

**Manuel de Validation****Fascicule V3.04 : Statique linéaire des systèmes volumiques****Document : V3.04.139**

# **SSLV139 - Flambement d'une plaque circulaire soumise à une force de compression uniformément répartie sur son contour**

---

**Résumé :**

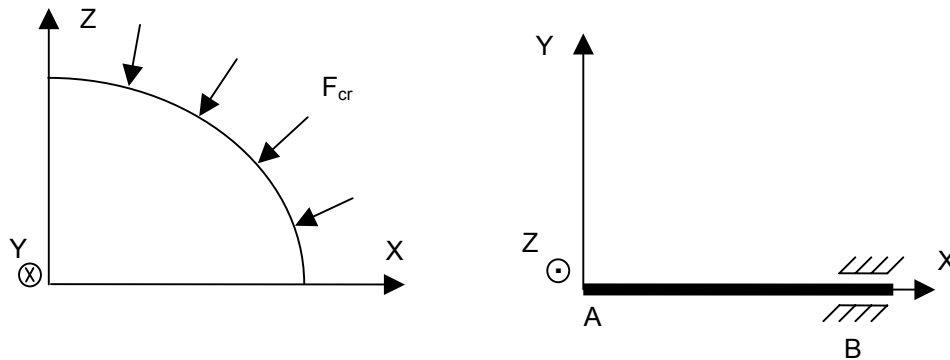
Ce test représente un calcul de stabilité d'une plaque circulaire soumise à une force de compression uniformément répartie sur son contour. Nous déterminons la charge critique conduisant au flambement élastique d'Euler ainsi que la déformée modale associée.

Ce test valide la modélisation `AXIS_FOURIER` pour le flambement linéaire avec des mailles `QUAD8` et `TRIA6` (mode circonférentiel égal à zéro), et la modélisation `AXIS` avec des mailles `QUAD8`.

La charge critique obtenue est comparée à une solution de référence analytique.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



- Epaisseur de la plaque :  $h = 0.0005$  m
- Rayon de la plaque :  $R = 0.115$  m

### 1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés du matériau constituant la plaque sont :

$E = 2.1 \cdot 10^{11}$ Pa	Module de Young
$\nu = 0.3$	Coefficient de Poisson

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Conditions aux limites :

- sur le contour de la plaque (point B) : déplacement suivant  $Y=0$  et rotation autour de  $Z = 0$

Chargement : on applique une force de compression uniformément répartie  $F$  sur le contour externe de la plaque.

### 1.4 Conditions initiales

Sans objet.

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul

La valeur de la charge critique est donnée en [bib1] par l'expression suivante :

$$F_{cr} = \frac{14.68D}{R^2}$$

avec :  $D$  la rigidité à la flexion de la plaque (en N.m) définie par l'expression suivante :

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

Cette charge critique est associée à un mode circonférentiel égal à 0.

### 2.2 Grandeurs et résultats de référence

Pour les caractéristiques données, la charge critique vaut :

$$F_{cr} = 2668.315 \text{ N/m}$$

### 2.3 Incertitudes sur la solution

Solution analytique

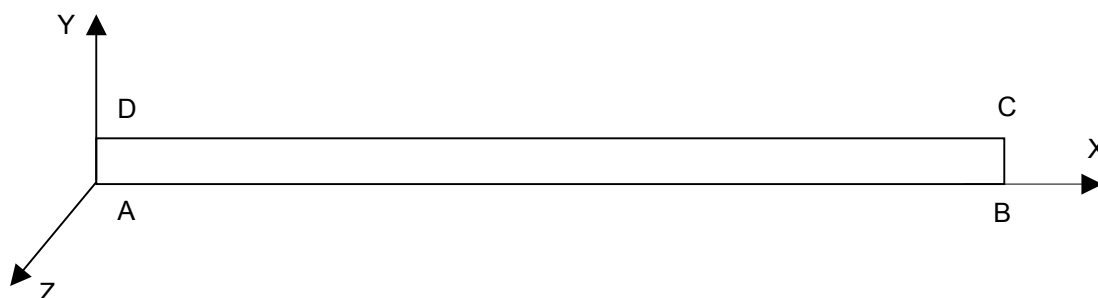
### 2.4 Références bibliographiques

- [1] S.P. TIMOSHENKO, J.M. GERE : Théorie de la stabilité élastique, deuxième édition, DUNOD (1966)

### 3 Modélisation A

#### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation AXIS\_FOURIER (QUAD8) : 3 degrés de liberté par nœud (DX, DY, DZ)



Conditions limites :

- groupe de mailles AD :  $DX = 0$ ,  $DZ = 0$
- groupe de mailles BC :  $DY = 0$ ,  $DZ = 0$

Caractéristiques de la discrétisation

- Côtés AB et CD : 460 éléments
- Côtés AD et BC : 4 éléments

#### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 6449

Nombre de mailles : 1840 (QUAD8)

#### 3.3 Fonctionnalités testées

##### Commandes

AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION = 'AXIS_FOURIER'
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	GROUP_MA
	FORCE_CONTOUR	FX
MACRO_ELAS_MULT	CAS_CHARGE	MODE_FOURIER = 0
CALC_MATR_ELEM		OPTION = 'RIGI_MECA'
		OPTION = 'RIGI_GEOM'
		MODE_FOURIER = 0
MODE_ITER_SIMULT		METHODE = 'SORENSEN'
		TYPE_RESU = 'MODE_FLAMB'
	CALC_FREQ	OPTION = 'PLUS PETITE'
NORM_MODE		NORME = 'TRAN'

#### 3.4 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Aster	% Différence
Pression critique (n=0)	$8.4935 \cdot 10^5$ Pa	$8.4847 \cdot 10^5$ Pa	-0.104
Déplacement DY au nœud D	1	$9.99985 \cdot 10^{-1}$	-0.001

### 3.5 Remarques

- La pression critique  $P_{cr}$  de référence, utilisée dans le fichier de commande, a été obtenue à partir de la charge critique référencée au paragraphe [§2.2] :

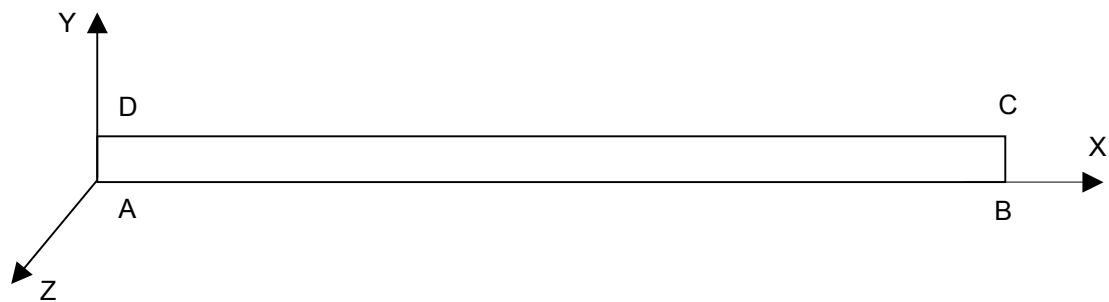
$$P_{cr} = \frac{F_{cr}}{2\pi h} = 849350.94 \text{ N} / \text{m}^2$$

- La normalisation du mode propre pour la plus grande des composantes de translation implique une valeur de référence égale à 1 pour le déplacement DY au nœud D.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation AXIS (QUAD8) : 2 degrés de liberté par nœud (DX, DY)



- Conditions limites :
- groupe de mailles AD :  $DX = 0$
  - groupe de mailles BC :  $DY = 0$

- Caractéristiques de la discrétisation
- Côtés AB et CD : 460 éléments
  - Côtés AD et BC : 4 éléments

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 6449  
Nombre de mailles : 1840 (QUAD8)

### 4.3 Fonctionnalités testées

Commandes		
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION = 'AXIS'
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	GROUP_MA
	FORCE_CONTOUR	FX
MACRO_ELAS_MULT	CAS_CHARGE	
CALC_MATR_ELEM		OPTION = 'RIGI_MECA'
		OPTION = 'RIGI_GEOM'
MODE_ITER_SIMULT		METHODE = 'SORENSEN'
		TYPE_RESU = 'MODE_FLAMB'
	CALC_FREQ	OPTION = 'PLUS PETITE'
NORM_MODE		NORME = 'TRAN'

### 4.4 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Aster	% Différence
Pression critique (n=0)	8.4935 10 <sup>5</sup> Pa	8.4847 10 <sup>5</sup> Pa	−0.104
Déplacement DY au nœud D	1	9.99985 10 <sup>−1</sup>	−0.001

## 4.5 Remarques

- La pression critique  $P_{cr}$  de référence, utilisée dans le fichier de commande, a été obtenue à partir de la charge critique référencée au paragraphe [§2.2] :

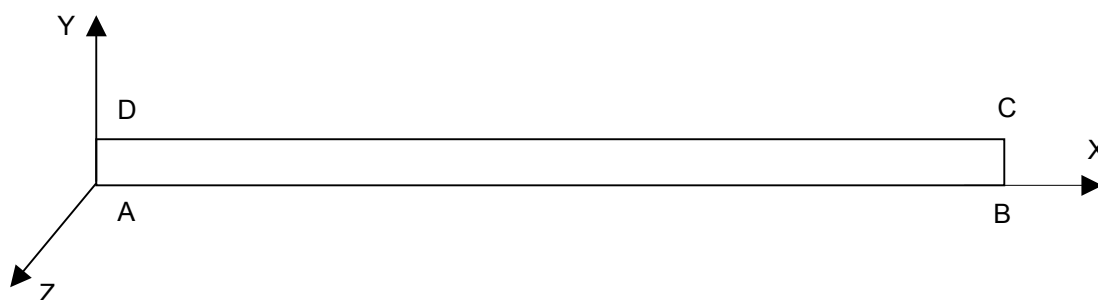
$$P_{cr} = \frac{F_{cr}}{2\pi h} = 849350.94 \text{ N} / \text{m}^2$$

- La normalisation du mode propre pour la plus grande des composantes de translation implique une valeur de référence égale à 1 pour le déplacement DY au nœud D.

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation AXIS\_FOURIER (TRIA6) : 3 degrés de liberté par nœud (DX, DY, DZ)



Conditions limites :

- groupe de mailles AD :  $DX = 0$ ,  $DZ = 0$ .
- groupe de mailles BC :  $DY = 0$ ,  $DZ = 0$ .

Caractéristique de la discrétisation

- Côtés AB et CD : 690 éléments
- Côtés AD et BC : 6 éléments

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 17 964

Nombre de mailles : 8 280 (TRIA6)

### 5.3 Fonctionnalités testées

#### Commandes

AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION = 'AXIS_FOURIER'
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	GROUP_MA
	FORCE_CONTOUR	FX
MACRO_ELAS_MULT	CAS_CHARGE	MODE_FOURIER = 0
CALC_MATR_ELEM		OPTION = 'RIGI_MECA'
		OPTION = 'RIGI_GEOM'
		MODE_FOURIER = 0
MODE_ITER_SIMULT		METHODE = 'SORENSEN'
		TYPE_RESU = 'MODE_FLAMB'
	CALC_FREQ	OPTION = 'PLUS PETITE'
NORM_MODE		NORME = 'TRAN'

### 5.4 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Aster	% Différence
Pression critique (n=0)	$8.4935 \cdot 10^5$ Pa	$8.6943 \cdot 10^5$ Pa	2.364
Déplacement DY au nœud D	1	$9.99986 \cdot 10^{-1}$	-0.001



## 5.5 Remarques

- La pression critique  $P_{cr}$  de référence, utilisée dans le fichier de commande, a été obtenue à partir de la charge critique référencée au paragraphe [§2.2] :

$$P_{cr} = \frac{F_{cr}}{2\pi h} = 849350.94 \text{ N} / \text{m}^2$$

- La normalisation du mode propre pour la plus grande des composantes de translation implique une valeur de référence égale à 1 pour le déplacement DY au nœud D.

## 6 Synthèse des résultats

---

Les résultats obtenus sont très satisfaisants pour les mailles QUAD8 indépendamment de la modélisation utilisée (AXIS ou AXIS\_FOURIER) : les incertitudes sur la pression critique ne dépassent pas 0.104 %.

Toutefois, on notera que la modélisation AXIS\_FOURIER est nettement moins précise avec des mailles TRIA6 qu'avec des mailles QUAD8.

Ce test à permis de tester et comparer les modélisations AXIS et AXIS\_FOURIER en flambement linéaire d'Euler d'une structure mince circulaire soumise à une force externe de compression uniformément répartie sur son contour.