

Manuel de Validation**Fascicule V6.04 : Statique non linéaire des structures volumiques****Document : V6.04.182**

SSNV182 – Bloc avec interface en contact frottant avec X-FEM

Résumé

Ce test a pour but de valider la prise en compte du contact sur les lèvres de la fissure, en se limitant au cas où la fissure traverse complètement la structure. Le contact est pris en compte par la méthode continue [bib1] adaptée au cadre de la méthode X-FEM [bib2].

Ce test met en jeu un bloc parallélépipédique en compression. L'interface le traversant est représentée par une levée set dans le cadre d'X-FEM. On prend en compte plusieurs positions angulaires de l'interface : $\theta = 0^\circ$ (l'interface suit les faces des éléments) et $\theta = 22.5^\circ$ (l'interface coupe les éléments). En prenant un coefficient de frottement de Coulomb suffisamment élevé pour qu'il y ait adhérence, on retrouve la solution du même problème sans interface.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

La structure est un parallélépipède droit à base carrée et sain. Les dimensions du bloc (voir [Figure 1.1-a]) sont : $LX = 5$ m, $LY = 20$ m et $LZ = 20$ m. Il ne comporte aucune fissure.

L'interface est introduite par des fonctions de niveaux (level sets) directement dans le fichier commande à l'aide de l'opérateur `DEFI_FISS_XFEM` [U4.82.08]. L'interface est présente au milieu de la structure par le biais de sa représentation par les level sets. La level set normale (LSN) permet de définir une interface plane faisant un angle θ avec le plan Oxy par l'équation suivante :

$$LSN = Z - (aY + b) \quad \text{éq 1.1-1}$$

où a est la pente de l'interface, soit $a = -\tan(\theta)$ et $b = \frac{LZ}{2} - a \frac{LY}{2}$.

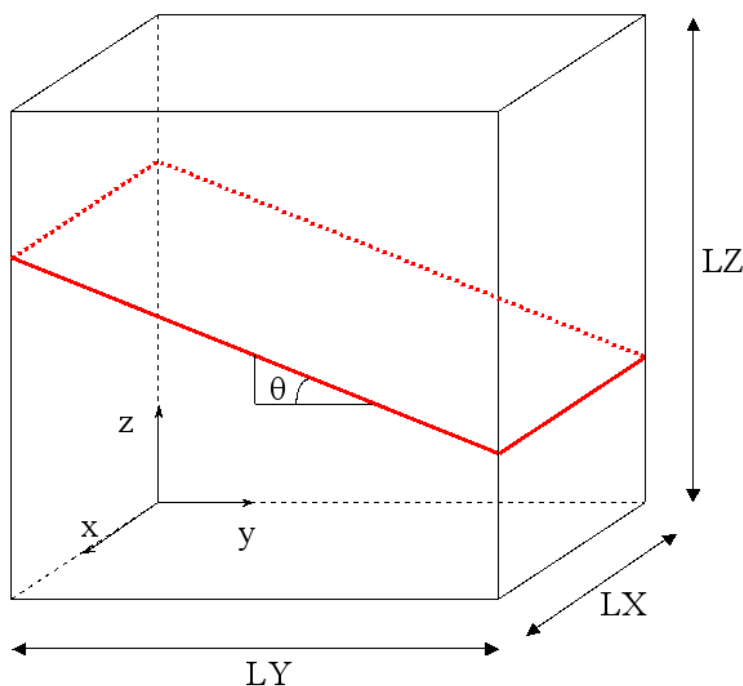


Figure 1.1-a : Géométrie du barreau et positionnement de l'interface

1.2 Propriétés du matériau

Module d'Young : $E = 100$ MPa
Coefficient de Poisson : $\nu = 0$.

1.3 Conditions aux limites et chargements

Les nœuds de la face inférieure du barreau sont encastres et un déplacement $UZ = -10^{-6}$ m est imposé sur ceux de la face supérieure qui correspond à un chargement en pression suivant l'axe z. Les déplacements suivant les axes x et y sont bloqués pour les nœuds de la surface supérieure.

1.4 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage régulier composé de 5x20x20 HEXA8 [Figure 1.4-a].

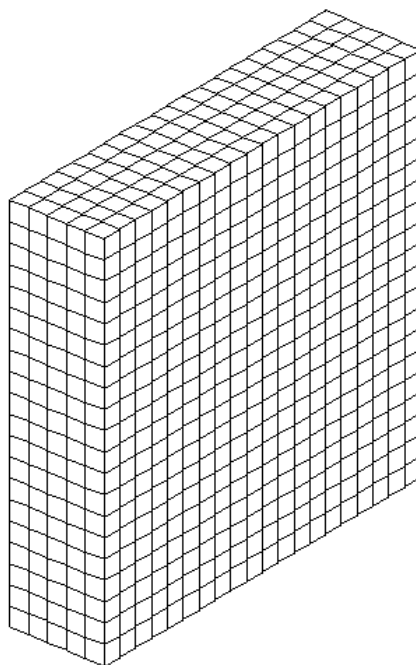


Figure 1.4-a : Maillage

Ce maillage est composé d'éléments finis linéaires. Cependant, dans le cadre de la méthode continue [bib1] avec X-FEM [bib2], il est nécessaire de passer à des éléments linéaires un peu spéciaux. Ces éléments ont des fonctions de forme linéaires et une maille support quadratique. Sur ces éléments, les nœuds sommet portent les inconnues du déplacement, et les nœuds milieu portent les inconnues liées au contact. De plus, lorsque l'interface suit la bordure d'un élément, ses nœuds sommet portent aussi les inconnues de contact.

2 Modélisation A : interface droite

Dans cette modélisation, on représente une interface droite, l'angle θ vaut alors 0. L'interface coïncide avec les faces de certains éléments finis.

2.1 Résolution analytique

L'interface étant droite, et l'état de compression uniaxial et normal à l'interface, il n'y a pas de glissement possible. La solution du problème est celle du même problème sans interface. La contrainte dans la structure est :

$$\sigma_{zz} = E \frac{UZ}{LZ} \quad \text{éq 2.1-1}$$

et la valeur de la pression de contact sur l'interface est :

$$\lambda = \sigma_{zz} \quad \text{éq 2.1-2}$$

Avec les valeurs numériques précédemment introduites, $\lambda = -5.0$ Pa.

2.2 Fonctionnalités testées

Commandes

DEFI_FISS_XFEM	CONTACT
----------------	---------

Ce cas ne nécessite pas l'activation du frottement. Sous le mot clé `CONTACT` de l'opérateur `DEFI_FISS_XFEM`, on stipule alors `FROTTEMENT='SANS'`.

De plus, dès la première itération des contraintes actives, on fait l'hypothèse que les points de contact ont un statut contactant. Ceci est possible en spécifiant `CONTACT_INIT='OUI'`.

Sinon, à la fin de la première itération, le contact n'étant pas activé, le bloc supérieur rentre dans le bloc inférieur mais les deux blocs ne se sont pas déformés. Leur état de contraintes est donc nul, et il faut alors choisir un critère global (`RESI_GLOB_MAXI`) pour la convergence de l'algorithme de Newton-Raphson [bib3], critère qui risque d'être inadapté dans la suite des calculs quand le contact sera activé.

Pour éviter cela, et pour avoir un critère relatif, il faut un état de contraintes non nul dès la première itération, et donc activer le contact dès le début.

L'algorithme des contraintes actives converge donc en une itération.

3 Résultats de la modélisation A

3.1 Valeurs testées

On teste les valeurs de la pression normale de contact après convergence des itérations de l'opérateur `STAT_NON_LINE` et de la boucle sur les contraintes actives. On teste tous les points de contact, qui correspondent aux nœuds du maillage sur l'interface. On vérifie que l'on retrouve bien les valeurs déterminées au [§2.1].

Identification	Référence	Aster	% différence
LAGS_C pour tous les nœuds de l'interface	-5.00	-5.00	0.00

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le MIN et le MAX de la colonne.

3.2 Commentaires

Cette modélisation montre les possibilités de la méthode continue de contact appliquée au cadre X-FEM. L'avantage est que la procédure d'appariement est intrinsèque à la méthode X-FEM puisque ici, il n'y a pas vraiment de surface maître et esclave vu que l'on a qu'une seule surface.

4 Modélisation B : interface penchée

Dans cette modélisation, on représente une interface penchée. L'angle θ vaut 22.5° , soit une pente a valant $-1/2$. L'interface ne coïncide plus avec les faces des éléments finis, et coupe maintenant les éléments. La normale à l'interface est notée \mathbf{n} et le vecteur tangent est noté $\boldsymbol{\tau}$:

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2/\sqrt{5} \\ -1/\sqrt{5} \end{pmatrix} \quad \text{éq 4-1}$$

4.1 Résolution analytique

L'interface étant penchée, il risque d'y avoir glissement. Pour éviter cela, on force l'adhérence en choisissant un coefficient de frottement de Coulomb suffisamment élevé. Théoriquement, il suffit de prendre :

$$\mu > \tan(\theta) \quad \text{éq 4.1-1}$$

Ainsi, la solution du problème reste identique à celle du même problème sans interface. La contrainte dans la structure est toujours celle de [éq 2.1-1], et la valeur de la pression de contact sur l'interface est fonction de la normale \mathbf{n} à l'interface :

$$\lambda = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = n_z \sigma_{zz} n_z \quad \text{éq 4.1-2}$$

où n_z est la composante suivant z de \mathbf{n} .

Le semi-multiplicateur de frottement Λ est défini par :

$$\mathbf{r}_\tau = \lambda \mu \Lambda \quad \text{éq 4.1-3}$$

Avec la densité d'effort tangentiel s'écrivant comme suit :

$$\mathbf{r}_\tau = (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) \boldsymbol{\tau} \quad \text{éq 4.1-4}$$

D'où :

$$\Lambda = \left(\frac{1}{\mu} \frac{\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}}{\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}} \right) \boldsymbol{\tau} = \left(\frac{1}{\mu} \frac{\tau_z}{n_z} \right) \boldsymbol{\tau} \quad \text{éq 4.1-5}$$

On prend $\mu = 1$.

Avec les valeurs numériques précédemment introduites, $\lambda = -4.0\text{Pa}$ et $\Lambda \cdot \boldsymbol{\tau} = -0.5$.

4.2 Fonctionnalités testées

Commandes

DEFI_FISS_XFEM CONTACT

Ce cas nécessite l'activation du frottement. Sous le mot clé CONTACT de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM, on stipule alors FROTTEMENT='COULOMB'.

5 Résultats de la modélisation B

5.1 Valeurs testées

On teste les valeurs de la pression normale de contact et du semi-multiplicateur de frottement après convergence des itérations de l'opérateur `STAT_NON_LINE`, de la boucle sur les contraintes actives et de la boucle sur les seuils de frottement. On teste tous les points de contact. On rappelle que ces points de contact peuvent être de deux sortes : soit des nœuds sommet, soit des nœuds milieu, suivant que l'interface coupe ou non les éléments.

On vérifie que l'on retrouve bien les valeurs déterminées au [§4.1]. `LAGS_F1` correspond au semi-multiplicateur de frottement dans le direction Ox (il est donc nul), alors que `LAGS_F2` correspond au semi-multiplicateur de frottement suivant τ .

Identification	Référence	Aster	% différence
<code>LAGS_C</code> pour tous les points de contact	-4.00	-4.00	0.00
<code>LAGS_F1</code> pour tous les points de contact	0.00	2.10^{-14}	0.00
<code>LAGS_F2</code> pour tous les points de contact	-0.50	-0.50	0.00

Pour tester tous les points de contact en une seule fois, on teste le MIN et le MAX de la colonne.

5.2 Commentaires

Précisons que dans cette étude, le mot clé `CONTACT_INIT = 'OUI'` permet de commencer la boucle sur les contraintes actives avec une hypothèse de statut contactant pour tous les points de contact. Cela autorise à prendre un critère relatif (`'RESI_RELA_MAX'`) pour la convergence des itérations de Newton. En effet, si on choisi `CONTACT_INIT = 'NON'`, lors de la phase de prédiction de Newton, le contact n'étant pas activé, la structure supérieure se déplace sans se déformer, et celle inférieure reste immobile. Les contraintes sont alors nulles et un critère relatif n'est pas utilisable, seul un critère global l'est, dont la valeur est laissée au choix de l'utilisateur. Le problème est que cette valeur peut se révéler par la suite du calcul (contact actif...) inadéquate aux chargements et aux contraintes alors en jeu. Ainsi, il vaut mieux pourvoir prendre un unique critère relatif dès le début.

De plus, la valeur initiale du seuil de frottement a été prise à -10^{11} afin d'être sûr que l'on ait adhérence dès la 1^{ère} itération sur les seuils de frottement.

6 Modélisation C : interface droite et sous-intégration

Cette modélisation est exactement la même que la modélisation A, sauf que le schéma d'intégration numérique des termes de contact a changé.

Dans la modélisation A, on utilise un schéma de Gauss à 12 points par facettes triangulaires de contact. Dans la modélisation C, on utilise un schéma réduit à 4 points seulement.

En effet, le schéma doit permettre l'intégration exacte d'un champ de pression constant. L'intégrande sur la facette est alors un monôme en

$$x^i y^j \quad \text{avec } i + j \leq 3.$$

D'après [bib4], un schéma à 4 points de Gauss suffit.

6.1 Fonctionnalités testées

Commandes

DEFI_FISS_XFEM	CONTACT	INTEGRATION='FPG4'
----------------	---------	--------------------

7 Résultats de la modélisation C

7.1 Valeurs testées

On teste les mêmes valeurs que pour la modélisation A.

Identification	Référence	Aster	% différence
LAGS_C pour tous les points de contact	-5.00	-5.00	0.00
LAGS_F1 pour tous les points de contact	0.00	0.00	0.00
LAGS_F2 pour tous les points de contact	0.00	0.00	0.00

Pour tester tous les nœuds de l'interface en une seule fois, on teste les valeurs min et max.

7.2 Commentaires

Cette modélisation montre qu'un schéma d'intégration réduit à 4 points permet de passer le patch test où la solution en pression est constante.

8 Synthèses des résultats

Les objectifs de ce test sont atteints :

- Il s'agit de montrer la faisabilité de la prise en compte du contact frottant sur les lèvres de la fissure avec la méthode continue adaptée au cadre X-FEM. Seul le cas d'une fissure traversant complètement la structure a été envisagé (interface).
- Les cas où l'interface suit la frontière des éléments ($\theta = 0^\circ$) et où l'interface coupe les éléments ($\theta = 22.5^\circ$) ont été validés.

9 Bibliographie

- [1] MASSIN P., BEN DHIA H., ZARROUG M. : Éléments de contacts dérivés d'une formulation hybride continue, Manuel de référence du *Code_Aster*, [R5.03.52]
- [2] MASSIN P., GENIAUT S. : Méthode X-FEM, Manuel de référence du *Code_Aster*, [R7.02.12]
- [3] TARDIEU N., VAUTIER I., LORENTZ E. : Algorithme non linéaire quasi-statique, Manuel de Référence du *Code_Aster*, [R5.03.01]
- [4] DHATT G., TOUZOT G. : Une présentation de la méthode des éléments finis, Maloine Ed., PARIS

Page laissée intentionnellement blanche.