

**Manuel de Validation****Fascicule V7.11 : Thermo-mécanique statique linéaire des plaques et coques****Document V7.11.001**

# **HSL01 - Plaque carrée mince soumise à un gradient thermique dans l'épaisseur**

---

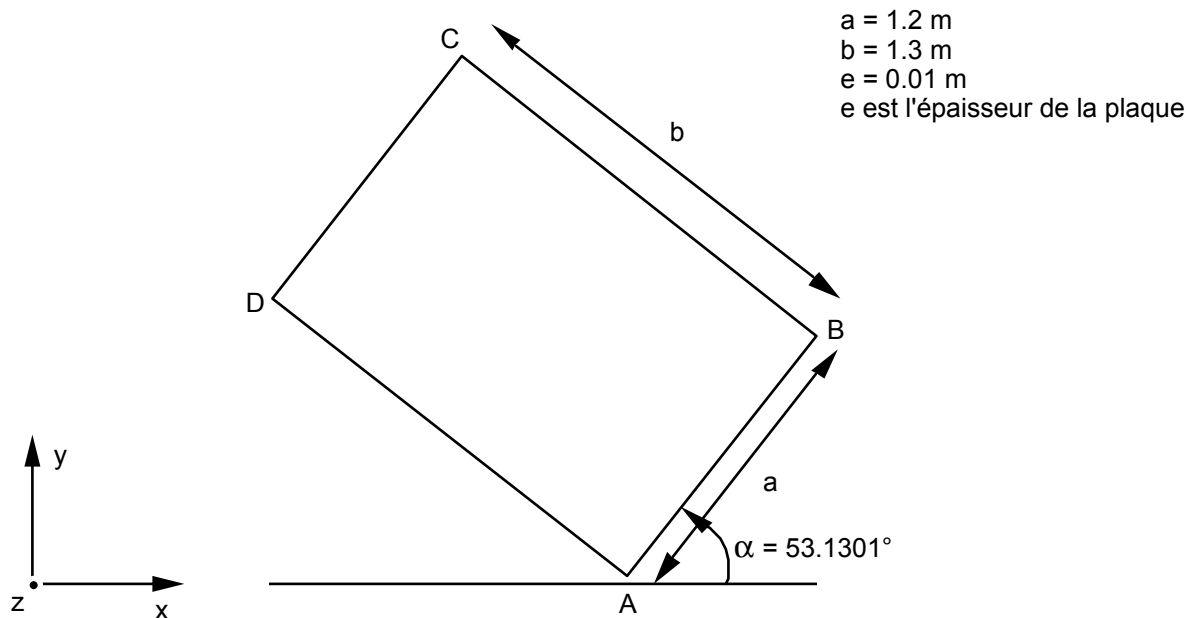
**Résumé**

Ce test a pour but de valider la dilatation thermique dans les éléments de plaque, où la température est variable dans l'épaisseur.

Deux modélisations permettent de tester les modélisations DKT, DST, Q4G sur des mailles TRIA3 et QUAD4 et COQUE\_3D sur les mailles TRIA7 et QUAD9.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



### 1.2 Propriétés des matériaux

Module d'Young :  $E = 2.10^{11} \text{ Pa}$

Coefficient de Poisson :  $\nu = 0.3$

Coefficient de dilatation :  $\alpha = 1.10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

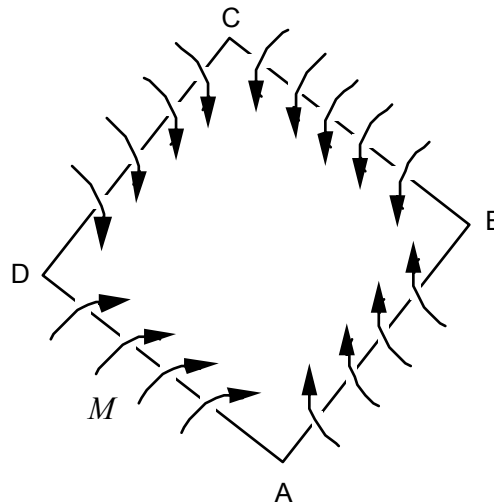
Les côtés AB, BC, CD et DA sont encastres. La température est constante sur la face supérieure et est égale à  $T_s = 100^\circ\text{C}$ .

La température est constante sur la face inférieure et est égale à  $T_i = 0^\circ\text{C}$  ; le gradient de température est supposé linéaire dans l'épaisseur.

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution est analytique.



Le chargement thermique est équivalent à un chargement défini par une répartition uniforme de moments sur les bords tel qu'il apparaît sur la figure.

La valeur de ces moments par unité de longueur est égale à :  $M = \alpha \frac{T_s - T_i}{e} \times \frac{E \times e^3 \times (1 + \nu)}{12(1 - \nu^2)}$ .

Soit :  $M = \alpha (T_s - T_i) \times \frac{E \times e^2}{12(1 - \nu)}$ . Ceci conduit à une répartition uniforme de  $M$  dans la plaque  $\alpha$ .

### 2.2 Résultats de référence

On a donc  $M = 2380.95238$  N ; la plaque étant tournée d'un angle  $\alpha = 53^\circ.1301$ , on a des composantes dont la valeur absolue est :  $M \times \cos \alpha = 1428.5715$  N et  $M \times \sin \alpha = 1904.76184$  N.

Les réactions sont définies par une distribution de moments égale à la précédente en valeur absolue et de signe contraire.

Les mailles sont des carrés dont la longueur est égale à 0.05 m, donc les moments en chaque nœud doivent être égaux à  $M_1 = M \times \cos \alpha \times 0.05 = 71.42857$  N.m

$$\text{et } M_2 = M \times \sin \alpha \times 0.05 = 95.2381 \text{ N.m}$$

$$\text{soit } M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2} = 119.0476 \text{ N.m}$$

### 2.3 Incertitude sur la solution

L'incertitude est nulle.

### 2.4 Références bibliographiques

- [1] TIMOSHENKO : Theory of plates and shells chapitre 2, article 14.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est constitué de :

- 936 éléments,
- 675 nœuds,

dont :

- 114 éléments Q4G,
- 84 éléments DSQ,
- 84 éléments DKQ,
- 312 éléments DST,
- 312 éléments DKT.

Les éléments sont des carrés dont la longueur est égale à 0.05 m.

Les bords AB, BC, CD et DA sont encastrés.

La plaque est soumise à un gradient de température de 100°C dans l'épaisseur. Ce gradient est uniforme sur la plaque.

### 3.2 Fonctionnalités testées

Commande		
CREA_CHAMP	NOM_CMP	TEMP TEMP_INF TEMP_SUP
AFFE_CHAR_MECA	TEMP_CALCULEE EPSI_INIT	
MECA_STATIQUE	OPTION	SIEF_ELGA_DEPL
CALC_NO		FORC_NODA

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

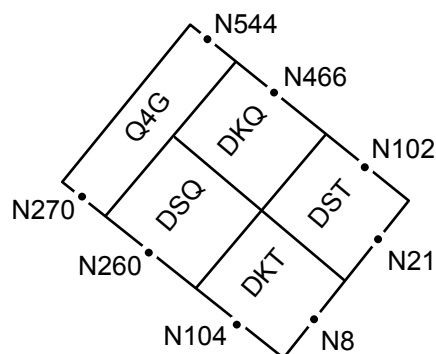
Rx  $\equiv$  réaction selon  $\vec{O}_x$

Ry  $\equiv$  réaction selon  $\vec{O}_y$

Identification	Référence	Aster	% différence
N104 (sur le bord AD dans la partie maillée en DKT)	DRx = 71.4286 DRy = 95.2381	DRx = 71.4286 DRy = 95.2381	0 0
N260 (sur le bord AD dans la partie maillée en DSQ)	DRx = 71.4286 DRy = 95.2381	DRx = 71.4286 DRy = 95.2381	0 0
N270 (sur le bord AD dans la partie maillée en Q4G)	DRx = 71.4286 DRy = 95.2381	DRx = 71.4286 DRy = 95.2381	0 0
N8 (sur le bord AB dans la partie maillée en DKT)	DRx = 95.2381 DRy = 71.4286	DRx = 95.2381 DRy = 71.4286	0 0
N21 (sur le bord AB dans la partie maillée en DST)	DRx = 95.2381 DRy = 71.4286	DRx = 95.2381 DRy = 71.4286	0 0
N102 (sur le bord BC dans la partie maillée en DST)	DRx = 71.4286 DRy = 95.2381	DRx = 71.4286 DRy = 95.2381	0 0
N 466 (sur le bord BC dans la partie maillée en DKQ)	DRx = 71.4286 DRy = 95.2381	DRx = 71.4286 DRy = 95.2381	0 0
N 544 (sur le bord BC dans la partie maillée en Q4G)	DRx = 71.4286 DRy = 95.2381	DRx = 71.4286 DRy = 95.2381	0 0

### 4.2 Remarques

Les nœuds testés sont à peu près placés comme suit :



## 5 Modélisation B

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est COQUE\_3D.

Le modèle est constitué de :

- 662 éléments,
- 2267 nœuds,

dont :

- 462 triangles à 7 nœuds,
- 200 quadrilatères à 9 nœuds.

Les bords AB, BC, CD et DA sont encastres.

La plaque est soumise à un gradient de température de 100°C dans l'épaisseur. Ce gradient est uniforme sur la plaque.

### 5.2 Fonctionnalités testées

**Commande**

CREA_CHAMP	NOM_CMP	TEMP TEMP_INF TEMP_SUP
AFFE_CHAR_MECA	TEMP_CALCULEE EPSI_INIT	
MECA_STATIQUE	OPTION	SIEF_ELGA_DEPL
CALC_NO		FORC_NODA
STAT_NON_LINE		
CALC_ELEM	OPTION EFGE_ELNO_DEPL OPTION SIEF_ELNO_ELGA	

## 6 Résultats de la modélisation B

### 6.1 Valeurs testées

On teste les moments MXX et MYY. Ces valeurs sont données dans le repère local à la plaque, choisi parallèle aux côtés.

On a donc :  $MXX = MYY = M = -2,38095 \cdot 10^3$  N comme le moment est uniforme dans la plaque, il suffit de tester les valeurs maximum et minimum des moments et de vérifier qu'elles sont toutes deux égales à M :

	Identification	Référence	Aster	% diff
Efforts obtenus par EFGE_ELNO_DEPL :	MXX Maximum	$-2,38095 \cdot 10^3$	$-2,38095 \cdot 10^3$	0
	MXX Minimum	$-2,38095 \cdot 10^3$	$-2,38095 \cdot 10^3$	0
	MYY Maximum	$-2,38095 \cdot 10^3$	$-2,38095 \cdot 10^3$	0
	MYY Minimum	$-2,38095 \cdot 10^3$	$-2,38095 \cdot 10^3$	0
Efforts obtenus par SIEF_ELNO_ELGA :	MXX Maximum	$-2,38095 \cdot 10^3$	$-2,38095 \cdot 10^3$	0
	MXX Minimum	$-2,38095 \cdot 10^3$	$-2,38095 \cdot 10^3$	0
	MYY Maximum	$-2,38095 \cdot 10^3$	$-2,38095 \cdot 10^3$	0
	MYY Minimum	$-2,38095 \cdot 10^3$	$-2,38095 \cdot 10^3$	0

---

## 7 Synthèse des résultats

---

La parfaite adéquation des résultats avec la référence analytique montre la bonne prise en compte de la variation de la température.