

**Manuel de Validation****Fascicule V6.02 : Statique non linéaire des structures linéiques****Document : V6.02.110**

# **SSNL110 - Ressort non linéaire incluant du frottement de Coulomb**

---

**Résumé :**

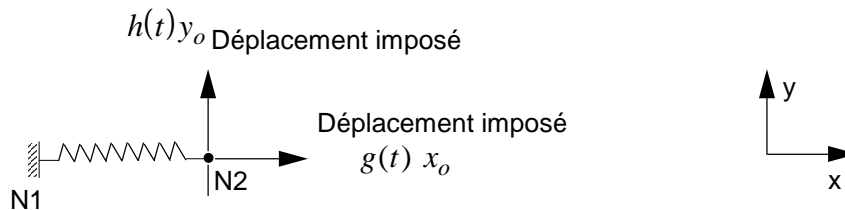
Ce problème bidimensionnel permet de tester la loi de comportement utilisée pour modéliser la liaison grille de mélange crayons combustibles des assemblages combustibles.

Une diminution en fonction du temps de la rigidité de la liaison est prise en compte dans ce test.

Ce test de statique non linéaire n'a qu'une seule modélisation.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



### 1.2 Propriétés de matériaux

Rigidité élastique linéaire de la liaison (pour les trois directions de translation et de rotation) :

$$k_e = 10^3 \text{ N / m}$$

Tension initiale du ressort en translation suivant la direction  $x$  :  $R_{N0} = -10^2 \text{ N}$

Coefficient de Coulomb :  $\mu = 0.4$

Fonction d'évolution de la rigidité en translation suivant  $x$  :  $f(t) = \left(1 - \frac{t}{10}\right)$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Nœud N1 :

$$\text{encastrement : } u = v = w = 0 \quad \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$$

Nœud N2 :

$$u = g(t) x_o \quad v = h(t) y_o \quad \text{avec } x_o = 0.1 \\ y_o = 0.01$$

Deux cas sont envisagés :

Cas 1 :

$$h(t) \equiv 1$$

$$g(t) = \frac{t}{10}$$

Cas 2 :

$$h(t) = \frac{t}{10}$$

$$g(t) = \frac{t}{10}$$

### 1.4 Conditions initiales

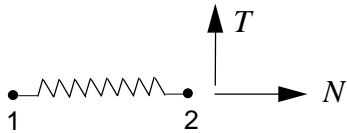
Pour le nœud N2 on a les déplacements imposés suivants :

$$u = 0.$$

$$v = 0.$$

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence



$R_N$  effort dans la direction  $N$   
 $R_T$  effort dans la direction  $T$   
 $U_T$  déplacement dans la direction  $T$   
 $U_N$  déplacement dans la direction  $N$

On a :

$$R_N(t) = \min \left\{ \left( f(t) \left[ R_{NO} + K_e \left( U_{N2}^{(t)} - U_{N1}^{(t)} \right) \right] \right), 0 \right\}$$

A chaque instant  $t$ , on calcule :

$$R_{Te} = R_T^- + K_e \Delta U_T \quad \text{avec} \quad \Delta U_T = (U_{T2}(t) - U_{T2}(t - \Delta t)) - (U_{T1}(t) - U_{T1}(t - \Delta t))$$

Si  $|R_{Te}| < -\mu R_n(t)$  alors

$$R_T^+ = R_{Te}$$

Sinon

$$R_T^+ = -\mu R_n(t) \frac{R_{Te}}{|R_{Te}|} \quad (\text{il y a glissement})$$

#### 2.1.1 Cas 1

Dans le cas 1, tant qu'il n'y a pas glissement, on a :

$$R_{Te} = K_e y_o = 10$$

$$R_n(t) = f(t) [R_{N0} + K_e g(t) x_o] = \left( 1 - \frac{t}{10} \right) \left( -100 + 1000 \times \frac{t}{10} \times 0.1 \right) \\ = -100 + 20t - t^2$$

On aura glissement quand :  $R_{Te} = -\mu R_n(t)$

C'est-à-dire :  $10 = -0.4 (-100 + 20t - t^2)$

$t = 5$  est racine de cette équation.

On a donc en résumé :

$$t < 5.$$

$$5 \leq t \leq 10.$$

$$R_T(t) = K_e y_o = 10$$

$$R_N(t) = -100 + 20t - t^2$$

$$R_N(t) = -100 + 20t - t^2$$

$$R_T(t) = 0.4 \times (100 - 20t + t^2)$$

Pas de glissement

Il y a glissement

### 2.1.2 Cas 2

Dans le cas 2, tant qu'il n'y a pas glissement, on a :

$$R_{Te}(t) = K_e \quad h(t) y_o = t$$

$$R_n(t) = f(t) [R_{N0} + K_e \quad g(t) \quad x_o] = -100 + 20 \, t - t^2$$

On aura glissement quand :  $R_{Te}(t) = -\mu \, R_n(t)$

C'est-à-dire :  $t = -0.4 \times (-100 + 20 \, t - t^2)$

$t = 6.096$  est racine de cette équation.

On a donc en résumé :

$$\begin{array}{ll} t < 6.096 & 6.096 \leq t \leq 10. \\ R_T(t) = t & R_N(t) = -100 + 20 \, t - t^2 \\ R_N(t) = -100 + 20 \, t - t^2 & R_T(t) = 0.4 \times (100 - 20 \, t + t^2) \\ \text{Pas de glissement} & \text{Il y a glissement} \end{array}$$

## 2.2 Résultats de référence

Pour différents instants, on a les résultats suivants :

### Cas 1

Instant	$R_T$	$R_N$	Glissement
0.5	10.	-90.25	Non
4.5	10.	-25.	Non
5.5	8.1	-20.25	Oui
9.5	0.1	-0.25	Oui

### Cas 2

Instant	$R_T$	$R_N$	Glissement
0.5	0.5	-90.25	Non
6.	6.	-16.	Non
6.5	4.9	-12.25	Oui
9.5	0.1	-0.25	Oui

## 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

### 3 Modélisation A

#### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

N1  N2 Elément discret de rigidité DIS\_T

##### Caractéristiques des éléments

DISCRET :

Matrice de rigidité K\_T\_D\_L en repère global

##### Caractéristiques matériau de la liaison (N1 N2)

Coefficient de Coulomb : COULOMB = 0.4

Tension initiale de compression : EFFO\_N\_INIT : -100.

Fonction d'évolution de la rigidité : RIGI\_N\_FO :  $f(t)$

##### Conditions aux limites

Encastrement nœud N1 :

NOEUD : N1 DX : 0. DY : 0. DZ : 0.

##### Cas 1 :

Déplacement imposé nœud N2

DX :  $\frac{t}{10} \times 0.1$  DY : 0.01

##### Cas 2 :

Déplacement imposé nœud N2

DX :  $\frac{t}{10} \times 0.1$  DY :  $\frac{t}{10} \times 0.01$

#### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2

Nombre de mailles et types : 1 SEG2

#### 3.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_MODELE		'MECANIQUE'	'DIS_T'	[U4.22.01]
AFFE_CARA_ELEM	DISCRET	GROUP_MA	'K_T_D_L'	[U4.24.01]
DEFI_MATERIAU	DIS_CONTACT			[U4.23.01]
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO			[U4.25.01]
STAT_NON_LINE	EXCIT	CHARGE	FONC_MULT	[U4.32.01]
	COMP_INCR	'DIS_CONTACT'		

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

On teste les composantes N et VY du champ SIEF\_ELGA et la variable interne (champ VARI\_ELGA) qui vaut 1 quand il y a glissement (sinon elle vaut 0.).

**Cas 1 :**

Identification		Variable	Référence	Aster	% différence	Tolérance
Numéro d'ordre	Instant					
1	0.05	VY	10.	10.	0.	$10^{-4}$
		VARI	0.	0.	0.	$10^{-4}$ (absolu)
9	4.5	VY	10.	10.	0.	$10^{-4}$
		VARI	0.	0.	0.	$10^{-4}$ (absolu)
11	5.5	VY	8.1	8.1	0.	$10^{-4}$
		VARI	1.	1.	0.	$10^{-4}$
19	9.5	VY	0.1	0.1	0.	$10^{-4}$
		VARI	1.	1.	0.	$10^{-4}$

**Cas 2 :**

Identification		Variable	Référence	Aster	% différence	Tolérance
Numéro d'ordre	Instant					
1.	0.05	VY	0.5	0.5	0.	$10^{-4}$
		N	-90.25	-90.25	0.	$10^{-4}$
		VARI	0.	0.	0.	$10^{-4}$ (absolu)
12.	6.	VY	6.	6.	0.	$10^{-4}$
		N	-16.	-16.	0.	$10^{-4}$
		VARI	0.	0.	0.	$10^{-4}$ (absolu)
13.	6.5	VY	4.9	4.9	0.	$10^{-4}$
		N	-12.25	-12.25	0.	$10^{-4}$
		VARI	1.	1.	0.	$10^{-4}$
19.	9.5	VY	0.1	0.1	0.	$10^{-4}$
		N	-0.25	-0.25	0.	$10^{-4}$
		VARI	1.	1.	0.	$10^{-4}$

### 4.2 Paramètres d'exécution

Version : 4.2.24  
Machine : CRAY C90  
Encombrement mémoire : 8 mégamots

Système : UNICOS 8.0  
Temps CPU User : 33 secondes

## 5 Synthèse des résultats

Les résultats coïncident parfaitement avec la solution de référence. Ce test valide donc l'élément de ressort non linéaire permettant de modéliser un contact avec frottement de Coulomb.