

**Manuel de Validation****Fascicule V2.06: Réponse harmonique d'un système linéique****Document : V2.06.200**

# **SHLS200 - Modèle probabiliste non paramétrique : Réponse harmonique d'une plaque sous-structurée**

---

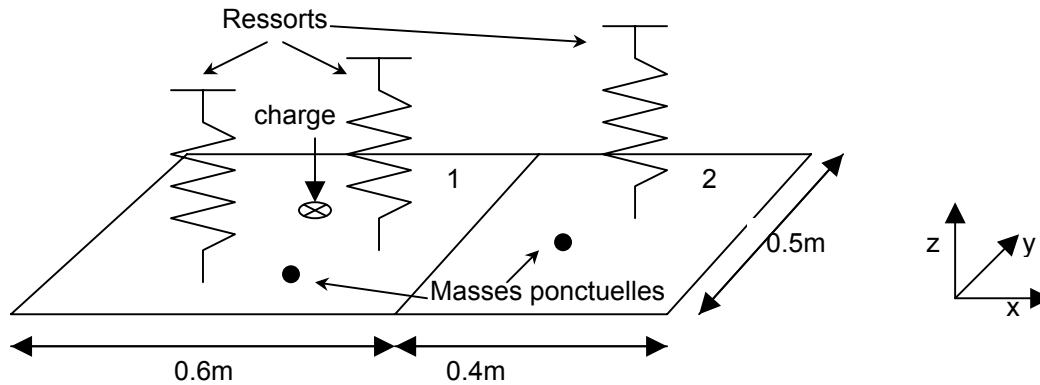
**Résumé :**

Ce cas-test traite de la prise en compte d'incertitudes aléatoires pour le calcul d'une réponse harmonique par sous-structuration de type Craig Bampton. Nous reprenons ici un exemple de la littérature constitué d'une plaque appuyé à ses extrémités.

Est testée la fonctionnalité de l'opérateur `GENE_MATR_ALEA` consistant à prendre pour concept entrant un concept `macr_elem_dyna` d'une sous-structure donnée et à produire un `macr_elem_dyna` aléatoire (masse, raideur et amortissement). Les concepts `macr_elem_dyna` aléatoires produits permettent ensuite de calculer par exemple le domaine de confiance de la réponse harmonique de la plaque.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Le modèle est une plaque mince d'épaisseur  $0.4 \cdot 10^{-3}$  m rectangulaire séparée en deux sous-structures comprenant chacune une masse concentrée.

### 1.2 Propriétés de matériaux

Le matériaux est homogène et isotrope.

Densité massique :  $7800 \text{ kg/m}^3$ ,  
Module d'Young :  $2.1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$

Raideur concentrée :  $2.388 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ ,  
Coordonnées des raideurs concentrées : (0.28, 0.22), (0.54, 0.33) et (0.83, 0.44),

Masse concentrée : 3 kg pour la sous-structure 1 et 4 kg pour la sous-structure 2,  
Coordonnées des masses concentrées : (0.4, 0.2) et (0.75, 0.35).

Amortissement

La matrice d'amortissement  $[D]$  est définie comme étant une combinaison linéaire des matrices moyennes de masse  $[M]$  et de raideur  $[K]$  :

$$[D] = a [M] + b [K] \quad \text{avec} \quad a = \frac{2\xi\Omega_{\max}\Omega_{\min}}{\Omega_{\max} + \Omega_{\min}} \quad \text{et} \quad b = \frac{2\xi}{\Omega_{\max} + \Omega_{\min}},$$

où  $\xi=0.04$ ,  $\Omega_{\min}=5.2\pi \text{ rad/s}$  et  $\Omega_{\max}=212.8\pi \text{ rad/s}$ .

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

La plaque en flexion est en appui simple sur ses quatre bords.

La sous-structure 1 est soumise à un effort extérieur au point (0.24, 0.24) égale à 1N sur la bande d'analyse  $[0, 2\pi \cdot 100] \text{ rad/s}$  suivant la direction z et nulle sur les autres DDLs et pour les autres fréquences.

### 1.4 Conditions initiales

Le système dynamique est initialement au repos.

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

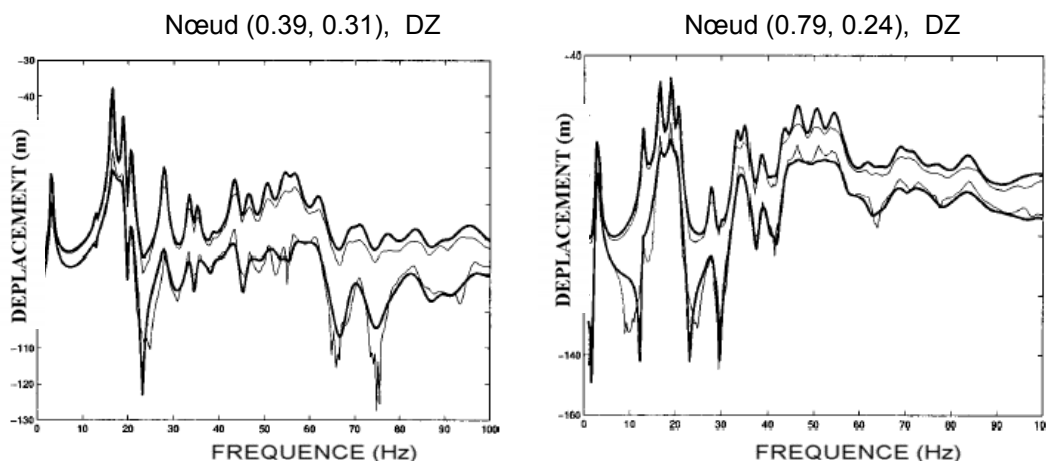
La méthode utilisée est la méthode publiée notamment dans [bib1] (cf. [§2.3]). Les incertitudes aléatoires du système dynamique sont modélisées en utilisant le modèle probabiliste dit non paramétrique des incertitudes dû à Soize (cf. [bib1]). Les statistiques sur la réponse harmonique du système dynamique linéaire sont obtenues par la méthode de Monte-Carlo. La procédure est identique à celle présentée au [§ 3.3], mais développée sous Matlab.

Dans l'article de référence, 500 tirages sont effectués et les enveloppes inférieure et supérieures de ces 500 tirages sont présentées.

### 2.2 Résultats de référence

Les ddls d'observation correspondent à la direction DZ du nœud de coordonnées (0.39, 0.31) pour la première sous-structure et du nœud de coordonnées (0.79, 0.24) pour la seconde sous-structure.

Les résultats de référence sont donnés sous forme des graphes ci-dessous tirés de [bib1].



**Domaines inter-quantiles (traits maigres) des déplacements aux ddls d'observation**  
**Résultats de référence**

(les traits gras en sont des approximations, non utilisés ici pour la comparaison)

### 2.3 Référence bibliographique

- [1] C. SOIZE and H. CHEBLI : "Random Uncertainties Model in Dynamic Substructuring Using a Nonparametric Probabilistic Model, ASCE Journal of Engineering Mechanics, 0733-9399(2003)129:4(449).

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

#### Modélisation : DKT

Le modèle moyen aux éléments finis de la plaque est constitué d'un maillage rectangulaire régulier dont le pas est constant et vaut 0.01m dans les directions  $X_1$  et  $X_2$ . Par conséquent, tous les éléments finis sont identiques et chacun est un élément plaque à 4 nœuds.

#### Modélisation : DIS\_T

Les masses concentrées et la raideur concentrée sont modélisées par des éléments DIS\_T.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Le modèle éléments finis moyen comporte 14849 degrés de liberté actifs, dont 8840 pour la sous-structure, 1, 5860 pour la sous-structure 2 et 149 pour l'interface.

Nombre de degrés de liberté : 8840+5860+149  
Nombre d'éléments finis : 6000 QUA4 et 3 DIS\_T

### 3.3 Méthode de calcul

#### Modèle réduit

Comme pour la référence, nous prenons pour chaque sous-structure 20 modes afin d'avoir une bonne convergence de la réponse calculée vis-à-vis du nombre de modes.

#### Réalisations des matrices aléatoires du modèle probabiliste non paramétrique par sous structure

Pour chaque sous structures, les matrices réduites de masses, de raideurs et de dissipation du modèle moyens sont remplacées par des réalisations des matrices aléatoires de masse, de raideurs et de dissipation suivant le modèle probabiliste non paramétrique. Pour cela, nous utilisons le générateur de matrices aléatoires GENE\_MATR\_ALEA qui génère un concept macr\_elem\_dyna à partir d'un macr\_elem\_dyna moyen.

On peut ainsi attribuer à chaque sous-structure un niveau d'incertitude en fixant les paramètres de dispersion pour chaque sous-structure. Nous les avons fixés à 0.1 pour chacune des matrices de masses, de raideurs et d'amortissement généralisé et pour chaque sous-structure.

#### Résolution du système dynamique linéaire probabiliste.

L'opérateur DYNA\_LINE\_HARM est utilisé pour construire la réponse harmonique de la plaque pour chaque réalisation des matrices aléatoire de masse, de raideur et de dissipation.

L'intervalle fréquentiel de l'étude est  $B=[0,100]$  Hz, avec un pas de 0.5 Hz.

#### Construction des estimations statistiques.

Après chaque appel à DYNA\_LINE\_HARM, nous disposons d'une réalisation du champs de déplacement. A chaque tirage (itération de Monte Carlo) nous construisons les estimations statistiques à l'aide uniquement de l'opérateur CALC\_FONCTION et des mots clé ENVELOPPE, PUISSANCE et COMB.

## 3.4 Fonctionnalités testées

### Commandes

GENE\_MATR\_ALEA

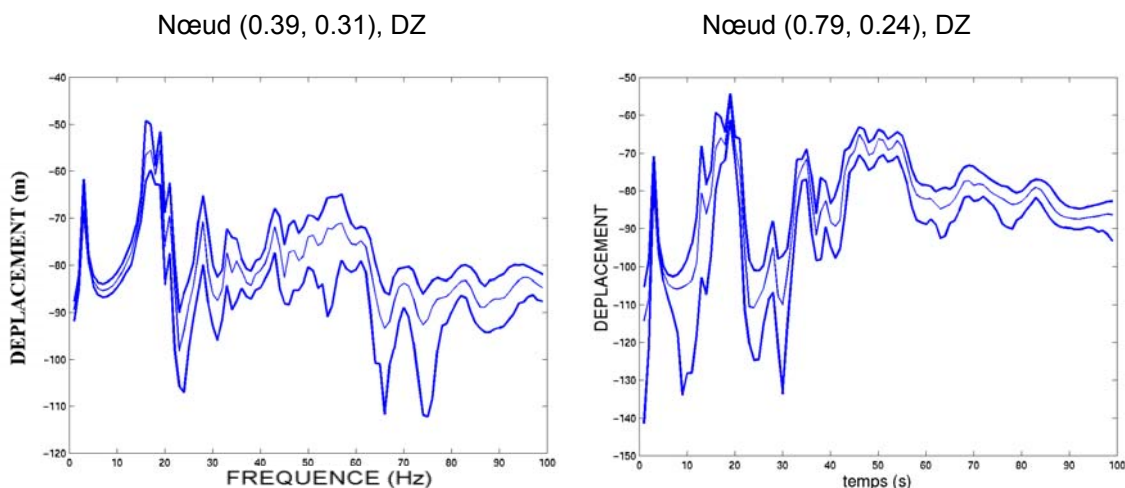
La fonctionnalité testée de GENE\_MATR\_ALEA est la possibilité de produire un concept de type `macr_elem_dyna` à partir d'un autre concept de type `macr_elem_dyna`.

## 3.5 Grandeurs testées et résultats

La validité initiale du cas test a été établie par comparaison graphique à la référence bibliographique donnée en [§2.2]. Les réponses sont calculées en 1 point pour chaque sous-structure ; ces points ont pour coordonnées : (0.39, 0.31) et (0.79, 0.24).

Comme pour la référence, les enveloppes inférieure et supérieure de 500 tirages sont calculées. Pour chaque fréquence, le domaine inter-quantile correspondant correspond, par exemple avec un niveau de confiance  $\beta$  de 0.95, à une probabilité de 0.994 pour la valeur maximale et 0.006 pour la valeur minimale.

Les résultats obtenu avec *Code\_Aster* sont représentés sur les courbes ci-dessous :



**Traits gras : domaines inter-quantiles des déplacements aux ddls d'observation**  
 (traits maigres : moyennes)  
**Résultats Code\_Aster**

On teste les valeurs suivantes en non régression (cf. commentaires) :

Statistiques sur les valeurs en déplacement à 30Hz au ddl d'observation de la première sous-structure

Paramètres	Références	Aster	% Différence
Enveloppe supérieure	6.7338296870618D-05	6.7338296870618D-05	0
Enveloppe inférieure	5.1116761251425D-05	5.1116761251425D-05	0
Estimation de la moyenne	6.0802671417375D-05	6.0802671417375D-05	0
Estimation du moment d'ordre 2	3.7457833680156D-09	3.7457833680156D-09	0

Statistiques sur les valeurs en déplacement à 30Hz au ddl d'observation de la deuxième sous-structure

Paramètres	Références	Aster	% Différence
Enveloppe supérieure	4.3459496115461D-04	4.3459496115461D-04	0
Enveloppe inférieure	2.8511128677169D-04	2.8511128677169D-04	0
Estimation de la moyenne	3.5186242151806D-04	3.5186242151806D-04	0
Estimation du moment d'ordre 2	1.2765909447885D-07	1.2765909447885D-07	0

### 3.6 Commentaires

Les différentes estimations statistiques ne sont ici pas convergées. Seules 3 simulations de Monte-Carlo ont été faites pour réduire drastiquement le temps CPU du cas test. Les convergences ayant été validées sur l'étude complète (après convergence, les estimations statistiques calculées à partir de *Code\_Aster* correspondent aux résultats donnés par l'article en référence, cf. graphes), le cas test se contente de la non régression.

## 4 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus sont tout à fait conformes à ceux de la référence bibliographique [§2.2] obtenus entièrement dans Matlab.