

Manuel de Validation**Fascicule V3.04 : Statique linéaire des systèmes volumiques****Document V3.04.135**

SSLV135 – Endommagement par fatigue sous chargement bi-axial alterné

Résumé :

On présente ici un test ayant une référence analytique [bib1]. La géométrie traitée ici est un cube sans défaut avec lequel on réalise un calcul mécanique élastique linéaire suivi du calcul du plan de cisaillement critique en chaque point de Gauss et en chaque nœud.

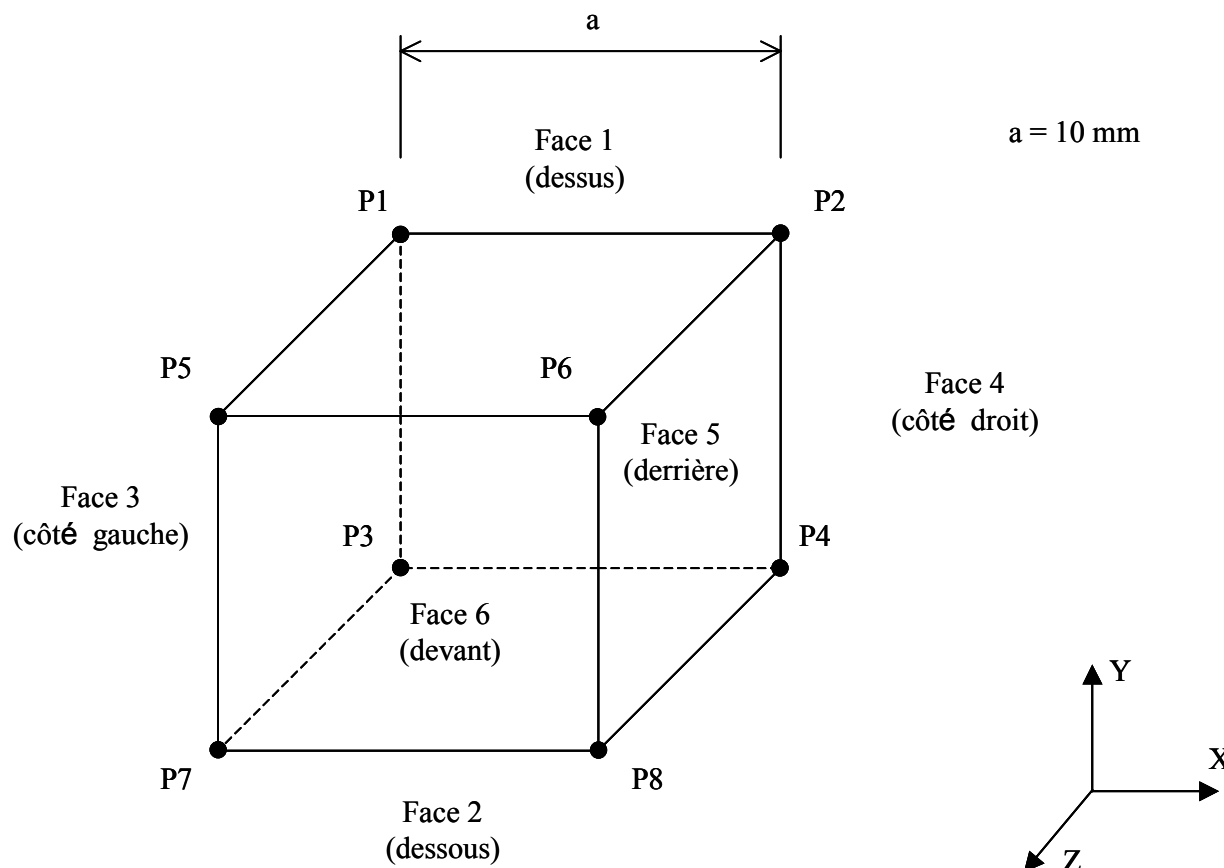
Chacune des quatre modélisations teste un critère :

- modélisation A : critère `MATAKE` ;
- modélisation B : critère `DANG_VAN_MODI_AC` ;
- modélisation C : critère `DOMM_MAXI` ;
- modélisation D : critère `DANG_VAN_MODI_AV`,
- modélisation E : critère `FATEMI_SOCIE`.

Les deux premiers critères sont dits « à plan de cisaillement critique », ils sont adaptés aux chargements périodiques. Les deux derniers critères peuvent être qualifiés de critères « à plan de dommage critique », ils peuvent être utilisés lorsque le chargement est non périodique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Le cube a 10 mm de côté.

1.2 Propriétés de matériaux

Module d'Young : $E = 200000 \text{ MPa}$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$

Contrainte ultime : $\sigma_u = 850.0 \text{ MPa}$

Courbe de Wöhler (traction-compression alternée contrôlée en contrainte) :

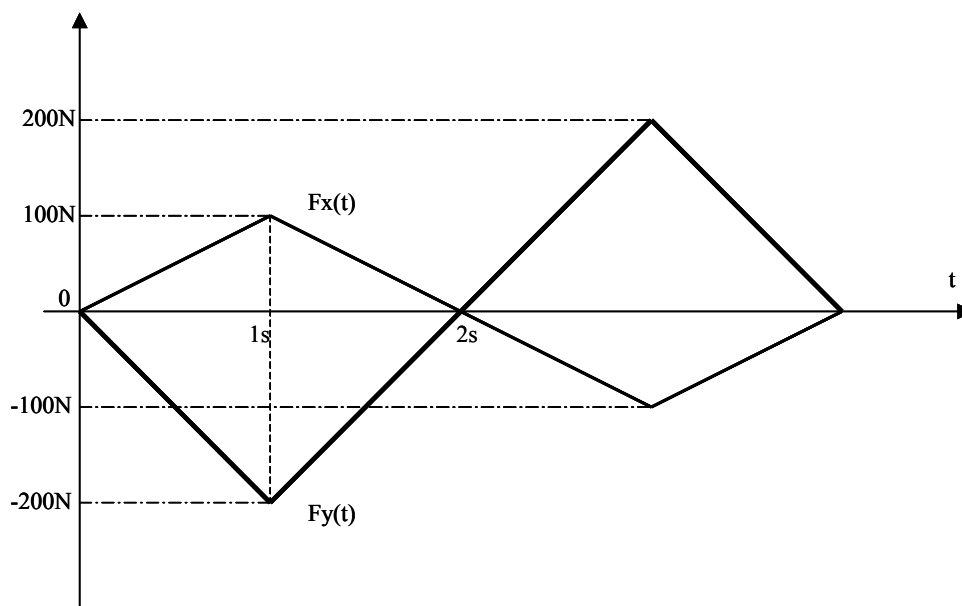
Demi amplitude de contrainte (MPa)	138.0	152.0	165.0	180.0	200.0	250.0	295.0
Nombre de cycles	1.0E+6	0.5E+6	0.2E+6	0.1E+6	0.05E+6	0.02E+6	12.0E+4
Demi amplitude de contrainte (MPa)	305.0	340.0	430.0	540.0	690.0	930.0	1210.0
Nombre de cycles	10.0E+4	5.0E+3	2.0E+3	1.0E+3	5.0E+2	2.0E+2	1.0E+2
Demi amplitude de contrainte (MPa)	1590.0	2210.0	2900.0				
Nombre de cycles	50.0	20.0	10.0				

Tableau 1.2-1 : Courbe de Wöhler

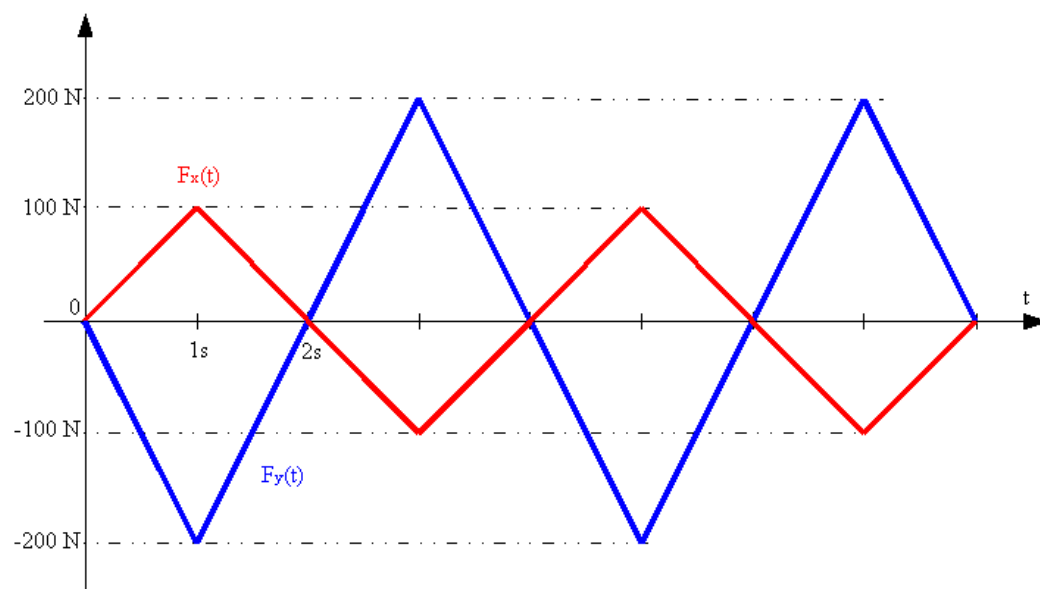
1.3 Conditions aux limites et chargements

- Les déplacements selon l'axe X de la face 3 sont bloqués ($DX=0.0$).
- Les déplacements selon l'axe Y de la face 2 sont bloqués ($DY=0.0$).
- Les déplacements du point P3 sont bloqués selon l'axe Z ($DZ=0.0$).
- Nous appliquons un chargement bi-axial alterné (traction-compression) selon les axes X et Y. $F_x(t)$ représente les efforts alternés appliqués sur la face 4 selon l'axe X et $F_y(t)$ représente les efforts alternés appliqués sur la face 1 selon l'axe Y.

Chargement pour les modélisations A et B :



Chargement pour les modélisations C et D :



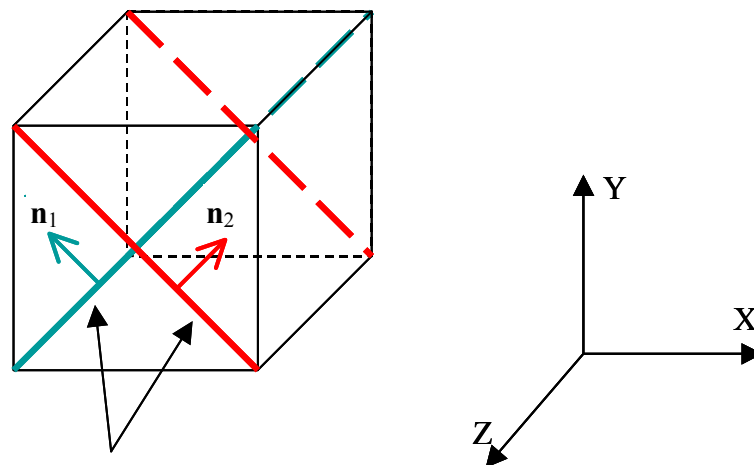
1.4 Conditions initiales

Sans objet pour une analyse statique.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Dans le cas d'un chargement bi-axial alterné où les contraintes appliquées sont tels que : $\sigma_x = \lambda \sigma_y$, avec $|\lambda| > 1$ et $\lambda < 0$, on montre [bib1] que la demi amplitude de cisaillement maximal $\Delta\tau/2 = (\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y)/4$, où $\Delta\sigma_x/2$ et $\Delta\sigma_y/2$ représentent les demi amplitudes de contraintes appliquées selon les axes x et y . De plus, il y a deux plans critiques dans lesquels le cisaillement est maximal :



Les deux plans de cisaillement maximal

2.2 Résultats de référence pour les modélisations A et B

Voir les références [bib2] et [R7.04.01].

Demi amplitude de cisaillement maximal :

$\Delta\sigma_x/2$ (MPa)	$\Delta\sigma_y/2$ (MPa)	$\Delta\tau/2$ (MPa)
100	200	150

Remarque :

| La demi amplitude de cisaillement maximal est identique pour les deux plans critiques.

Vecteurs normaux aux deux plans critiques :

	\mathbf{n}_1	\mathbf{n}_2
Composante x	$-1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$
Composante y	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$
Composante z	0	0

Contraintes maximales normales sur les plans des normales \mathbf{n}_1 et \mathbf{n}_2 :

$$N_{\max}(\mathbf{n}_1) = 50 \text{ MPa} \text{ et } N_{\max}(\mathbf{n}_2) = 50 \text{ MPa} .$$

Pression hydrostatique maximale, indépendante vis à vis des plans de normales \mathbf{n}_1 et \mathbf{n}_2 :

$$P = 33,33333 \text{ MPa}.$$

Contraintes moyennes normales sur les plans des normales \mathbf{n}_1 et \mathbf{n}_2 :

$$N_m(\mathbf{n}_1) = 0 \text{ MPa} \text{ et } N_m(\mathbf{n}_2) = 0 \text{ MPa}.$$

Déformations maximales normales sur les plans des normales \mathbf{n}_1 et \mathbf{n}_2 :

$$\varepsilon_{\max}(\mathbf{n}_1) = 1,75 \cdot 10^{-4} \text{ et } \varepsilon_{\max}(\mathbf{n}_2) = 1,75 \cdot 10^{-4}$$

Déformations moyennes normales sur les plans des normales \mathbf{n}_1 et \mathbf{n}_2 :

$$\varepsilon_m(\mathbf{n}_1) = 0 \text{ et } \varepsilon_m(\mathbf{n}_2) = 0.$$

Critère de MATAKE

$$\frac{\Delta\tau(\mathbf{n}_i)}{2} + a N_{\max}(\mathbf{n}_i) \leq b, \quad i = 1, 2$$

où $a = 1$ et $b = 2$.

Contraintes équivalentes au sens de MATAKE sur les plans des normales \mathbf{n}_1 et \mathbf{n}_2 :

$$\sigma_{eq}(\mathbf{n}_i) = \left(\frac{\Delta\tau(\mathbf{n}_i)}{2} + a N_{\max}(\mathbf{n}_i) \right) \frac{f}{t}, \quad i = 1, 2$$

où f et t représentent, respectivement, la limite d'endurance en flexion alternée et la limite d'endurance en torsion alternée. Ici f/t est égal à 1,5. Par conséquent nous avons :

$$\sigma_{eq}(\mathbf{n}_1) = 300 \text{ MPa} \text{ et } \sigma_{eq}(\mathbf{n}_2) = 300 \text{ MPa}.$$

Nombres de cycles à la rupture sur les plans des normales \mathbf{n}_1 et \mathbf{n}_2 :

A partir de la courbe de Wöhler, cf. [Tableau 1.2-1], et des contraintes équivalentes au sens de MATAKE, nous obtenons :

$$Nb_{cr}(\mathbf{n}_1) = Nb_{cr}(\mathbf{n}_2) = 10946 \text{ cycles}.$$

Endommagement sur les plans des normales \mathbf{n}_1 et \mathbf{n}_2 :

$$ENDO(\mathbf{n}_1) = ENDO(\mathbf{n}_2) = 9,13565 \cdot 10^{-5}.$$

**Critère de Dang Van adapté aux chargements périodiques :
DANG_VAN_MODI_AC**

$$\frac{\Delta\tau(\mathbf{n}_i)}{2} + a P \leq b, \quad i = 1, 2$$

où $a = 1$ et $b = 2$.

Contraintes équivalentes au sens de DANG VAN sur les plans des normales \mathbf{n}_1 et \mathbf{n}_2 :

$$\sigma_{eq}(\mathbf{n}_i) = \left(\frac{\Delta\tau(\mathbf{n}_i)}{2} + aP \right) \frac{c}{t}, \quad i = 1, 2$$

où c et t représentent, respectivement, la limite d'endurance en cisaillement alterné et la limite d'endurance en traction-compression alternée. Ici c/t est égal à 1,5. Par conséquent nous avons :

$$\sigma_{eq}(\mathbf{n}_1) = 275 \text{ MPa} \text{ et } \sigma_{eq}(\mathbf{n}_2) = 275 \text{ MPa}.$$

Nombres de cycles à la rupture sur les plans des normales \mathbf{n}_1 et \mathbf{n}_2

A partir de la courbe de Wöhler, cf. [Tableau 1.2-1], et des contraintes équivalentes au sens de DANG VAN, nous obtenons :

$$Nb_{cr}(\mathbf{n}_1) = Nb_{cr}(\mathbf{n}_2) = 14903 \text{ cycles}.$$

Endommagement sur les plans des normales \mathbf{n}_1 et \mathbf{n}_2 :

$$ENDO(\mathbf{n}_1) = ENDO(\mathbf{n}_2) = 6,709959 \cdot 10^{-5}.$$

2.3 Résultats de référence pour les modélisations C et D

Voir les références [bib2] et [R7.04.01].

Demi amplitude de contrainte :

$\Delta\sigma_x/2$ (MPa)	$\Delta\sigma_y/2$ (MPa)
100	200

Critère de MATAKE adapté aux chargements non périodiques : DOMM_MAXI

Pour ce critère il n'y a pas de résultats analytiques.

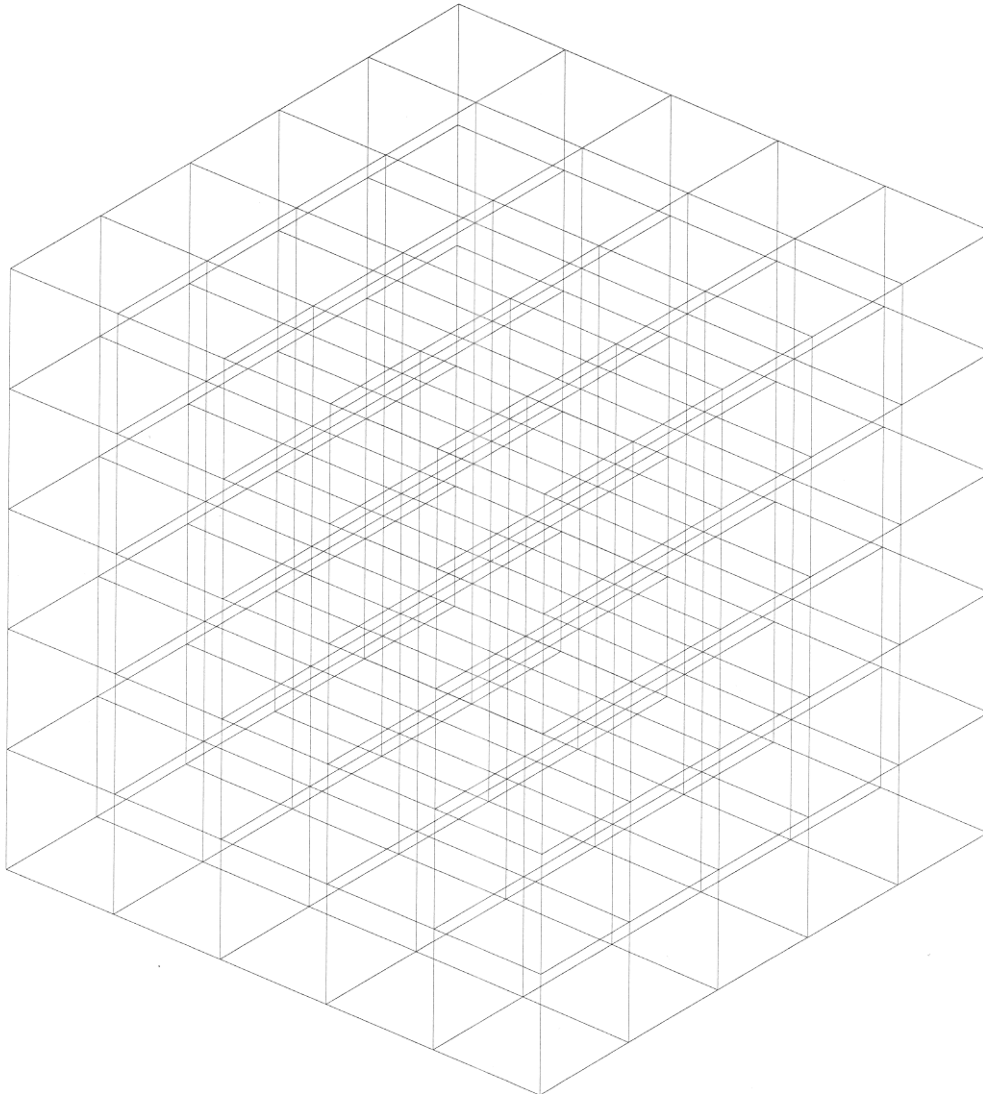
Critère de Dang Van adapté aux chargements non périodiques : DANG_VAN_MODI_AV

Pour ce critère il n'y a pas de résultats analytiques.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D : 125 éléments de volume quadratiques :HEXA8.



Maillage du cube fait avec GIBI 2000

Figure du maillage du cube

Teste du critère MATAKE.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage du cube a été obtenu à partir de la version 2000 du mailleur GIBI.

Nombre de nœuds : 216

Nombre de mailles : 465

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Options	
LIRE_MALLAGE		
DEFI_GROUP	CREA_GROUP_NO	
	CREA_GROUP_MA	
DEFI_FONCTION	NOM_PARA	'SIGM'
	INTERPOL	'LOG'
DEFI_FONCTION	NOM_PARA	'INST'
DEFI_MATERIAU	ELAS	
	FATIGUE	
	CISA_PLAN_CRIT	
DEFI_LIST_REEL		
AFFE_MODELE	'MECANIQUE'	'3D'
AFFE_MATERIAU	TOUT	
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	GROUP_NO
	FACE_IMPO	GROUP_MA
	FORCE_FACE	GROUP_MA
STAT_NON_LINE		
MECA_STATIQUE		
CALC_FATIGUE	TYPE_CALCUL	'FATIGUE_MULTI'
	OPTION	'DOMA_ELGA'
		'DOMA_NOEUD'
	TYPE_CHARGE	'PERIODIQUE'
	RESULTAT	SOL
	CHAM_MATER	MAT
	GROUP_MA	'FACE1', 'FACE2', 'FACE3'
		'FACE4', 'FACE5', 'FACE6'
	GROUP_NO	'FACE4', 'FACE5', 'FACE6'
	MAILLAGE	CUBE
	CRITERE	'MATAKE'
	METHODE	'CERCLE_EXACT'

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Identification	Type de valeur	Référence	Aster	Écart (%)
Nœuds :N1 ;N206 ; Maille : M60, Point de Gauss : 3	σ_{xx} (Instant : 3)	-1.00000E+02	-1.00000E+02	0.0
"	σ_{yy} (Instant : 3)	2.00000E+02	2.00000E+02	0.0
"	$\Delta \tau(\mathbf{n}_1)/2$	1.500000E+02	1.500000E+02	0.0
"	composante x de \mathbf{n}_1	-7.071068E-01	-7.071068E-01	0.0
"	composante y de \mathbf{n}_1	7.071068E-01	7.071068E-01	0.0
"	composante z de \mathbf{n}_1	0.0	6.123234E-17	0.0
"	$N_{\max}(\mathbf{n}_1)$	5.000000E+01	5.000000E+01	0.0
"	$N_m(\mathbf{n}_1)$	0.0	4.235754E-14	0.0
"	$\varepsilon_{\max}(\mathbf{n}_1)$	1.750000E-04	1.750000E-04	0.0
"	$\varepsilon_m(\mathbf{n}_1)$	0.0	1.564995E-19	0.0
"	$\sigma_{eq}(\mathbf{n}_1)$	3.000000E+02	3.000000E+02	0.0
"	$Nb_{cr}(\mathbf{n}_1)$	1.094600E+04	1.094600E+04	0.0
"	$ENDO(\mathbf{n}_1)$	9.135647E-05	9.135647E-05	0.0
"	$\Delta \tau(\mathbf{n}_2)/2$	1.500000E+02	1.500000E+02	0.0
"	composante x de \mathbf{n}_2	7.071068E-01	7.071068E-01	0.0
"	composante y de \mathbf{n}_2	7.071068E-01	7.071068E-01	0.0
"	composante z de \mathbf{n}_2	0.0	6.123234E-17	0.0
"	$N_{\max}(\mathbf{n}_2)$	5.000000E+01	5.000000E+01	0.0
"	$N_m(\mathbf{n}_2)$	0.0	4.235754E-14	0.0
"	$\varepsilon_{\max}(\mathbf{n}_2)$	1.750000E-04	1.750000E-04	0.0
"	$\varepsilon_m(\mathbf{n}_2)$	0.0	1.564995E-19	0.0
"	$\sigma_{eq}(\mathbf{n}_2)$	3.000000E+02	3.000000E+02	0.0
Nœuds :N1 ;N206 ; Maille : M60, Point de Gauss : 7	$Nb_{cr}(\mathbf{n}_2)$	1.094600E+04	1.094600E+04	0.0
"	$ENDO(\mathbf{n}_2)$	9.135647E-05	9.135647E-05	0.0

Les écarts étant inférieurs à 1.0E-08 nous avons mis zéro dans le tableau ci-dessus.

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Hormis le critère de fatigue testé, la modélisation B est identique à la modélisation A.
Teste du critère DANG_VAN_MODI_AC.

5.2 Caractéristiques du maillage

Identique à la modélisation A.

5.3 Fonctionnalités testées

Les fonctionnalités testées sont identiques à la modélisation A. seul l'option CRITERE de la commande CALC_FATIGUE est différent :

Commandes	Options
CALC_FATIGUE	CRITERE 'DANG_VAN_MODI_AC'

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Identification	Type de valeur	Référence	Aster	Écart (%)
Nœuds :N1 ;N206 ; Maille : M60, Point de Gauss : 3	σ_{xx} (Instant : 3)	-1.00000E+02	-1.00000E+02	0.0
"	σ_{yy} (Instant : 3)	2.00000E+02	2.00000E+02	0.0
"	$\Delta\tau(\mathbf{n}_1)$	1.500000E+02	1.500000E+02	0.0
"	composante x de \mathbf{n}_1	7.071068E-01	7.071068E-01	0.0
"	composante y de \mathbf{n}_1	7.071068E-01	7.071068E-01	0.0
"	composante z de \mathbf{n}_1	0.0	6.123234E-17	0.0
"	$N_{\max}(\mathbf{n}_1)$	5.000000E+01	5.000000E+01	0.0
"	$N_m(\mathbf{n}_1)$	0.0	4.235754E-14	0.0
"	$\varepsilon_{\max}(\mathbf{n}_1)$	1.750000E-04	1.750000E-04	0.0
"	$\varepsilon_m(\mathbf{n}_1)$	0.0	1.564995E-19	0.0
"	$\sigma_{eq}(\mathbf{n}_1)$	2.750000E+02	2.750000E+02	0.0
"	$Nb_{cr}(\mathbf{n}_1)$	1.490300E+04	1.490300E+04	0.0
"	$ENDO(\mathbf{n}_1)$	6.709959E-05	6.709959E-05	0.0
"	$\Delta\tau(\mathbf{n}_2)$	1.500000E+02	1.500000E+02	0.0
"	composante x de \mathbf{n}_2	-7.071068E-01	-7.071068E-01	0.0
"	composante y de \mathbf{n}_2	7.071068E-01	7.071068E-01	0.0
"	composante z de \mathbf{n}_2	0.0	6.123234E-17	0.0
"	$N_{\max}(\mathbf{n}_2)$	5.000000E+01	5.000000E+01	0.0
"	$N_m(\mathbf{n}_2)$	0.0	4.235754E-14	0.0
"	$\varepsilon_{\max}(\mathbf{n}_2)$	1.750000E-04	1.750000E-04	0.0
"	$\varepsilon_m(\mathbf{n}_2)$	0.0	1.564995E-19	0.0
"	$\sigma_{eq}(\mathbf{n}_2)$	2.750000E+02	2.750000E+02	0.0
Nœuds :N1 ;N206 ; Maille : M60, Point de Gauss : 7	$Nb_{cr}(\mathbf{n}_2)$	1.490300E+04	1.490300E+04	0.0
"	$ENDO(\mathbf{n}_2)$	6.709959E-05	6.709959E-05	0.0

Les écarts étant inférieurs à 1.0E-08 nous avons mis zéro dans le tableau ci-dessus.

7 Modélisation C

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Hormis le critère de fatigue testé et le chargement, cf. [§ 1.3], la modélisation C est identique à la modélisation A.

Teste du critère DOMM_MAXI.

7.2 Caractéristiques du maillage

Identique à la modélisation A.

7.3 Fonctionnalités testées

Les fonctionnalités testées sont identiques à la modélisation A hormis les options suivantes : CRITERE est modifiée, METHODE n'est plus utilisée et PROJECTION est ajoutée :

Commandes	Options
CALC_FATIGUE	CRITERE 'DOMM_MAXI'
	PROJECTION 'UN_AXE'
	'DEUX_AXES'

8 Résultats de la modélisation C

8.1 Valeurs testées

Identification	Type de valeur	Référence	Aster	Écart (%)
Nœuds :N1 ;N206 ; Maille : M60, Point de Gauss : 3	σ_{xx} (Instant : 3)	-1.00000E+02	-1.00000E+02	0.0
”	σ_{yy} (Instant : 3)	2.00000E+02	2.00000E+02	0.0
”	composante x de \mathbf{n}_1	—	-3.746066E-01 3.907311E-01	—
”	composante y de \mathbf{n}_1	—	9.271839E-01 9.205049E-01	—
”	composante z de \mathbf{n}_1	—	6.123234E-17	—
”	$ENDO(\mathbf{n}_1)$	—	7.049845E-05	—

Dans le tableau ci-dessus, les composantes x et y de \mathbf{n}_1 ont deux valeurs parce qu'il existe deux vecteurs qui correspondent à la même valeur d'endommagement $ENDO(\mathbf{n}_1)$.

9 Modélisation D

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Hormis le critère de fatigue testé et le chargement, cf. [§ 1.3], la modélisation D est identique à la modélisation A.

Teste du critère DANG_VAN_MODI_AV.

9.2 Caractéristiques du maillage

Identique à la modélisation A.

9.3 Fonctionnalités testées

Les fonctionnalités testées sont identiques à la modélisation A hormis les options suivantes : CRITERE est modifiée, METHODE n'est plus utilisée et PROJECTION est ajoutée :

Commandes	Options
CALC_FATIGUE	CRITERE 'DANG_VAN_MODI_AV'
	PROJECTION 'UN_AXE'
	'DEUX_AXES'

10 Résultats de la modélisation D

10.1 Valeurs testées

Identification	Type de valeur	Référence	Aster	Écart (%)
Nœuds : N1 ; N206 ; Maille : M60, Point de Gauss : 3	σ_{xx} (Instant : 3)	-1.00000E+02	-1.00000E+02	0.0
"	σ_{yy} (Instant : 3)	2.00000E+02	2.00000E+02	0.0
"	composante x de \mathbf{n}_1	—	7.071068E-01	—
"	composante y de \mathbf{n}_1	—	7.071068E-01	—
"	composante z de \mathbf{n}_1	—	6.123234E-17	—
"	ENDO(\mathbf{n}_1)	—	1.341992E-04	—

11 Modélisation E

11.1 Caractéristiques de la modélisation

Hormis le critère de fatigue testé et le chargement, cf. [§ 1.3], la modélisation E est identique à la modélisation A.
Teste du critère FATEMI_SOCIE.

11.2 Caractéristiques du maillage

Identique à la modélisation A.

11.3 Fonctionnalités testées

Les fonctionnalités testées sont identiques à la modélisation A hormis les options suivantes : CRITERE est modifiée, METHODE et MECA_STATIQUE ne sont plus utilisées et PROJECTION est ajoutée :

Commandes	Options
CALC_FATIGUE	CRITERE 'FATEMI_SOCIE'
	PROJECTION 'UN_AXE'
	'DEUX_AXES'

12 Résultats de la modélisation E

12.1 Valeurs testées

Identification	Type de valeur	Référence	Aster	Écart (%)
Nœuds :N1 ;N206 ; Maille : M60, Point de Gauss : 3	σ_{xx} (Instant : 3)	-1.00000E+02	-1.00000E+02	0.0
”	σ_{yy} (Instant : 3)	2.00000E+02	2.00000E+02	0.0
”	ε_{xx} (Instant : 3)	-8.00000E-04	-8.00000E-04	0.0
”	ε_{yy} (Instant : 3)	1.15000E-03	1.15000E-03	0.0
”	ε_{zz} (Instant : 3)	-1.50000E-04	-1.50000E-04	0.0
”	composante x de \mathbf{n}_1	—	$\pm 4.383711\text{E}-01$	—
”	composante y de \mathbf{n}_1	—	$8.987940\text{E}-01$	—
”	composante z de \mathbf{n}_1	—	$6.123234\text{E}-17$	—
”	$ENDO(\mathbf{n}_1)$	—	$1.682346\text{E}-01$	—

13 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus sont en parfait accord avec la solution de référence pour les modélisations A et B. Les modélisation C, D et E n'ont pas de solutions de référence associées aux critères.