

Manuel de Validation
Fascicule V6.01 : Statique non linéaire en axisymétrie
Document V6.01.105

SSNA105 - Cylindre creux soumis à une pression, viscoélasticité linéaire, contact

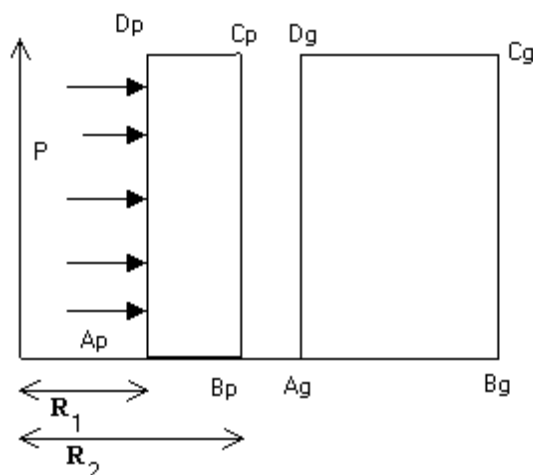
Résumé :

Ce cas-test permet de valider la loi de LEMAITRE implantée dans le *Code_Aster* dans le cas de comportement viscoélastique linéaire. Les résultats trouvés sont comparés à une solution analytique.
Ce test reprend la même modélisation que le cas-test SSNA104A auquel on rajoute un cylindre (pastille) et on traite le contact.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Le schéma n'est pas à l'échelle, l'écart entre les deux cylindres a été amplifié pour une meilleure visibilité.



R₁ 0.82

R₂ 0.92

R₃ 1.

R₄ 2.

1.2 Propriétés des matériaux

La pastille est composée d'un matériau élastique, la gaine est constituée d'un matériau viscoélastique.

Les données élastiques coïncident pour les deux matériaux.

Module d'Young : E= 1 MPa

Coefficient de Poisson : ν=0.3

Loi de LEMAITRE :

$$g(\sigma, \lambda, T) = \left(\frac{1}{K} \frac{\sigma}{\lambda^{\frac{1}{m}}} \right)^n \text{ avec } \frac{1}{K} = 1, \frac{1}{m} = 0, n = 1$$

1.3 Conditions aux limites et chargement

Conditions aux limites :

Le cylindre est bloqué en DY sur les côtés [AP,BP], [AG,BG] et [CP,PD] [CG,PG].

Chargement :

Le cylindre est soumis à une pression interne sur [DP,AP], cette pression est calculée de telle sorte qu'à l'instant t=0, la gaine a le même comportement que le cylindre modélisé dans le test ssna104a.

$$p_1(t) = \begin{cases} \left(\frac{r_3}{r_2} - 1 \right) \frac{E(r_2^2 - r_1^2)}{2r_1^2(1-\nu)} & \text{si } -1 \leq t \leq 0 \\ A[B(r_3 - r_2 + C(D + Ge^{-Ekt} + Ht)) + K] & \text{si } 0 < t \leq 5 \end{cases}$$

avec

$$A = \frac{r_2^2 - r_1^2}{2r_1^2(1-\nu)}, \quad B = \frac{E}{r_2(1+\nu)}, \quad C = \frac{P_0 r_3^3}{r_4^2 - r_3^2} \text{ avec } P_0 = 1.E-3 \text{ MPa, pression du test ssna104a.}$$

$$D = \frac{1}{E} \left[(1+\nu) \frac{r_4^2}{r_3^2} + \frac{3}{2}(1-2\nu) \right], \quad G = -\frac{(1-2\nu)^2}{2E}, \quad H = \frac{3}{2} k \frac{r_4^2}{r_3^2}, \quad K = \frac{P_0 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(1 - 2\nu + \frac{r_1^2}{r_2^2} \right)$$

On traite le contact entre les deux cylindres.

2 Solutions de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour les solutions de référence

L'ensemble de cette démonstration peut être lue avec plus de détails dans le document [bib1].

Phase sans contact

On veut trouver la valeur de $p_1(t)$ à appliquer sur la paroi interne de la pastille pour laquelle le contact a lieu.

Pour la pastille, on trouve :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \gamma \left(1 - \frac{r_2^2}{r^2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & \gamma \left(1 + \frac{r_2^2}{r^2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 2\nu\gamma \end{pmatrix} \text{ où } \gamma = \frac{p_1(t)r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{(1+\nu)\gamma}{E} \left(1 - 2\nu + \frac{r_2^2}{r^2}\right) = \frac{w}{r}.$$

La condition de contact s'écrivant : $w(r_3) - w(r_2) = 0$, on a $r_3 - r_2 = r_2 \frac{2(1+\nu)\gamma}{E} (1-\nu)$

$$\text{D'où } \gamma = \left(\frac{r_3}{r_2} - 1\right) \frac{E}{2(1-\nu)^2}$$

$$p_1 \text{ lim} = \left(\frac{r_3}{r_2} - 1\right) \frac{E(r_2^2 - r_1^2)}{2r_1^2(1-\nu)^2}.$$

Phase avec contact

On veut qu'à partir de l'instant $t=0$, la gaine a le même comportement que dans le test ssna104a. Lorsqu'il y a contact, on a :

$$w_p(r_2) = w_G(r_3) + r_3 - r_2,$$

donc en récupérant la valeur des déplacements dans le test ssna104, on doit obtenir :

$$w_p(r_2) = r_3 - r_2 + \frac{p_0 r_3^3}{r_4^2 - r_3^2} \left\{ \frac{1}{E} \left((1+\nu) \frac{r_4^2}{r_3^2} + \frac{1-2\nu}{2} (3 - (1-2\nu)e^{-Ekt}) \right) + \frac{3}{2} k \frac{r_4^2}{r_3^2} t \right\}.$$

Le champ de contrainte de la pastille est donné par

$$\sigma = \begin{pmatrix} \gamma_1 \left(1 - \frac{r_2^2}{r^2}\right) - \gamma_0 \left(1 - \frac{r_2^2}{r^2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_1 \left(1 + \frac{r_2^2}{r^2}\right) - \gamma_0 \left(1 + \frac{r_2^2}{r^2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{pmatrix}$$

avec $\gamma_1 = \frac{p_1 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}$ et $\gamma_0 = \frac{p_0 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}$.

Comme $\varepsilon_z = \frac{1+\nu}{E} \sigma_z - \frac{\nu}{E} (2(\gamma_1 - \gamma_0) + \sigma_z) = 0$, on trouve : $\sigma_z = 2\nu(\gamma_1 - \gamma_0)$.

On a donc $\varepsilon_\theta = \frac{1+\nu}{E} \sigma_\theta - \frac{\nu}{E} (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z) = \frac{1+\nu}{E} \left[(1-2\nu)(\gamma_1 - \gamma_0) + \gamma_1 \frac{r_2^2}{r^2} - \gamma_0 \frac{r_1^2}{r^2} \right] = \frac{w}{r}$

$w_p(r_2) = \frac{1+\nu}{E} r_2 \left[2(1-\nu)\gamma_1 - \gamma_0 \left(1 - 2\nu + \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) \right]$, on trouve $p_1(t)$ donné par la formule un peu plus haut.

2.2 Résultats de référence

Déplacement DX sur le nœud B

2.3 Incertitude sur la solution

0% : solution analytique

2.4 Références bibliographiques

- [1] Ph. De BONNIERES, deux solutions analytiques de problèmes axisymétriques en viscoélasticité linéaire et avec contact unilatéral, Note HI-71/8301

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le problème est modélisé en axisymétrie

3.2 Caractéristiques du maillage

750 mailles QUAD4

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes

DEFI_MATERIAU	ELAS	
	LEMAITRE	
AFFE_CHAR_MECA	CONTACT	
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	LEMAITRE
	COMP_ELAS	ELAS

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Identification	Instants	Référence	Aster	Ecart (%)
DX(B)	0.9	2.14 E-3	2.14 E-3	-0.953
SIXX(B)	0.9	0.0	-4.8168 E-6	-4.8168 E-6
SIYY(B)	0.9	2.7912 E-4	2.759 E-4	1.5
SIZZ(B)	0.9	6.66 E-4	6.635 E-4	0.5

5 Synthèse des résultats

Les résultats calculés par le *Code_Aster* sont en accord avec les solutions analytiques mais dépendent très fortement du raffinement du maillage.