

Manuel de Validation

Fascicule V7.01 : Thermo-mécanique stationnaire linéaire des structures axisymétriques
Document V7.01.311

HPLA311 - Murakami 11.39. Fissure circulaire au centre d'une sphère soumise à une température uniforme sur les lèvres

Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en mécanique de la rupture.

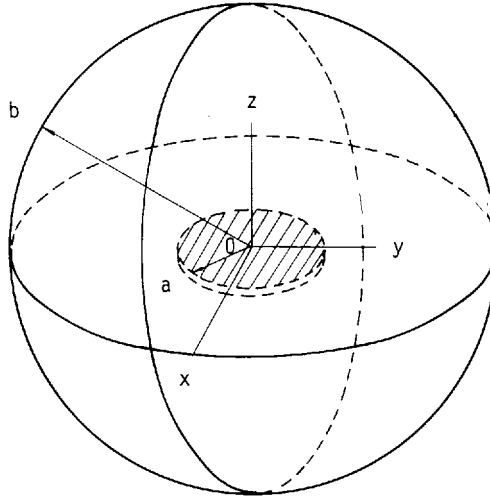
Il s'agit d'un test statique de base en axisymétrie sous chargement thermique stationnaire calculé par éléments finis sur le même maillage d'un domaine limité.

Le comportement est thermoélastique linéaire isotrope.

Il comprend deux modélisations axisymétriques pour lesquelles on fait varier le rapport a/b , a étant le rayon de la fissure interne circulaire dans le plan horizontal xoy et b rayon de la sphère.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



a : rayon de la fissure interne circulaire dans le plan horizontal xoy

b : rayon de la sphère

les rayons doivent vérifier la condition $a/b < 0,5$, avec $b = 2,5E-3$

1.2 Propriétés du matériau

module d'Young

$$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$$

coefficient de Poisson

$$\nu = 0,3$$

coefficient de dilatation linéaire

$$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

$UX = u_r = 0$ sur l'axe de révolution $X = r = 0$

$UY = u_z = 0$ dans le plan horizontal $Y = z = 0$, en dehors des lèvres $a \leq r \leq b$

Les lèvres sont supposées être libres de contraintes (pas de fermeture partielle de la fissure).

Température nulle à la surface de la sphère.

Température de référence nulle (température à laquelle les déformations thermiques sont considérées nulles).

Température uniforme et négative $T = -T_f$ sur les lèvres de la fissure, fond de fissure compris. Le problème thermique stationnaire (de type Dirichlet) doit être résolu préalablement par éléments finis sur le même maillage que celui destiné au calcul mécanique. $T_f = 100 \text{ } ^\circ\text{C}$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Calcul analytique par transformée de Hankel.

2.2 Résultats de référence

$$\eta = \frac{a}{b} < 0,5$$

$$K_I = \frac{E \alpha T_f}{(1 - \nu)} \cdot \sqrt{\frac{a}{\pi}} \cdot F_I$$

$$F_I = 1 - 0,6366\eta - 0,4053\eta^2 + 2,0163\eta^3 - 0,6773\eta^4 - 3,8523\eta^5 + 4,1687\eta^6 + 3,2741\eta^7$$

2.3 Incertitude sur la solution

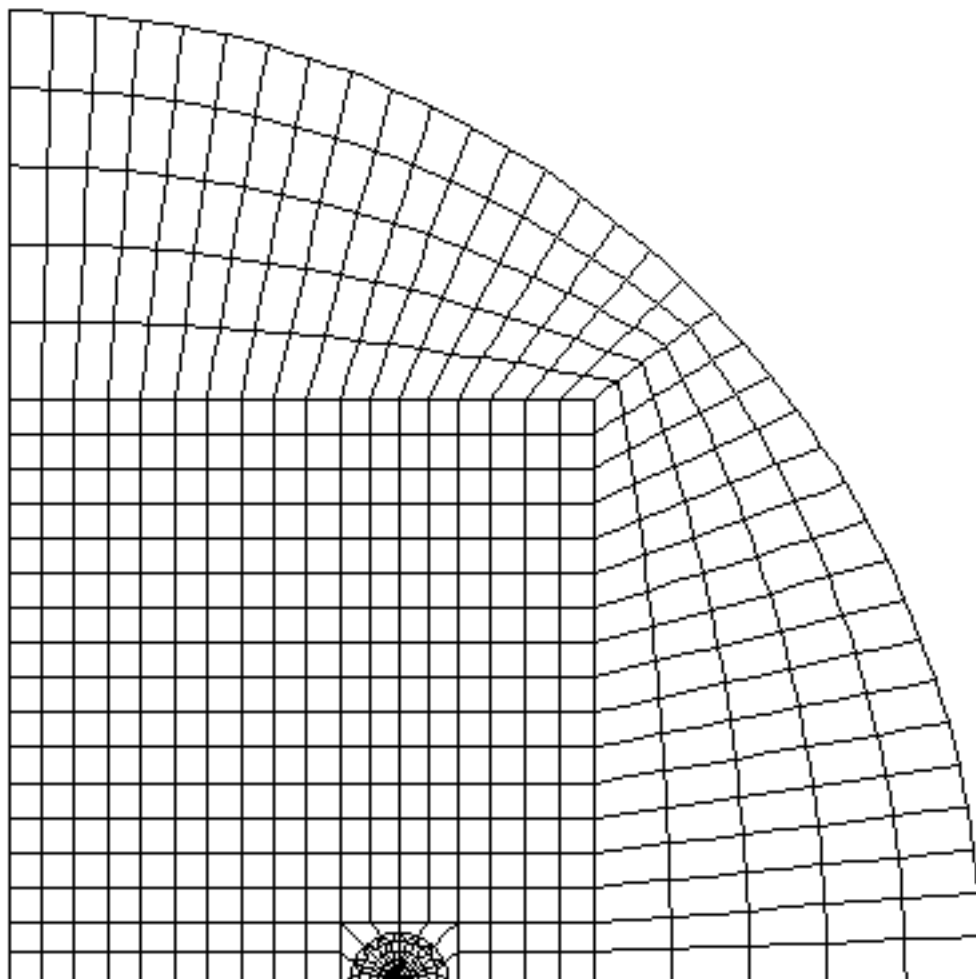
Mal définie, exacte si $\eta = 0$

2.4 Références bibliographiques

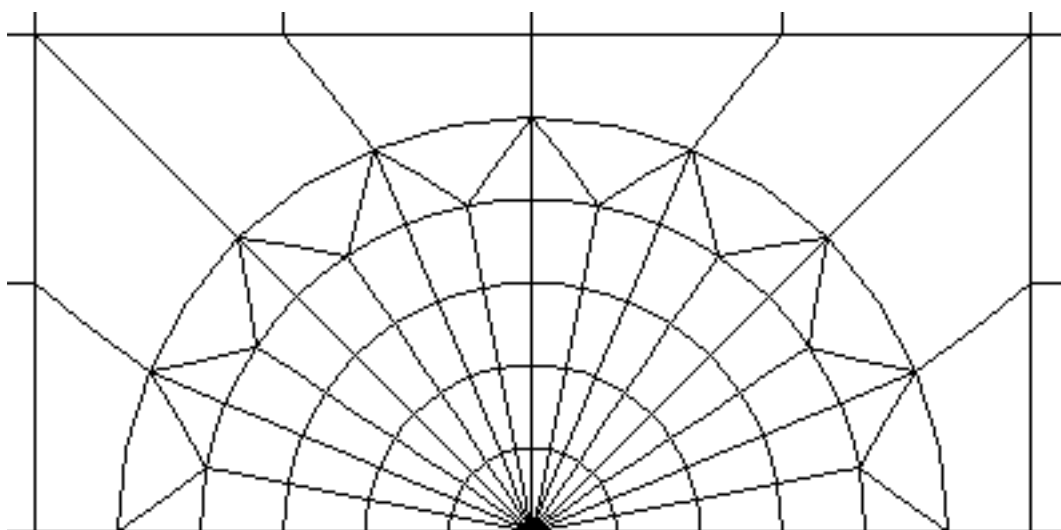
- [1] Y. MURAKAMI : Stress Intensity Factors Handbook, case 11.39, pages 1089-1090. The Society of Materials Science, Japan, Pergamon Press, 1987.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



Maillage complet



Zoom de la pointe de fissure

3.1.1 Définition des rayons des couronnes

Pour ces différents cas, nous définissons (tableau ci-dessous) les valeurs des rayons supérieurs et inférieurs, à préciser dans la commande CALC_THETA :

| | | 1ère couronne | 2ième couronne | 3ième couronne | 4ième couronne |
|-------|------|---------------|----------------|----------------|----------------|
| cas a | rinf | 1.E-6 | 2.5E-5 | 5.E-5 | 7.5E-5 |
| | rsup | 2.5E-5 | 5.E-5 | 7.5E-5 | 1.E-4 |
| cas b | rinf | 2.5E-5 | 2.75E-5 | 3.E-5 | 3.25E-5 |
| | rsup | 2.75E-5 | 3.E-5 | 3.25E-5 | 3.5E-5 |

3.2 Caractéristiques du maillage

1756 nœuds et 569 éléments dont 529 QUA8 et 40 TRI6

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes

| | | | |
|----------------|---------------|--------|------|
| AFFE_MODELE | THERMIQUE | AXIS | TOUT |
| AFFE_CHAR_THER | TEMP_IMPO | | |
| AFFE_MODELE | MECANIQUE | AXIS | TOUT |
| AFFE_CHAR_MECA | TEMP_CALCULEE | | |
| CALC_THETA | THETA_2D | | |
| CALC_G_THETA | OPTION | CALC_G | |

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

| Identification | Référence | Aster | % différence |
|-------------------------------------|-----------|------------|--------------|
| G, couronne n°1 (J.m ²) | 1,0231E+2 | 9,7012E+1* | -5,17 |
| G, couronne n°2 (J.m ²) | 1,0231E+2 | 1,0051E+2* | -1,75 |
| G, couronne n°3(J.m ²) | 1,0231E+2 | 1,0055E+2* | -1,71 |
| G, couronne n°4 (J.m ²) | 1,0231E+2 | 1,0055E+2* | -1,71 |

4.2 Remarques

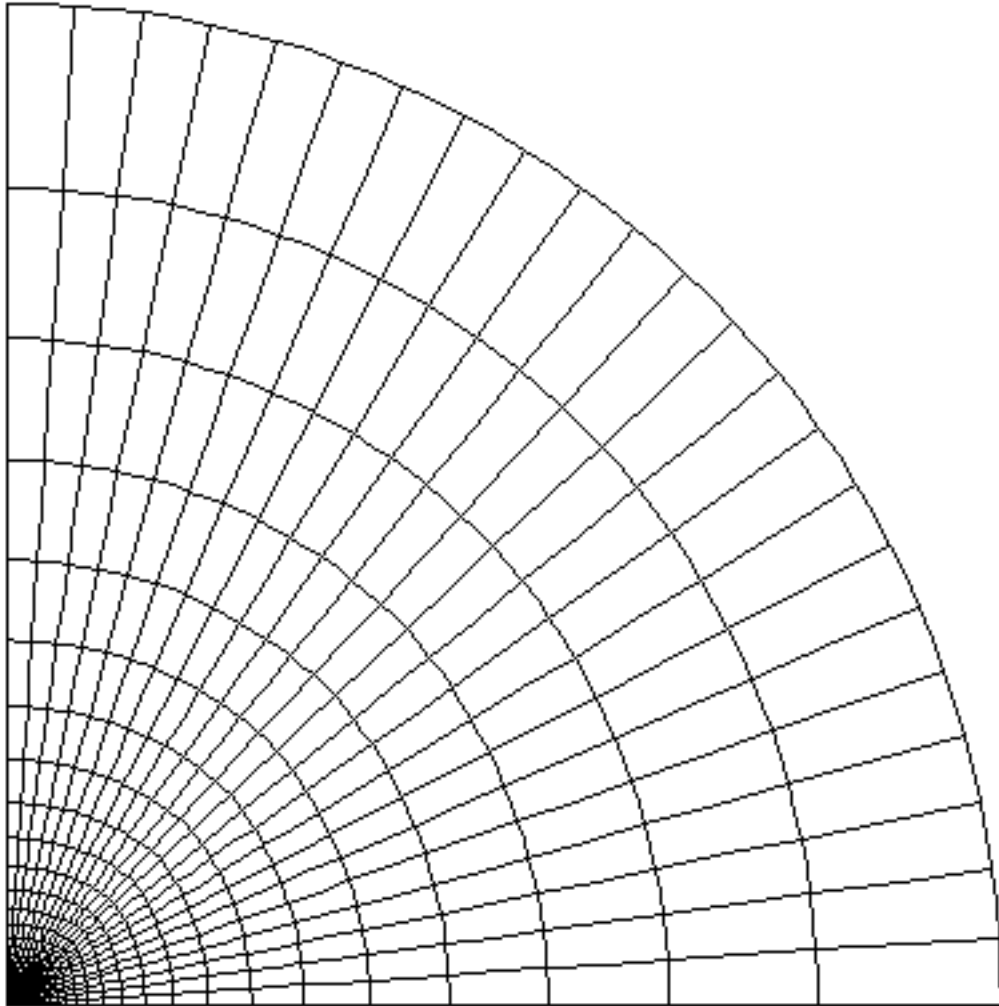
- Pour calculer le G_{ref} , on utilise les formules d'IRWIN en déformations planes :

$$G_{ref} = \frac{1-\nu^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2), K_{III} = 0$$

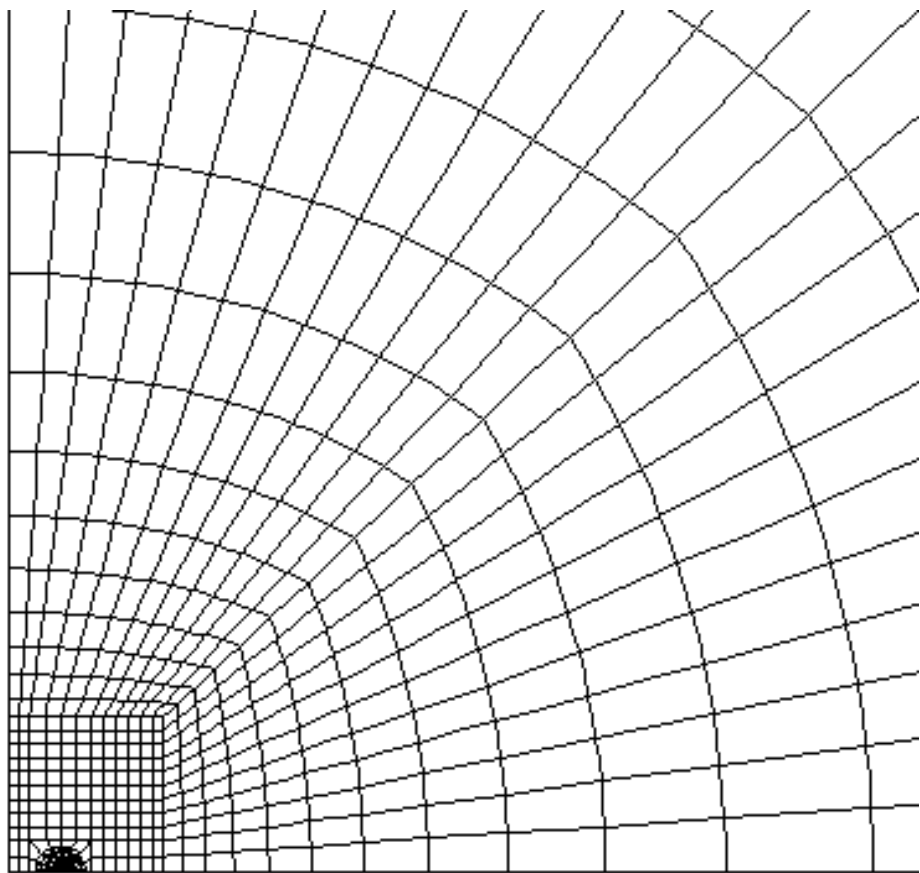
- Pour les faibles valeurs du rapport a/b, la solution doit se rapprocher asymptotiquement de la solution de référence calculée pour $\eta = 0$, soit $F_I = 1$, qui est alors exacte (voir MURAKAMI 11.23, page 1069).

5 Modélisation B

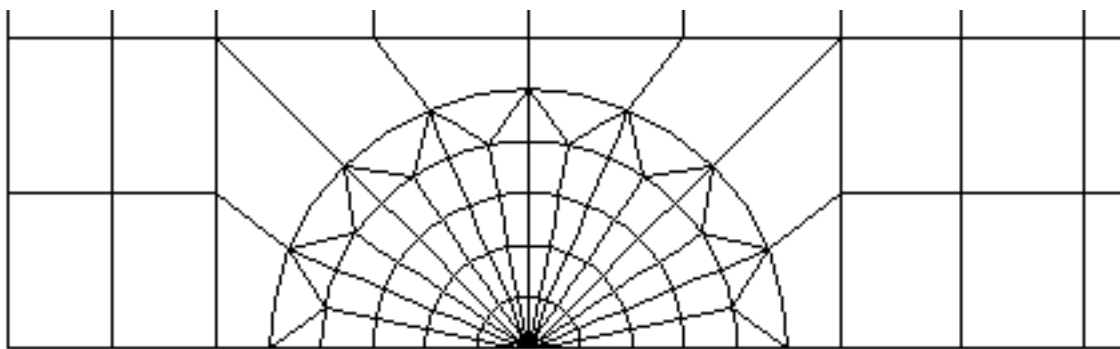
5.1 Caractéristiques de la modélisation



Maillage complet



Zoom



Zoom de la pointe de fissure

5.2 Caractéristiques du maillage

2095 nœuds et 680 éléments dont 640 QUA8 et 40 TRI6

5.3 Fonctionnalités testées

| | | | |
|----------------|---------------|--------|------|
| Commandes | | | |
| AFFE_MODELE | THERMIQUE | AXIS | TOUT |
| AFFE_CHAR_THER | TEMP_IMPO | | |
| AFFE_MODELE | MECANIQUE | AXIS | TOUT |
| AFFE_CHAR_MECA | TEMP_CALCULEE | | |
| CALC_THETA | THETA_2D | | |
| CALC_G_THETA | OPTION | CALC_G | |

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

| Identification | Référence | Aster | % différence |
|-------------------------------------|------------|-----------|--------------|
| G, couronne n°1 (J.m ²) | 1,0505E-4* | 1,0387E-4 | -1,129 |
| G, couronne n°2 (J.m ²) | 1,0505E-4* | 1,0388E-4 | -1,112 |
| G, couronne n°3 (J.m ²) | 1,0505E-4* | 1,0388E-4 | -1,111 |
| G, couronne n°4 (J.m ²) | 1,0505E-4* | 1,0387 | -1,116 |

- * Dans le cas de calculs axisymétriques, pour obtenir le taux de restitution global, rapport de la variation d'énergie à la variation de surface de la fissure, il faut diviser le taux de restitution obtenu par radian avec ASTER par R_{fissure} (Cf. Documentation de référence [R7.02.01]-page18).

6.2 Remarques

- Pour calculer le G_{ref} , on utilise les formules d'IRWIN en déformations planes :

$$G_{\text{ref}} = \frac{1 - \nu^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2), K_{III} = 0$$

- Pour les faibles valeurs du rapport a/b , la solution doit se rapprocher asymptotiquement de la solution de référence calculée pour $\eta = 0$, soit $F_I = 1$, qui est alors exacte (voir MURAKAMI 11.23, page 1069).
- Comme on l'attend, l'erreur relative sur G est le double de celle sur K .

7 Synthèse des résultats

- Le calcul de K et G en axisymétrique en présence d'un chargement thermique stationnaire, donne de bons résultats puisque l'écart maximum pour G est de 1,75% (hors première couronne) pour $\eta = 0,4$.
- Nous vérifions que les résultats de K et G pour $\eta=0,01$ sont meilleurs que pour $\eta = 0,4$.