

Manuel de Validation**Fascicule V4.22 : Thermique transitoire non-linéaire des structures linéiques
Document V4.22.302**

TTNL302 - Mur infini soumis à un flux constant avec propriétés variables

Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en thermique transitoire non linéaire.

Il s'agit d'un problème 1D linéique représenté par cinq modélisations, l'une plane, les quatre autres volumiques.

Les fonctionnalités testées sont les suivantes :

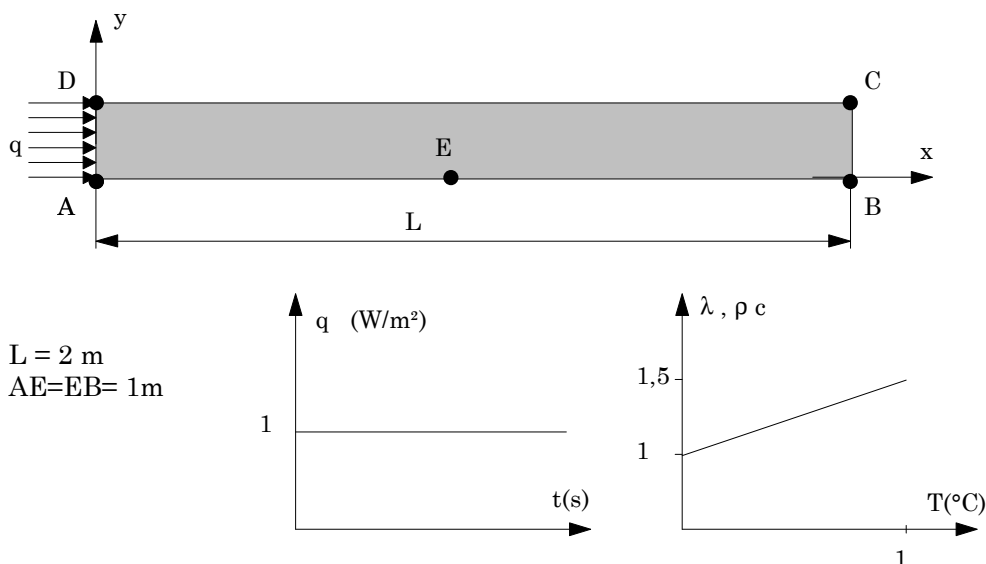
- élément de thermique plan,
- élément de thermique volumique,
- algorithme de thermique transitoire non-linéaire,
- propriétés variables,
- condition limite : flux imposé.

L'intérêt du test réside dans la prise en compte de propriétés variables (conductivité thermique et chaleur volumique).

Les résultats sont comparés à une solution analytique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés du matériau

$$\begin{aligned} \lambda &= 1.0 + 0.5 T & \text{W/m} \cdot ^\circ\text{C} & \text{Conductivité thermique} \\ \rho c &= 1.0 + 0.5 T & \text{J/m}^3 \cdot ^\circ\text{C} & \text{Chaleur volumique} \end{aligned}$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

- cotés [AD] : flux imposé $q = 1 \text{ W/m}^2$ pour $t > 0$,
- cotés [AB], [BC], [CD] $\phi = 0$.

1.4 Conditions initiales

$$T(x, 0) = 0^\circ\text{C} \text{ pour tout } x$$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Solution semi-analytique faisant intervenir les fonctions d'erreur :

$$T(x, t) = 2 \left\{ \sqrt{\left[1 + 2\sqrt{(t/\pi)} \exp\left(-\frac{x^2}{4t}\right) + x \cdot \operatorname{erfc}\left(-\frac{x}{2\sqrt{t}}\right) \right]} - 1 \right\}$$

$$\text{avec } \operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\pi} \int_x^\infty e^{-t^2} dt$$

où x = abscisse

t = temps

Cette formule n'est valable que pour $\lambda(T) = \rho c(T) = 1. + 0.5T$

2.2 Résultats de référence

Température aux points A ($x = 0$) et E ($x = 1$) aux instants t suivants : $t = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ et $1s$

2.3 Incertitude sur la solution

Inconnue, due à l'évaluation des fonctions d'erreur.

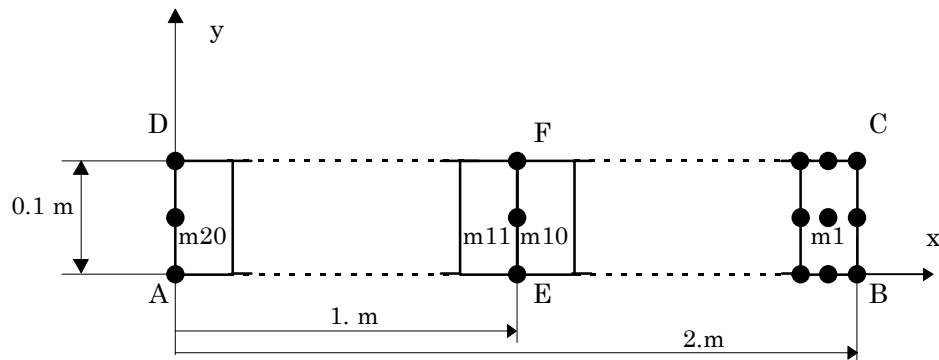
2.4 Références bibliographiques

- [1] Segal, N. Praagman, "A fast implementation of explicit time stepping algorithms with the finite element method for a class of nonlinear evolution problems", Int. J. num. Meth. Engng, vol 23, pp 155-168, 1986.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

PLAN (QUAD9)



Conditions limites:

- cotés AB, BC, CD $\varphi = 0$
- coté AD $q = 1 \text{ W/m}^2\text{C}$

Point	x	y	Noeud
A	0.0	0.0	N1
D	0.0	0.1	N3
E	1.0	0.0	N61
F	1.0	0.1	N63

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 123
Nombre de mailles et types : 20 QUAD9

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_MODELE	THERMIQUE	PLAN	TOUT
DEFI_MATERIAU	THER_NL		
AFFE_CHAR_THER	FLUX_REP		
THER_NON_LINE	TEMP_INIT	VALE	
	INCREMENT	LIST_INST	
RECU_CHAMP	INST		

3.4 Remarques

La discrétisation en pas de temps est la suivante :

- 10 pas pour [0. , 5.D-2] soit $\Delta t = 5.D-3$
- 19 pas pour [5.D-2 , 1.D0] soit $\Delta t = 5.D-2$

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence	tolérance
Température (°C)				
Noeud N1 t = 0.1s	0.330	0.329	-0.204%	1%
" " t = 0.3s	0.544	0.544	-0.048%	1%
" " t = 0.5s	0.682	0.681	-0.075%	1%
" " t = 0.7s	0.789	0.789	-0.036%	1%
" " t = 1.0s	0.918	0.920	0.254%	1%
Noeud N3 t = 0.1s	0.330	0.329	-0.204%	1%
" " t = 0.3s	0.544	0.544	-0.048%	1%
" " t = 0.5s	0.682	0.681	-0.075%	1%
" " t = 0.7s	0.789	0.789	-0.036%	1%
" " t = 1.0s	0.918	0.920	0.254%	1%
Noeud N61 t = 0.1s	0.004	0.004	1.161%	1%
" " t = 0.3s	0.071	0.071	-0.377%	1%
" " t = 0.5s	0.160	0.161	0.573%	1%
" " t = 0.7s	0.247	0.251	1.616%	1%
" " t = 1.0s	0.366	0.380	3.951%	1%
Noeud N63 t = 0.1s	0.004	0.004	1.161%	1%
" " t = 0.3s	0.071	0.071	-0.377%	1%
" " t = 0.5s	0.160	0.161	0.573%	1%
" " t = 0.7s	0.247	0.251	1.616%	1%
" " t = 1.0s	0.366	0.380	3.951%	1%

4.2 Remarques

L'erreur relative est au maximum de 3.9%.

4.3 Paramètres d'exécution

Version : 5.03

Machine : SGI - ORIGIN 2000 - R12000

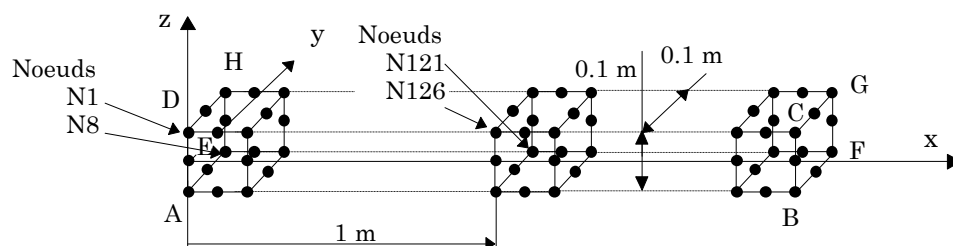
Encombrement mémoire : 8 mégamots

Temps CPU User : 19.44 secondes

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

3D (HEXA20)



Conditions limites:

- faces ABCD, ABFE $\varphi = 0$
- faces EFGH, DCGH $\varphi = 0$
- face BFGC $\varphi = 0$
- face AEHD $q = 1 \text{ W/m}^2$

Noeuds	x	y	z
N1	0.0	0.0	0.05
N8	0.0	0.1	-0.05
N121	1.0	0.0	-0.05
N126	1.0	0.1	0.05

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 248
Nombre de mailles et types : 20 HEXA20

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_MODELE	THERMIQUE	3D	TOUT
DEFI_MATERIAU	THER_NL		
AFFE_CHAR_THER	FLUX_REP		
THER_NON_LINE	TEMP_INIT	VALE	
	INCREMENT	LIST_INST	
RECU_CHAMP	INST		

5.4 Remarques

La discrétisation en pas de temps est la suivante :

10 pas pour [0. , 5.D-2] soit $\Delta t = 5.D-3$
19 pas pour [5.D-2 , 1.D0] soit $\Delta t = 5.D-2$

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence	tolérance
Température (°C)				
Noeud N1 t = 0.1s	0.330	0.330	-0.129	1%
" " t = 0.3s	0.544	0.543	-0.149	1%
" " t = 0.5s	0.682	0.681	-0.154	1%
" " t = 0.7s	0.789	0.788	-0.092	1%
" " t = 1.0s	0.918	0.920	0.222	1%
Noeud N8 t = 0.1s	0.330	0.330	-0.129	1%
" " t = 0.3s	0.544	0.543	-0.149	1%
" " t = 0.5s	0.682	0.681	-0.154	1%
" " t = 0.7s	0.789	0.788	-0.092	1%
" " t = 1.0s	0.918	0.920	0.222	1%
Noeud N121 t = 0.1s	0.004	0.004	10.931	1%
" " t = 0.3s	0.071	0.071	-0.242	1%
" " t = 0.5s	0.160	0.161	0.587	1%
" " t = 0.7s	0.247	0.251	1.619	1%
" " t = 1.0s	0.366	0.380	3.95	1%
Noeud N126 t = 0.1s	0.004	0.004	10.931	1%
" " t = 0.3s	0.071	0.071	-0.242	1%
" " t = 0.5s	0.160	0.161	0.587	1%
" " t = 0.7s	0.247	0.251	1.619	1%
" " t = 1.0s	0.366	0.380	3.95	1%

6.2 Remarques

L'erreur relative est au maximum de 3.95%, sauf pour $x = 1$ à l'instant $t = 0.1s$ l'erreur est de 11%. Cette erreur a été obtenue pour la plus petite valeur de la température ($T = 0.004^{\circ}C$). Cet écart s'explique par le fait que la fonction d'erreur en ce point est de 0.025347 et que l'incertitude sur le calcul de la fonction d'erreur est inconnue.

6.3 Paramètres d'exécution

Version : 5.03

Machine : SGI - ORIGIN 2000 - R12000

Encombrement mémoire : 8 mégamots

Temps CPU User : 8.30 secondes

7Modélisation C

7.1Caractéristiques de la modélisation

3D (TETRA4)

Axe longitudinal x suivant la trisectrice (X=Y=Z)

Conditions limites:

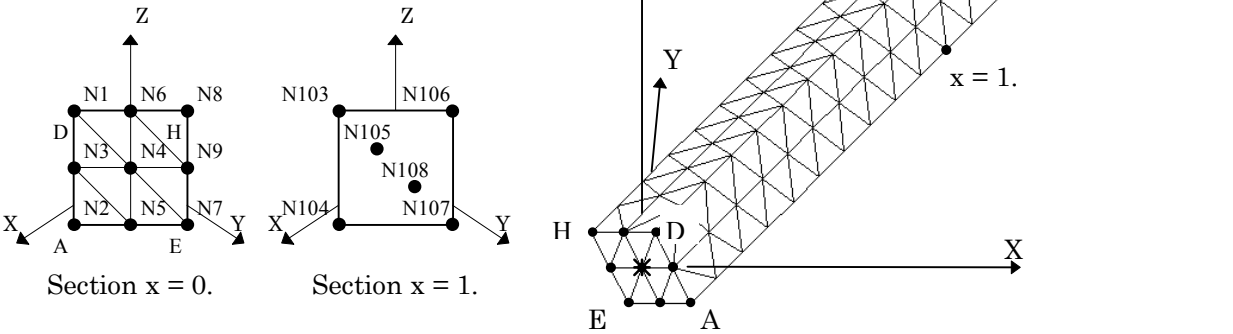
- faces ABCD, ABFE

$\varphi = 0$
- faces EFGH, DCGH

$\varphi = 0$
- face BFGC

$\varphi = 0$
- face AEHD

$q = 1 \text{ W/m}^2$



7.2Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 224
Nombre de mailles et types : 692 TETRA4 (et 8 TRIA3)

7.3Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_MODELE	AFFE	THERMIQUE
		3D
DEFI_MATERIAU	THER_NL	
AFFE_CHAR_THER	FLUX_REP	
THER_NON_LINE	TEMP_INIT	VALE
	INCREMENT	LIST_INST
RECU_CHAMP	INST	

7.4Remarques

La discrétisation en pas de temps est la suivante :

- 10 pas pour [0. , 5.D-2] soit $\Delta t = 5.D-3$
- 19 pas pour [5.D-2 , 1.D0] soit $\Delta t = 5.D-2$

8 Résultats de la modélisation C

8.1 Valeurs testées

Identification		Référence	Aster	Ecart relatif (%)		Ecart absolu (°C)		
				différence	tolérance	différence	tolérance	
Températures en °C :								
Face		x = 0.m						
Noeud	N7	t = 0.1s	0.330	0.3295	−0.162%	1.%	−0.000536	0.005
"	"	t = 0.3s	0.544	0.5425	−0.273%	1.%	−0.00149	0.005
"	"	t = 0.5s	0.682	0.6796	−0.351%	1.%	−0.00239	0.005
"	"	t = 0.7s	0.789	0.7861	−0.362%	1.%	−0.00285	0.005
"	"	t = 1.0s	0.918	0.9165	−0.159%	1.%	−0.00146	0.005
Noeud	N5	t = 0.1s	0.330	0.3279	−0.627%	1.%	−0.00207	0.005
"	"	t = 0.3s	0.544	0.5418	−0.406%	1.%	−0.00221	0.005
"	"	t = 0.5s	0.682	0.6791	−0.422%	1.%	−0.00288	0.005
"	"	t = 0.7s	0.789	0.7858	−0.409%	1.%	−0.00323	0.005
"	"	t = 1.0s	0.918	0.9162	−0.192%	1.%	−0.00176	0.005
Section		x = 1.m						
Noeud	N107	t = 0.1s	0.00394	0.004140	5.085%	1.%	0.000200	0.005
"	"	t = 0.3s	0.0706	0.07013	−0.665%	1.%	−0.000470	0.005
"	"	t = 0.5s	0.160	0.1596	−0.228%	1.%	−0.000364	0.005
"	"	t = 0.7s	0.247	0.2488	0.730%	1.%	0.00180	0.005
"	"	t = 1.0s	0.366	0.3766	2.889%	1.%	0.0106	0.005
Noeud	N108	t = 0.1s	0.00394	0.004002	1.577%	1.%	−0.0000621	0.005
"	"	t = 0.3s	0.0706	0.06937	−1.742%	1.%	−0.00123	0.005
"	"	t = 0.5s	0.160	0.1586	−0.895%	1.%	−0.00143	0.005
"	"	t = 0.7s	0.247	0.2476	0.238%	1.%	0.000587	0.005
"	"	t = 1.0s	0.366	0.3753	2.534%	1.%	0.00928	0.005

8.2 Remarques

Les nœuds choisis correspondent aux résultats extrêmes sur une même section.

8.3 Paramètres d'exécution

Version : 5.03

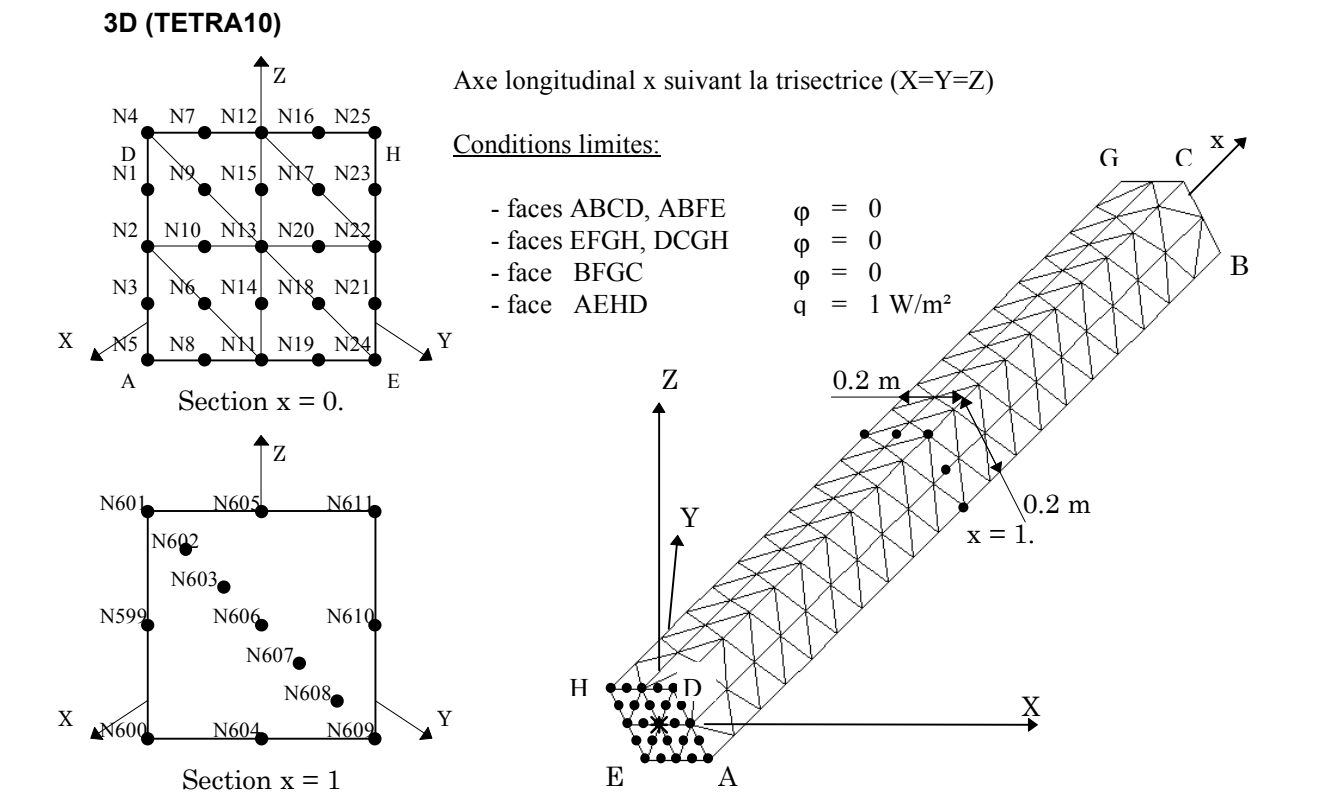
Machine : SGI - ORIGIN 2000 - R12000

Encombrement mémoire : 8 mégamots

Temps CPU User : 13.08 secondes

9Modélisation D

9.1Caractéristiques de la modélisation



9.2Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1310
Nombre de mailles et types : 697 TETRA10 (et 8 TRIA6)

9.3Fonctionnalités testées

Commandes		
AFFE_MODELE	AFFE	THERMIQUE
		3D
DEFI_MATERIAU	THER_NL	
AFFE_CHAR_THER	FLUX_REP	
THER_NON_LINE	TEMP_INIT	VALE
	INCREMENT	LIST_INST
RECU_CHAMP	INST	

9.4Remarques

La discrétisation en pas de temps est la suivante :

10 pas pour [0. , 5.D-2] soit $\Delta t = 5.D-3$
19 pas pour [5.D-2 , 1.D0] soit $\Delta t = 5.D-2$

10 Résultats de la modélisation D

10.1 Valeurs testées

Identification		Référence	Aster	Ecart relatif (%)		Ecart absolu (°C)		
				différence	tolérance	différence	tolérance	
Températures en °C :								
Face		x = 0.m						
Noeud	N4	t = 0.1s	0.330	0.3291	−0.281%	1.%	−0.000926	0.005
"	"	t = 0.3s	0.544	0.5423	−0.318%	1.%	−0.00173	0.005
"	"	t = 0.5s	0.682	0.6794	−0.383%	1.%	−0.00261	0.005
"	"	t = 0.7s	0.789	0.7860	−0.384%	1.%	−0.00303	0.005
"	"	t = 1.0s	0.918	0.9164	−0.180%	1.%	−0.00165	0.005
Noeud	N25	t = 0.1s	0.330	0.3292	−0.255%	1.%	−0.000843	0.005
"	"	t = 0.3s	0.544	0.5423	−0.314%	1.%	−0.00171	0.005
"	"	t = 0.5s	0.682	0.6794	−0.382%	1.%	−0.00261	0.005
"	"	t = 0.7s	0.789	0.7860	−0.383%	1.%	−0.00303	0.005
"	"	t = 1.0s	0.918	0.9163	−0.180%	1.%	−0.00165	0.005
Section		x = 1.m						
Noeud	N606	t = 0.1s	0.00394	0.004331	9.913%	1.%	0.000391	0.005
"	"	t = 0.3s	0.0706	0.07021	−0.551%	1.%	−0.000389	0.005
"	"	t = 0.5s	0.160	0.1596	−0.251%	1.%	−0.000402	0.005
"	"	t = 0.7s	0.247	0.2488	0.710%	1.%	0.00175	0.005
"	"	t = 1.0s	0.366	0.3764	2.855%	1.%	0.0104	0.005
Noeud	N611	t = 0.1s	0.00394	0.004332	9.944%	1.%	0.000392	0.005
"	"	t = 0.3s	0.0706	0.07021	−0.550%	1.%	−0.000388	0.005
"	"	t = 0.5s	0.160	0.1596	−0.251%	1.%	−0.000402	0.005
"	"	t = 0.7s	0.247	0.2488	0.710%	1.%	0.00175	0.005
"	"	t = 1.0s	0.366	0.3764	2.855%	1.%	0.0104	0.005

10.2 Remarques

Les résultats calculés sont quasiment identiques sur les nœuds d'une même section.

10.3 Paramètres d'exécution

Version : 5.03

Machine : SGI - ORIGIN 2000 - R12000

Encombrement mémoire : 8 mégamots

Temps CPU User : 25.88 secondes

11 Modélisation E

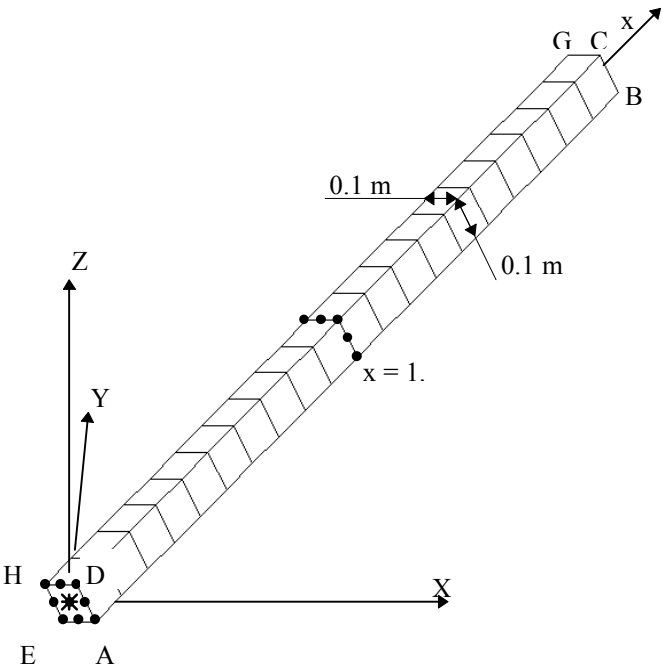
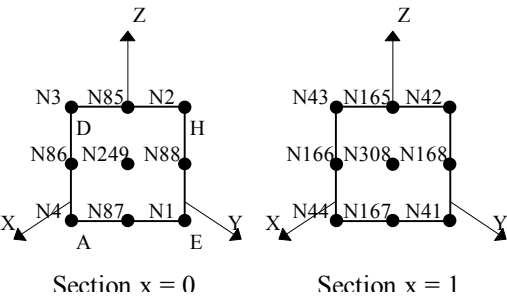
11.1 Caractéristiques de la modélisation

3D (HEXA27)

Axe longitudinal x suivant la trisectrice (X=Y=Z)

Conditions limites:

- faces ABCD, ABFE
 - faces EFGH, DCGH
 - face BFGC
 - face AEHD
- $\varphi = 0$
 - $\varphi = 0$
 - $\varphi = 0$
 - $q = 1 \text{ W/m}^2$



11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 369
Nombre de mailles et types : 20 HEXA27 (et 1 QUAD9)

11.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_MODELE	AFFE	THERMIQUE
		3D
DEFI_MATERIAU	THER_NL	
AFFE_CHAR_THER	FLUX_REP	
THER_NON_LINE	TEMP_INIT	VALE
	INCREMENT	LIST_INST
RECU_CHAMP	INST	

11.4 Remarques

La discrétisation en pas de temps est la suivante :

- 10 pas pour [0. , 5.D-2] soit $\Delta t = 5.D-3$

19 pas pour [5.D-2 , 1.D0] soit $\Delta t = 5.D-2$

12 Résultats de la modélisation E

12.1 Valeurs testées

Identification			Référence	Aster	Ecart relatif (%)		Ecart absolu (°C)	
					différence	tolérance	différence	tolérance
Températures en °C :								
Face			x = 0.m					
Noeud	N249	t = 0.1s	0.330	0.3291	−0.283%	1.0%	−0.000933	0.005
"	"	t = 0.3s	0.544	0.5423	−0.317%	1.0%	−0.00173	0.005
"	"	t = 0.5s	0.682	0.6794	−0.376%	1.0%	−0.00256	0.005
"	"	t = 0.7s	0.789	0.7860	−0.378%	1.0%	−0.00298	0.005
"	"	t = 1.0s	0.918	0.9165	−0.168%	1.0%	−0.00154	0.005
Section			x = 1.m					
Noeud	N308	t = 0.1s	0.00394	0.004331	9.926%	1.0%	0.000391	0.005
"	"	t = 0.3s	0.0706	0.07021	−0.554%	1.0%	−0.000391	0.005
"	"	t = 0.5s	0.160	0.1596	−0.227%	1.0%	−0.000363	0.005
"	"	t = 0.7s	0.247	0.2488	0.726%	1.0%	0.00179	0.005
"	"	t = 1.0s	0.366	0.3766	2.886%	1.0%	0.0106	0.005

12.2 Remarques

Les résultats calculés sont identiques (à 10^{-7} près) sur les nœuds d'une même section.

12.3 Paramètres d'exécution

Version : 5.03

Machine : SGI - ORIGIN 2000 - R12000

Encombrement mémoire : 8 mégamots

Temps CPU User : 9.68 secondes

13 Synthèse des résultats

Les cinq modélisations effectuées, ont le même découpage dans le sens de propagation de la température, elles se différencient uniquement par leur type de mailles.

Les cinq modélisations donnent des résultats dont certaines valeurs dépassent la tolérance fixée initialement (1%). L'écart maximum est de 9.9%. Il apparaît pour la plus petite valeur de référence située au milieu du mur et au début du transitoire.

Un maillage plus fin associé à une discrétisation temporelle plus fine devraient améliorer la qualité des résultats.

De plus, la solution de référence fait intervenir une fonction d'erreur dont la précision est inconnue.

Les résultats sont considérés comme acceptables compte tenu des points évoqués ci-dessus.

Ce test a permis de tester des mailles hexaédriques et tétraédriques en thermique non-linéaire transitoire ainsi que les principales commandes thermiques suivantes:

- `DEFI_MATERIAU` associé au mot clé `THER_NL`, permettant de définir les caractéristiques d'un matériau dont les caractéristiques varient en fonction de la température (conductivité et enthalpie),
- `THER_NON_LINE` commande permettant la résolution d'un problème non linéaire thermique stationnaire ou non.