de vitesse où les valeurs sont les plus significatives.

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments discrets de rigidité, amortissement et masse.



Caractéristiques des éléments :

DISCRET : masse nodale M_T_D_N
rigidité linéaire K_T_D_L ($k_{N1N2} = 10k$, $k_{N2N3} = k/10$)
amortissement linéaire A_T_D_L

Conditions aux limites : au noeud N1 DDL_IMPO DX=DY=DZ=0.

Noms des noeuds : A = N1 , C = N2 , B = N3.

Méthodes de calcul :

- Intégration sur l'espace physique avec Newmark ($\alpha = 0,25$, $\delta = 0,5$)
Pas de temps $\Delta t = 10^{-3}s$
- Intégration sur la base modale complète avec Euler
Pas de temps $\Delta t = 10^{-3}s$ puis recombinaison modale
- Intégration sur la base modale complète avec Δt adaptatif
Pas de temps initial $\Delta t = 10^{-3}s$ puis recombinaison modale

Durée d'observation : 2,5 s.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 3

Nombre de mailles et type : 2 mailles SEG2

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_CARA_ELEM	DISCRET	MAILLE	'K_T_D_L'
		MAILLE	'A_T_D_L'
		NOEUD	'M_T_D_N'
MODE_ITER_SIMULT	OPTION : 'CENTRE'		
DYNA_LINE_TRAN	NEWMARK		MATR_AMOR
DYNA_TRAN_MODAL	EULER		AMOR_GENE
	ADAPT		
REST_BASE_PHYS			

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

- Déplacement (m) du point B

Temps (s)	Référence	Déplacement Aster NEWMARK	Différence (%)	Déplacement Aster EULER	Différence (%)	Déplacement Aster ADAPT	Différence (%)
0.19	2.9334 E-3	2.93325 E-3	-0.005	2.93308 E-3	-0.011	2.93355 E-3	0.005
0.38	1.0959 E-3	1.09605 E-3	0.014	1.09625 E-3	0.032	1.09573 E-3	-0.015
0.57	2.2468 E-3	2.24664 E-3	-0.007	2.24647 E-3	-0.015	2.24690 E-3	0.005
0.76	1.5260 E-3	1.52615 E-3	0.010	1.52627 E-3	0.017	1.52595 E-3	-0.003
0.95	1.9773 E-3	1.97725 E-3	-0.002	1.97718 E-3	-0.006	1.97739 E-3	0.005
1.19	-1.2107 E-3	-1.21113 E-3	0.036	-1.20839 E-3	-0.191	-1.21142 E-3	0.060
1.38	7.5880 E-4	7.59030 E-4	0.030	7.56994 E-4	-0.238	7.59422 E-4	0.082
1.57	-4.7553 E-4	-4.75637 E-4	0.023	-4.74180 E-4	-0.284	-4.75974 E-4	0.093
1.76	2.9796 E-4	2.98011 E-4	0.017	2.97002 E-4	-0.322	2.98273 E-4	0.105
1.95	-1.8668 E-4	-1.86695 E-4	0.008	-1.86012 E-4	-0.358	-1.86890 E-4	0.113
2.14	1.1694 E-4	1.16943 E-4	0.002	1.16489 E-4	-0.385	1.17076 E-4	0.116
2.33	-7.3246 E-5	-7.32415 E-5	-0.006	-7.29453 E-5	-0.411	-7.33309 E-5	0.116

- Vitesse (m.s⁻¹) du point B

Temps (s)	Référence	Vitesse Aster NEWMARK	Différence (%)	Vitesse Aster EULER	Différence (%)	Vitesse Aster ADAPT	Différence (%)
0.09	2.4261 E-2	2.42719 E-2	0.045	2.42772 E-2	0.067	2.42563 E-2	-0.019
0.28	-1.5210 E-2	-1.52159 E-2	0.039	-1.52111 E-2	0.007	-1.52087 E-2	-0.009
0.47	9.5332 E-3	9.53598 E-3	0.029	9.52994 E-3	-0.034	9.53446 E-3	0.013
0.66	-5.9745 E-3	-5.97590 E-3	0.023	-5.97018 E-3	-0.072	-5.97614 E-3	0.028
0.85	3.7438 E-3	3.74438 E-3	0.015	3.73979 E-3	-0.107	3.74519 E-3	0.037
1.08	-2.6037 E-2	-2.60274 E-2	-0.037	-2.59908 E-2	-0.177	-2.60402 E-2	0.012
1.27	1.6302 E-2	1.62945 E-2	-0.046	1.62664 E-2	-0.218	1.63040 E-2	0.013
1.46	-1.0204 E-2	-1.01990 E-2	-0.049	-1.01797 E-2	-0.238	-1.02065 E-2	0.024
1.66	6.3887 E-3	6.39331 E-3	0.072	6.37778 E-3	-0.171	6.39477 E-3	0.095
1.85	-4.0059 E-3	-4.00851 E-3	0.065	3.99659 E-3	-0.232	-4.01048 E-3	0.114
2.04	2.5114 E-3	2.51292 E-3	0.061	2.50425 E-3	-0.285	2.51465 E-3	0.130
2.23	-1.5743 E-3	-1.57516 E-3	0.055	-1.56902 E-3	-0.355	-1.57652 E-3	0.141
2.42	9.8676 E-4	9.87206 E-4	0.045	9.82986 E-4	-0.382	9.88220 E-4	0.148

6.2 Remarques

Les résultats sont testés au niveau des pics respectifs de déplacement et de vitesse où les valeurs sont les plus significatives.

7 Synthèse des résultats

Pour les deux modélisations, les résultats sont précis avec une erreur inférieure à 1 %.

L'intégration sur base modale avec un schéma à pas adaptatif donne les meilleurs résultats pour un temps de calcul restreint.

Pour information, voici les différents temps CPU User utilisés pour la résolution des modélisations A et B.

CPU User (sec)	DYNA_LINE_TRAN (NEWMARK)	DYNA_TRAN_MODAL (EULER)	DYNA_TRAN_MODAL (Adaptatif)
Modélisation A	69,82	0,50 *	0,81 *
Modélisation B	57,29	0,42 *	0,50 *

(*) : MODE_ITER_SIMULT = 0,23 s : temps de calcul de la base modale à ajouter.

Page laissée intentionnellement blanche.