

Manuel de Validation**Fascicule V7.22 : Thermo-mécanique statique non linéaire des structures volumiques****Document : V7.22.121**

HSNV121 - Traction en grandes déformations plastiques d'un barreau sous chargement thermique

Résumé :

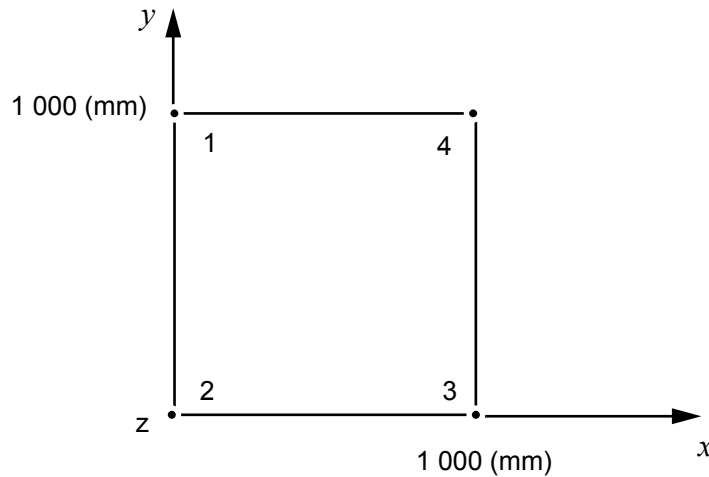
Ce test thermomécanique quasi-statique consiste à chauffer uniformément un barreau de section rectangulaire (3D) ou cylindrique (2D axisymétrique) puis à le soumettre à une traction. On valide ainsi la cinématique des grandes déformations en plasticité (commande `STAT_NON_LINE`, mot-clé `deformation` : `'SIMO_MIEHE'` ou `'PETIT_REAC'`) pour une relation de comportement en grandes déformations avec écrouissage isotrope linéaire (commande `STAT_NON_LINE`, mot-clé `relation` : `'VMIS_ISOT_LINE'` et `'VMIS_ISOT_TRAC'`) avec chargement thermomécanique. Avec des modélisations coque ou plaque, les grandes déformations en plasticité sont accessibles grâce au mot-clé `deformation` : `'PETIT_REAC'` pourvu que les rotations restent faibles.

Le barreau est modélisé par un élément volumique (HEXA20, modélisation A) ou quadrangulaire (QUAD4, pour une modélisation axisymétrique, modélisation B) ou par des éléments de plaque ou de coque (DKT pour la modélisation C et COQUE_3D pour la modélisation D).

La solution est analytique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

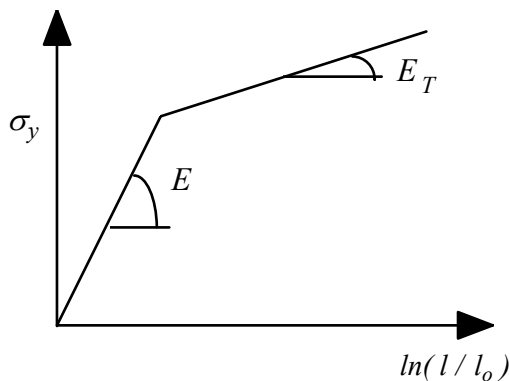


1.2 Propriétés du matériau

Le matériau obéit à une loi de comportement en grandes déformations plastique avec écrouissage isotrope linéaire, dont les caractéristiques dépendent de la température.

La courbe de traction est donnée dans le plan déformation logarithmique - contrainte rationnelle.

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{F}{S_o} \cdot \frac{l}{l_o}$$



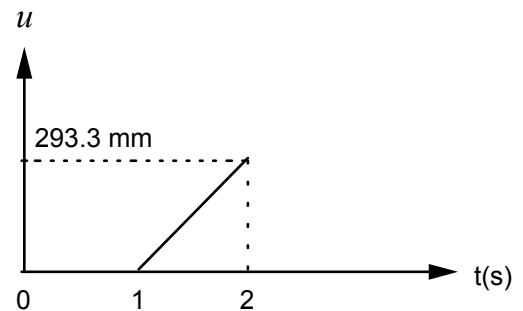
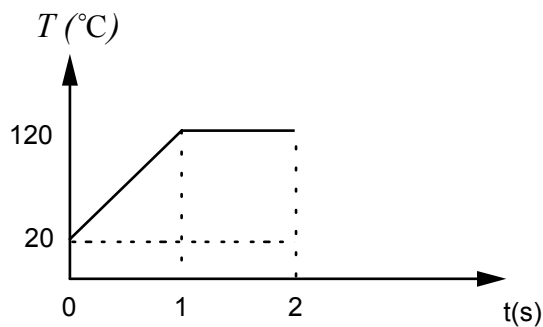
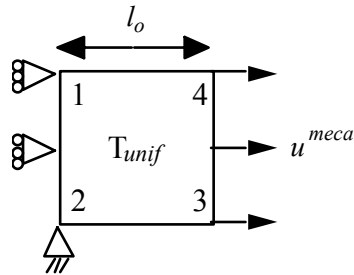
ν	$= 0.3$
α	$= 10^{-4} K^{-1}$
σ_y	$= 1000 \text{ MPa}$
à T	$= 20^\circ \text{C}$
E	$= 250000 \text{ MPa}$
E_T	$= 2500 \text{ MPa}$
à T	$= 120^\circ \text{C}$
E	$= 200000 \text{ MPa}$
E_T	$= 2000 \text{ MPa}$

l_o et l sont, respectivement, la longueur initiale et la longueur actuelle de la partie utile de l'éprouvette.

S_o et S sont, respectivement, la surface initiale et actuelle. Entre les températures 20°C et 120°C , les caractéristiques sont interpolées linéairement.

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le barreau, de longueur initiale l_o , bloqué dans la direction Ox sur la face [1,2] est soumis à une température uniforme T et à un déplacement mécanique de traction u^{meca} sur la face [3, 4]. Les séquences de chargement sont les suivantes :



Température de référence : $T_{ref} = 20^\circ\text{C}$.

Remarque :

Le déplacement mécanique est mesuré à partir de la configuration déformée par le chargement thermique ($t = 1\text{s}$). Pour avoir le déplacement total, il faut donc additionner le déplacement thermique obtenu au temps $t = 1\text{s}$.

2 Solution de référence

2.1 Résultat de la solution de référence

Pour un essai de traction suivant la direction x , le tenseur de Kirchhoff τ est de la forme :

$$\tau = \begin{pmatrix} \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Les tenseurs gradients de la transformation \mathbf{F} et $\bar{\mathbf{F}}$ et le tenseur isochore de déformations plastiques \mathbf{G}^p sont de la forme :

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \begin{bmatrix} F & 0 & 0 \\ 0 & F_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & F_{yy} \end{bmatrix} & \text{et } J = \det \mathbf{F} = F F_{yy}^2 \Rightarrow F_{yy} = \sqrt{J / F} \\ \bar{\mathbf{F}} = J^{-1/3} \mathbf{F} &= \begin{bmatrix} \bar{F} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{F}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{F}_{yy} \end{bmatrix} & \text{et } \det \bar{\mathbf{F}} = 1 \Rightarrow \begin{cases} \bar{F} = J^{-1/3} F \\ \bar{F}_{yy} = \bar{F}^{-1/2} \end{cases} \\ \mathbf{G}^p &= \begin{bmatrix} G^p & 0 & 0 \\ 0 & G_{yy}^p & 0 \\ 0 & 0 & G_{yy}^p \end{bmatrix} & \text{et } \det \mathbf{G}^p = 1 \Rightarrow G_{yy}^p = (G^p)^{-1/2} \end{aligned}$$

Par la loi de comportement, on obtient la relation suivante :

$$\tau = \frac{3K}{2}(J^2 - 1) - \frac{9K\alpha(T - T_{ref})}{2}\left(J + \frac{1}{J}\right)$$

soit

$$J^3 - 3\alpha(T - T_{ref})J^2 - J\left(1 + \frac{2\tau}{3K}\right) - 3\alpha(T - T_{ref}) = 0$$

La contrainte de Cauchy s'écrit :

$$J\sigma = \tau$$

En charge plastique pour un écrouissage isotrope R linéaire, tel que :

$$R(p) = \frac{EE_T}{E - E_T} p$$

on a :

$$p = \frac{E - E_T}{E E_T} (\tau - \sigma_y)$$

L'intégration de la loi d'écoulement de la déformation plastique G^P donne (sachant que $G^P(p=0) = 1$) :

$$G^P = e^{-2p}$$

La composante \bar{F} du gradient de la transformation est donnée par la résolution de :

$$\bar{F}^3 - \frac{\tau}{\mu G^P} \bar{F} - \frac{1}{(G^P)^{3/2}} = 0$$

Le champ de déplacement \mathbf{u} (dans la configuration initiale) est de la forme $\mathbf{u} = u_x \mathbf{X} + u_y \mathbf{Y} + u_z \mathbf{Z}$. Les composantes sont données par :

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{\tilde{u}}{l_o} X \quad \text{avec } \tilde{u} = (F - 1) \cdot l_o \\ u_y &= \frac{\tilde{v}}{l_o} Y \quad \text{avec } \tilde{v} = \left(\sqrt{\frac{J}{F}} - 1 \right) l_o \\ u_z &= \frac{\tilde{v}}{l_o} Z \end{aligned}$$

2.2 Résultats de référence

On adoptera comme résultats de référence les déplacements, la contrainte de Cauchy σ et la déformation plastique cumulée p .

Au temps $t = 2$ s ($\Delta T = 100^\circ\text{C}$, traction u)

On cherche le déplacement total (thermique + mécanique) tel que la contrainte τ soit égale à :
 $\tau = 1500$ MPa (à $T = 120^\circ\text{C}$)

- $3K = 500\,000$ MPa $\mu = 76923$ MPa
- $J = 1.03$
- $\sigma = 1453$ MPa
- $p = 0,2475$
- $G^P = 0,609$
- $\bar{F} = 1,289$
- $F = 1,303$
- $\tilde{u} = 303$ mm
- $\tilde{v} = -110$ mm

2.3 Incertitude sur la solution

La solution est analytique. Aux erreurs d'arrondis près, on peut la considérer exacte.

2.4 Références bibliographiques

On pourra se référer à :

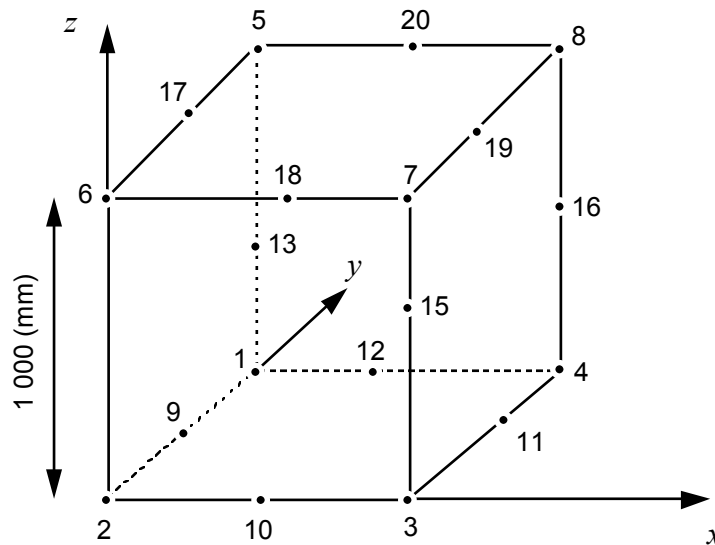
- [1] V. CANO, E. LORENTZ : Introduction dans le *Code_Aster* d'un modèle de comportement en grandes déformations élastoplastique avec écrouissage isotrope - Note interne EDF DER HI-74/98/006/0

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation volumique :

1 maille HEXA20
1 maille QUAD8



Conditions aux limites :

N2 : $U_x = U_y = U_z = 0$ N9, N13, N14, N5, N17 : $U_x = 0$
N1 : $U_x = U_z = 0$
N6 : $U_x = U_y = 0$

Charge : Traction sur la face [3 4 8 7 11 16 19 15] + affectation de la même température sur tous les nœuds.

Le nombre total d'incréments est de 21 (1 incrément entre $t = 0s$ et $1s$, 20 incréments entre $t = 1s$ et $2s$)

La convergence est réalisée si le residu `resi_glob_rela` est inférieur ou égal à 10^{-6} .

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20

Nombre de mailles : 2

1 HEXA20
1 QUAD8

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes

STAT_NON_LINE	COMP_INCR :	DEFORMATION :	'SIMO_MIEHE'
		RELATION :	'VMIS_ISOT_TRAC'

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
t = 2 Déplacement DX (N8)	303	303.063	0.021
t = 2 Déplacement DY (N8)	-110	-109.852	-0.134
t = 2 Déplacement DZ (N8)	-110	-109.852	-0.134
t = 2 Contraintes SIGXX (PG1)	1453	1458.51	0.379
t = 2 Variable p VARI (PG1)	0.2475	0.2504	1.182

4.2 Paramètres d'exécution

Version : NEW 5.04.14

Machine : CLASTER

Encombrement mémoire : 8 MW

Temps CPU User : 44.5 secondes

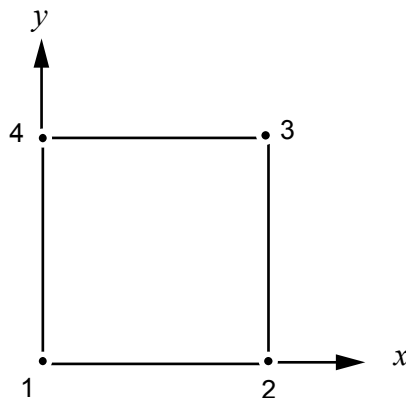
5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 2D axisymétrique :

1 maille QUAD4

1 maille SEG2


Conditions aux limites :

N1 : $U_y = 0$

N2 : $U_y = 0$
Chargement :

Traction sur la face [3 4] (maille SEG2) + affectation de la même température sur tous les nœuds
Le nombre total d'incréments est de 21 (1 incrément entre $t = 0s$ et $1s$, 20 incréments entre $t = 1s$ et $2s$)

La convergence est réalisée si le résidu `resi_glob_rela` est inférieur ou égal à 10^{-6} .

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4

Nombre de mailles : 2

1 QUAD4

1 SEG2

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes

STAT_NON_LINE	COMP_INCR :	DEFORMATION :	'SIMO_MIEHE'
		RELATION :	'VMIS_ISOT_LINE'

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
t = 2 Déplacement DX (N3)	-110	-109.85	-0.134
t = 2 Déplacement DY (N3)	303	303.06	0.021
t = 2 Contraintes SIGYY (PG1)	1453	1458.5	0.379
t = 2 Variable p VARI (PG1)	0.2475	0.2504	1.182

6.2 Paramètres d'exécution

Version : 5.04.14

Machine : CLASTER

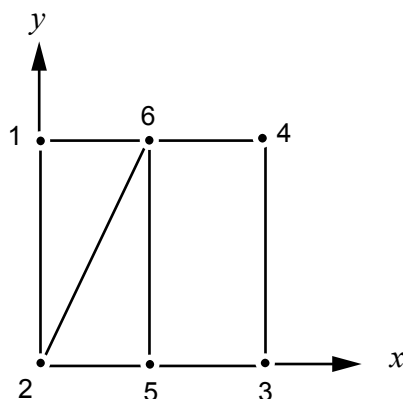
Encombrement mémoire : 8 MW

Temps CPU User : 32.7 secondes

7 Modélisation C

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation plaques DKT d'épaisseur 1000 mm : 1 maille QUAD4, 2 mailles TRIA3
1 maille SEG2



Conditions aux limites :

$$N2 : U_x = 0 \quad U_y = 0 \quad U_z = 0 \quad \theta_x = 0 \quad \theta_y = 0 \quad \theta_z = 0$$

$$N1 : U_x = 0 \quad U_z = 0$$

Chargement :

Traction sur la face [3 4] (maille SEG2) + affectation de la même température sur tous les nœuds
Le nombre total d'incréments est de 21 (1 incrément entre $t = 0s$ et $1s$, 20 incréments entre $t = 1s$ et $2s$)

La convergence est réalisée si le résidu `resi_glob_rela` est inférieur ou égal à 10^{-6} .

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8

Nombre de mailles : 4

1 QUAD4

2 TRIA3

1 SEG2

7.3 Fonctionnalités testées

Commandes

STAT_NON_LINE	COMP_INCR :	DEFORMATION :	'PETIT_REAC'
		RELATION :	'VMIS_ISOT_TRAC'
AFFE_CARA_ELEM	COQUE :	EPAIS	

8 Résultats de la modélisation C

8.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
t = 2 Déplacement DX (N3)	-110	-108.81	-1.076
t = 2 Déplacement DY (N3)	303	303.4	0.132
t = 2 Effort NXX (PG1)	1453 E+03	1497.4 E+03	3.059
t = 2 Variable p VARI (PG1)	0.2475	0.246	-0.591

8.2 Paramètres d'exécution

Version : 5.04.14

Machine : CLASTER

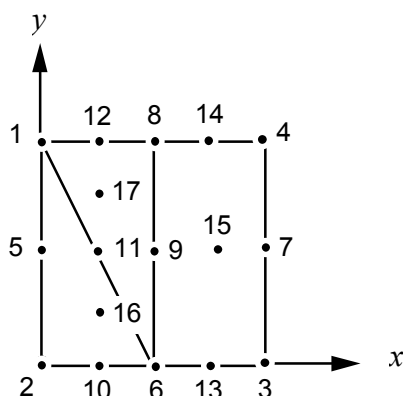
Encombrement mémoire : 8 MW

Temps CPU User : 23.67 secondes

9 Modélisation D

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation coques_3d d'épaisseur 1000 mm : 1 maille QUAD9, 2 mailles TRIA7
1 maille SEG3



Conditions aux limites :

N2 : $U_x = 0$ $U_y = 0$ $U_z = 0$ $\theta_x = 0$ $\theta_y = 0$ $\theta_z = 0$

N5 : $U_x = 0$ $U_z = 0$

N1 : $U_x = 0$ $U_z = 0$

Chargement :

Traction sur la face [3 4] (maille SEG3) + affectation de la même température sur tous les nœuds
Le nombre total d'incréments est de 21 (1 incrément entre $t = 0s$ et $1s$, 20 incréments entre $t = 1s$ et $2s$)

La convergence est réalisée si le residu `resi_glob_rela` est inférieur ou égal à 10^{-6} .

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 17

Nombre de mailles : 4

1 QUAD9

2 TRIA7

1 SEG3

9.3 Fonctionnalités testées

Commandes

STAT_NON_LINE	COMP_INCR :	DEFORMATION :	'PETIT_REAC'
		RELATION :	'VMIS_ISOT_TRAC'
AFFE_CARA_ELEM	COQUE :	EPAIS	

10 Résultats de la modélisation D

10.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
t = 2 Déplacement DX (N3)	-110	-108.38	-1.476
t = 2 Déplacement DY (N3)	303	303.4	0.132
t = 2 Contrainte SIXX (PG1)	1453	1496.6	3.001
t = 2 Variable p VARI (PG1)	0.2475	0.2458	-0.680

10.2 Paramètres d'exécution

Version : 5.04.14

Machine : CLASTER

Encombrement mémoire : 8 MW

Temps CPU User : 57.88 secondes

11 Synthèse des résultats

Les résultats trouvés avec le *Code_Aster* et *deformation* : 'SIMO_MIEHE' sont très satisfaisants avec des pourcentages d'erreur inférieurs à 0.4% sur la contrainte et à 1.2% sur la variable d'érouissage. Pour des éléments de plaque et de coque l'utilisation de *deformation* : 'PETIT_REAC' donne des résultats satisfaisants avec des pourcentages d'erreur de 3% sur l'effort ou la contrainte et inférieurs à 0.7% sur la variable d'érouissage.