

**Manuel de Validation****Fascicule V3.02 : Statique linéaire des systèmes plans****Document V3.02.313**

# SSLP313 - Fissure inclinée dans une plaque illimitée, soumise à une traction uniforme à l'infini

---

**Résumé :**

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en mécanique de la rupture.

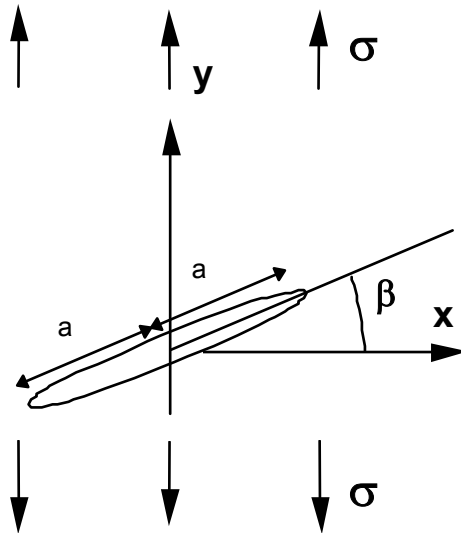
On calcule  $K_I$ ,  $K_{II}$  et le taux de restitution d'énergie pour une fissure droite, inclinée d'un angle  $\beta$ , dans une plaque de grandes dimensions soumise à une traction uniforme. Le modèle est bidimensionnel en contraintes planes. Le matériau est élastique linéaire isotrope. Ce test de référence en 2D permet de vérifier la séparabilité de  $K_I$  et  $K_{II}$  dans un mode mixte.

La solution de référence, donnée pour un domaine théoriquement illimité, est analytique.

En plus de la méthode énergétique (CALC\_G\_THETA), on teste la méthode de calcul des facteurs d'intensité des contraintes par extrapolation des déplacements (POST\_K1\_K2\_K3). La modélisation B permet de tester cette dernière méthode avec un type de maillage préconisé (noeuds milieux au quart) pour obtenir une solution précise.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



On attribue une valeur quelconque à l'inclinaison,  $\beta = 37$  degrés.  
On choisit  $a = 1.E-3$  m.

### 1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est élastique linéaire isotrope, de module d'Young  $E$  et de coefficient de Poisson  $\nu$ .  
 $E = 2.E11$  Pa,  $\nu = 0.3$ .  
Hypothèse des contraintes planes

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

- Limites arbitraires du domaine maillé :  
 $-x_{\max} \leq x \leq x_{\max}$  avec  $x_{\max} = 10a$   
 $-y_{\max} \leq y \leq y_{\max}$  avec  $y_{\max} = 20a$
- Conditions aux limites :  
De façon à bloquer exclusivement les 3 modes rigides plans.  
 $UX = UY = 0$  au coin inférieur gauche du modèle complet.  
 $UY = 0$  au coin inférieur droit du modèle complet.  
Sur le bord inférieur, nous imposons  $UY = 0$
- Chargement: tension uniforme  $\sigma_{yy} = \sigma_0$  sur le bord supérieur :  
La valeur de  $\sigma_0$  vaut 100MPa, en contraintes planes.

---

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Fonction de contrainte d'Airy.

### 2.2 Résultats de référence

$$K_I = \sigma_o \sqrt{\pi a} \cos^2 \beta$$

$$K_{II} = \sigma_o \sqrt{\pi a} \sin \beta \cos \beta$$

$$G_{ref} = \frac{1}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) \quad \text{en contraintes planes}$$

### 2.3 Incertitude sur la solution

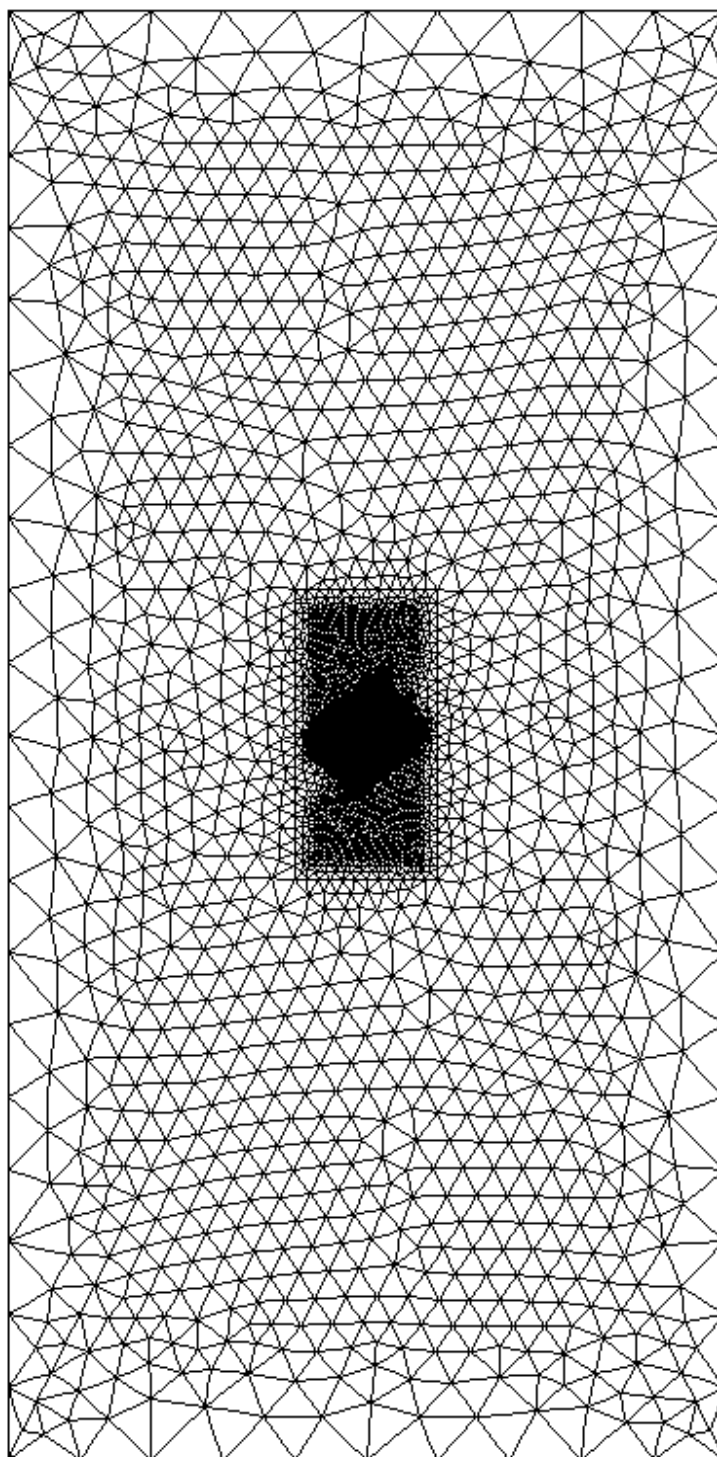
Solution analytique exacte (Irwin) en milieu illimité.

### 2.4 Références bibliographiques

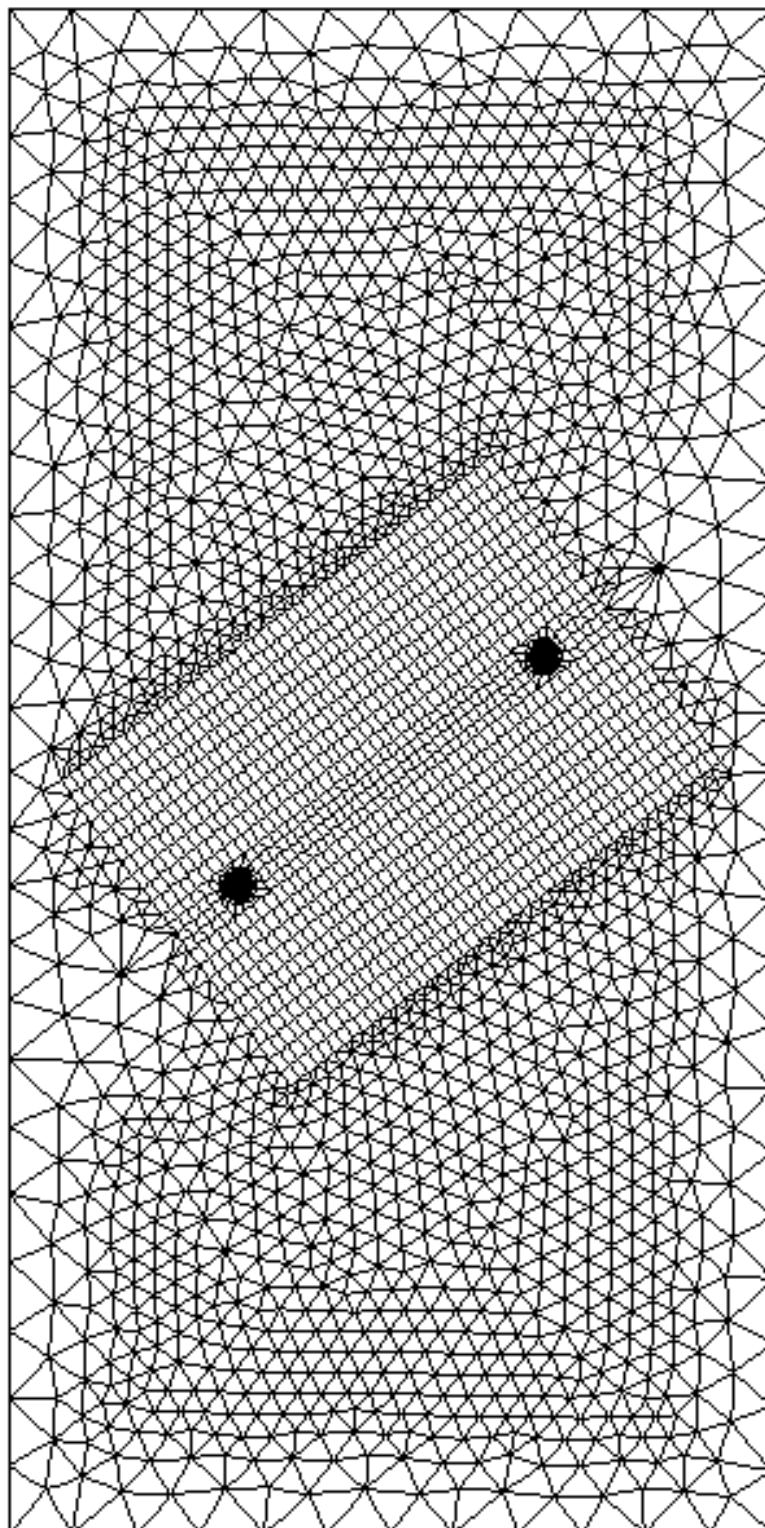
- [1] Y. MURAKAMI Stress intensity factors handbook, case 4.2, page 188. The Society of Materials Science, Japan, Pergamon Press, 1987.

## 3 Modélisation A

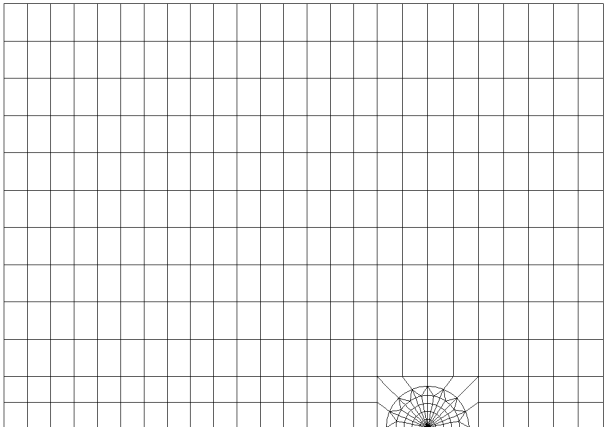
### 3.1 Caractéristiques de la modélisation



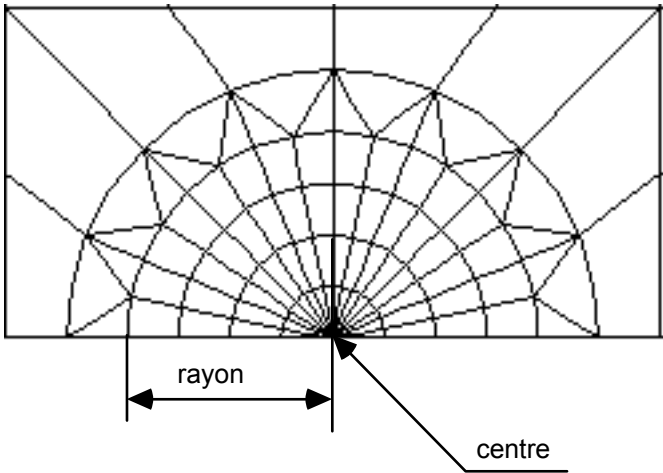
**Modèle complet**



**Après symétrisation et orientation**



Bloc initial 2D



Le rayon vaut 7,5E-5 m

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est constitué de 14888 noeuds et 6674 éléments, dont 1392 éléments QUA8 et 5282 éléments TRI6.

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes			
AFFE_MODELE	MECANIQUE	C_PLAN	TOUT
AFFE_CHAR_MECA	FORCE_CONTOUR		
MECA_STATIQUE			
CALC_THETA	THETA_2D		
CALC_G_THETA_T	OPTION	CALC_G	
CALC_G_THETA_T	OPTION	CALC_K_G	
POST_K1_K2_K3			

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

#### 4.1.1 Résultats obtenus avec CALC\_G\_THETA\_T

Identification	Référence	Aster	% différence
G	1.0019E+02	1.0126E+02	1.07
K <sub>I</sub>	3,5750E+6	3,6038E+6	0,81
K <sub>II</sub>	2,6939E+6	2,7003E+6	0,24

#### 4.1.2 Résultats obtenus avec POST\_K1\_K2\_K3

Identification	Méthode	Référence	Aster	% différence
K1_MAX	1	3.57E+06	3.54E+06	-1.04
K1_MIN	1	3.57E+06	3.19E+06	-10.72
K2_MAX	1	2.69E+06	2.62E+06	-2.82
K2_MIN	1	2.69E+06	1.92E+06	-28.62
G_MAX	1	1.00E+02	9.69E+01	-3.33
G_MIN	1	1.00E+02	6.94E+01	-30.70
K1_MAX	2	3.57E+06	3.51E+06	-1.76
K1_MIN	2	3.57E+06	3.33E+06	-6.79
K2_MAX	2	2.69E+06	2.61E+06	-3.12
K2_MIN	2	2.69E+06	2.25E+06	-16.49
G_MAX	2	1.00E+02	9.57E+01	-4.50
G_MIN	2	1.00E+02	8.08E+01	-19.32

### 4.2 Remarques sur les 2 méthodes de POST\_K1\_K2\_K3 :

Deux méthodes sont programmées dans POST\_K1\_K2\_K3 :

- Méthode 1 : on calcule le saut du champ de déplacements au carré et on le divise par r. Différentes valeurs de K1 (resp. K2, K3) sont obtenues (à un facteur près) par extrapolation en r=0 des segments de droites ainsi obtenus. Si la solution était parfaite (champ asymptotique analytique partout), on devrait obtenir une droite. En réalité, on obtient une courbe, donc des valeurs différentes de K1, K2, K3. Afin de donner une indication de la qualité du résultat, on liste les valeurs maximum et minimum obtenues sur l'ensemble des points traités (que l'on nomme ici K1\_MAX, K1\_MIN, etc...)
- Méthode 2 : on trace le saut du champ de déplacements au carré en fonction de r. Les approximations de K1 sont (toujours à un facteur près) égales à la pente des segments reliant l'origine aux différents points de la courbe. Là encore, on obtient différentes valeurs de K1, K2, K3. et on liste les valeurs maximum et minimum obtenues sur l'ensemble des points traités (nommées K1\_MAX, K1\_MIN, etc...)
- Pour pouvoir comparer la solution obtenue avec celle fournie par CALC\_G\_THETA\_T, on calcule G à partir de K1 et K2 par la formule d'Irwin, ce qui donne G\_MAX et G\_MIN.

### 4.3 Paramètres d'exécution

Version : 5.3

Machine : SGI/ORIGIN 2000

Encombrement mémoire : 128 Mo

Temps CPU User : 22 secondes

## 5 Modélisation B

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Même forme de maillage que précédemment, mais modification des coordonnées des noeuds milieux des arêtes touchant le fond de fissure, pour les déplacer au quart de ces arêtes (méthode de Barsoum).

Cette modification des coordonnées des noeuds est réalisée par une procédure GIBI accessible dans le fichier de données de maillage (SSLP313B.datg).

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est constitué de 14888 noeuds et 6674 éléments, dont 1392 éléments QUA8 et 5282 éléments TRI6.

### 5.3 Fonctionnalités testées

**Commandes**

AFFE_MODELE	MECANIQUE	C_PLAN	TOUT
AFFE_CHAR_MECA	FORCE_CONTOUR		
MECA_STATIQUE			
CALC_THETA	THETA_2D		
CALC_G_THETA	OPTION	CALC_G	
CALC_G_THETA	OPTION	CALC_K_G	
POST_K1_K2_K3			



## 6 Résultats de la modélisation B

### 6.1 Valeurs testées

#### 6.1.1 Résultats obtenus avec CALC\_G\_THETA\_T

Identification	Référence	Aster	% différence
G	1.0019E+02	1.0135E+02	1.16
K <sub>I</sub>	3,5750E+6	3.6033E+06	0.79
K <sub>II</sub>	2,6939E+6	2.6996E+06	0.21

#### 6.1.2 Résultats obtenus avec POST\_K1\_K2\_K3

Identification	Méthode	Référence	Aster	% différence
K1_MAX	1	3.57E+06	3.6089E+06	0.95
K1_MIN	1	3.57E+06	3.5995E+06	0.69
K2_MAX	1	2.69E+06	2.7035E+06	0.36
K2_MIN	1	2.69E+06	2.6944E+06	0.02
G_MAX	1	1.00E+02	1.0142E+02	1.23
G_MIN	1	1.00E+02	1.0120E+02	1.01
K1_MAX	2	3.57E+06	3.6027E+06	0.78
K1_MIN	2	3.57E+06	3.5344E+06	-1.14
K2_MAX	2	2.69E+06	2.6927E+06	-0.05
K2_MIN	2	2.69E+06	2.6478E+06	-1.71
G_MAX	2	1.00E+02	1.0115E+02	0.96
G_MIN	2	1.00E+02	9.7512E+01	-2.67

### 6.2 Remarques sur les 2 méthodes de POST\_K1\_K2\_K3 :

Deux méthodes sont programmées dans POST\_K1\_K2\_K3 :

- Méthode 1 : on calcule le saut du champ de déplacements au carré et on le divise par  $r$ . Différentes valeurs de K1 (resp. K2, K3) sont obtenues (à un facteur près) par extrapolation en  $r=0$  des segments de droites ainsi obtenus. Si la solution était parfaite (champ asymptotique analytique partout), on devrait obtenir une droite. En réalité, on obtient une courbe, donc des valeurs différentes de K1, K2, K3. Afin de donner une indication de la qualité du résultat, on liste les valeurs maximum et minimum obtenues sur l'ensemble des points traités (que l'on nomme ici K1\_MAX, K1\_MIN, etc...)
- Méthode 2 : on trace le saut du champ de déplacements au carré en fonction de  $r$ . Les approximations de K1 sont (toujours à un facteur près) égales à la pente des segments reliant l'origine aux différents points de la courbe. Là encore, on obtient différentes valeurs de K1, K2, K3. et on liste les valeurs maximum et minimum obtenues sur l'ensemble des points traités (nommées K1\_MAX, K1\_MIN, etc...)
- Pour pouvoir comparer la solution obtenue avec celle fournie par CALC\_G\_THETA\_T, on calcule G à partir de K1 et K2 par la formule d'Irwin, ce qui donne G\_MAX et G\_MIN.

### 6.3 Paramètres d'exécution

Version : 5.3

Machine : SGI/ORIGIN 2000

Encombrement mémoire : 128 Mo

Temps CPU User : 19 secondes

## 7 Synthèse des résultats

---

Avec ce choix des limites du domaine de calcul, nous obtenons des écarts de l'ordre de 1% sur les coefficients  $K_I$  et  $K_{II}$ , et sur le taux de restitution d'énergie  $G$ .

En ce qui concerne la méthode `POST_K1_K2_K3`, les résultats sont plus éloignés de la référence avec un maillage standard (de -1% à -30% d'écart), par contre, avec un maillage de type Barsoum (noeuds milieux au quart des côtés), préconisé pour ce type de méthode, les écarts sont compris entre -3% et +1.2%, ce qui est relativement précis.