

Manuel de Validation**Fascicule V3.02 : Statique linéaire des systèmes plans****Document V3.02.304**

SSLP304 - Plaque carrée orthotrope en traction uniaxiale hors des axes d'orthotropie

Résumé :

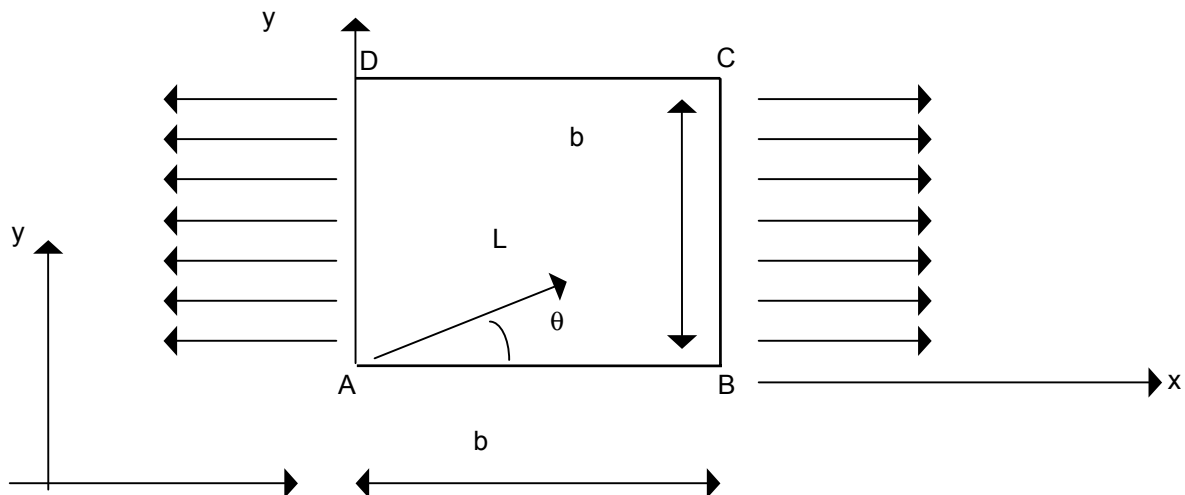
Ce test représente le calcul statique d'une plaque carrée, en matériau élastique orthotrope, dont les axes d'orthotropie sont inclinés de 30 degrés par rapport à l'arête de base, soumise à une traction uniaxiale. Il permet de valider la bonne prise en compte des matériaux élastiques orthotropes et du changement de repère associé. 4 modélisations sont utilisées : C_PLAN avec des mailles QUAD8 et TRIA6, dans un premier repère, C_PLAN dans un second repère, COQUE_3D avec des mailles QUAD9 et TRIA7, en petits déplacements et COQUE_3D en grands déplacements. Les déplacements et les contraintes obtenus sont comparés à une solution de référence analytique.

Les deux premières modélisations de ce test sont issues de la validation indépendante de la version 3 du Code_Aster (lot statique linéaire).

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Une plaque carrée, constituée d'un matériau orthotrope incliné de 30 degrés par rapport à l'arête AB.



Avec $b = 1$ m, épaisseur quelconque (contraintes planes), angle d'orthotropie : $\theta = 30$ degrés.

1.2 Propriétés des matériaux

Les propriétés des matériaux constituant la plaque sont :

élastique orthotrope :

$$\begin{aligned} E_L &= 4.E10 \text{ Pa} \\ E_T &= 1.E10 \text{ Pa} \\ G_{LT} &= 0.45E10 \text{ Pa} \\ G_{TN} &= 0.35E10 \text{ Pa} \\ \nu_{LT} &= 0.075 \end{aligned}$$

L'axe L est incliné de 30 degrés par rapport à AB.

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Au point A : $DX = 0$, $DY = 0$
- Au point B : $DX = 0$,
- Chargement linéique réparti : $F_x = 10^4$ Pa sur BC
- Chargement linéique réparti : $F_x = -10^4$ Pa sur DA

1.4 Conditions initiales

Sans objet.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Solution analytique, obtenue avec l'hypothèse d'uniaxialité des contraintes :

$$\sigma_{xx}(x, y) = F_x \quad \sigma_{xy}(x, y) = \sigma_{yx}(x, y) = \sigma_{zz}(x, y) = 0$$

soit dans le repère (A, L, T) :

$$\sigma_{LL}(x, y) = c^2 F_x, \sigma_{TT}(x, y) = s^2 F_x \quad \sigma_{LT}(x, y) = -cs F_x$$

Par la loi de comportement élastique orthotrope, en utilisant les conventions du *Code_Aster* en ce qui concerne NU_LT, (cf. document d'utilisation de la commande `DEFI_MATERIAU` [§3.5.2]), on obtient directement (voir par exemple [bib1]) :

$$\varepsilon_{xx}(x, y) = \frac{F_x}{E_x}, \varepsilon_{yy}(x, y) = -\frac{\nu_{xy}}{E_x} F_x, 2\varepsilon_{xy}(x, y) = \frac{\eta_x}{E_x} F_x$$

avec :

$$\frac{1}{E_x(\theta)} = \frac{c^4}{E_L} + \frac{s^4}{E_T} + c^2 s^2 \left(\frac{1}{G_{LT}} - 2 \frac{\nu_{LT}}{E_T} \right) \quad \frac{\nu_{xy}}{E_x(\theta)} = (c^4 + s^4) \frac{\nu_{LT}}{E_T} - c^2 s^2 \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} - \frac{1}{G_{LT}} \right)$$

$$\frac{\eta_y}{E_x(\theta)} = -2cs \left\{ \left(\frac{c^2}{E_L} - \frac{s^2}{E_T} \right) + \left(c^2 - s^2 \right) \left(\frac{\nu_{LT}}{E_T} - \frac{1}{2G_{LT}} \right) \right\}$$

avec $c = \cos \theta$

$s = \sin \theta$

Comme les déformations sont uniformes dans la plaque on obtient, par intégration, les déplacements dans le repères (A, x, y) :

$$u_x(x, y) = \varepsilon_{xx} \cdot x$$

$$u_y(x, y) = \varepsilon_{yy} \cdot y + 2\varepsilon_{xy} \cdot x$$

2.2 Résultats de référence

Déplacements dans le repère (A, x, y) (en m) :

Point	B	C	D
u_x	0.	$5.917 \cdot 10^{-7}$	$5.917 \cdot 10^{-7}$
u_y	$-2.292 \cdot 10^{-7}$	$-5.028 \cdot 10^{-7}$	$-7.319 \cdot 10^{-7}$

Contraintes dans le repère lié à l'orthotropie :

$$\sigma_{LL}(x,y) = 7500\text{Pa}, \quad \sigma_{TT}(x,y) = 2500\text{Pa}, \quad \sigma_{LT}(x,y) = 4330.127\text{Pa}$$

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique

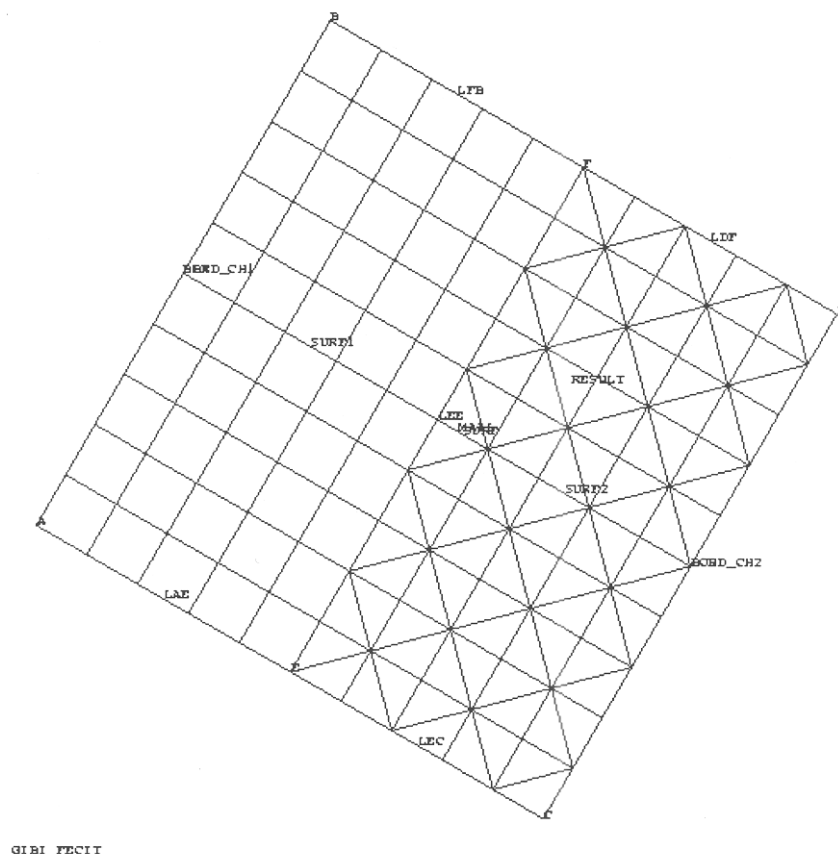
2.4 Références bibliographiques

[1] GAY D : « Matériaux composites » ; 3^{ème} édition, Hermès

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation C_PLAN. La plaque est tournée de -30 degrés autour de Z, c'est-à-dire que l'axe X global est colinéaire à l'axe d'orthotropie L. Les conditions aux limites et chargements, à appliquer dans le repère (A, x, y) lié à la plaque, sont donc projetées sur le repère global (A,X,Y) (utilisation de LIAISON_DDL en B).



3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 391

Nombre de mailles et types : 50 QUAD8, 100 TRIA6

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes

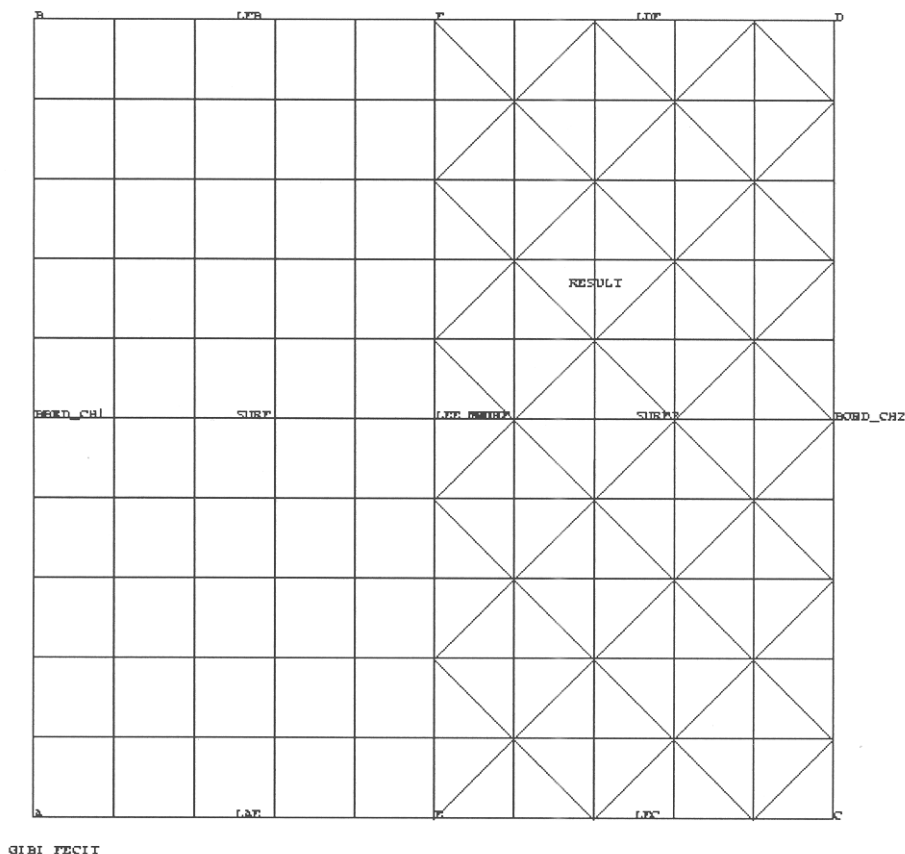
AFPE-MODELE	'AFPE'	MODELISATION = 'C_PLAN'
AFPE_CARA_ELEM	MASSIF	ANGL_REP = 0
AFPE_CHAR_MECA_F	FORCE_CONTOUR	FX, FY
AFPE_CHAR_MECA_F	LIAISON_DDL	
DEFI_MATERIAU	ELAS_ORTH	
MODI_REPERE	DEFI_REPERE	REPERE = 'UTILISATEUR'

3.4 Valeurs testées

Valeur	Identification	Référence	Aster	% différence
Ux(c) = Ux(D)	DX (C)	$5.917 \cdot 10^{-7}$	$5.9167 \cdot 10^{-7}$	0.007
Uy(B)	DY (B)	$-2.292 \cdot 10^{-7}$	$-2.2916 \cdot 10^{-7}$	0.01
Uy(C)	DY (C)	$-5.028 \cdot 10^{-7}$	$-5.0279 \cdot 10^{-7}$	0.001
Uy (D)	DY (D)	$-7.319 \cdot 10^{-7}$	$-7.3196 \cdot 10^{-7}$	0.008
Sigma LL	SIXX (tout point)	7500	7500.4	0.006
Sigma TT	SIYY (tout point)	2500	2500.3	0.01
Sigma LL	SIXY (tout point)	4300.127	433.06	0.01

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation C_PLAN. La plaque est parallèle aux axes globaux, c'est-à-dire que l'axe X global est colinéaire à l'axe x. C'est donc l'axe d'orthotropie L qui est à orienter (à l'aide du mot-clé `MASSIF` de `AFFE_CARA_ELEM`).



4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 391

Nombre de mailles et types : 50 QUAD8, 100 TRIA6

4.3 Fonctionnalités testées

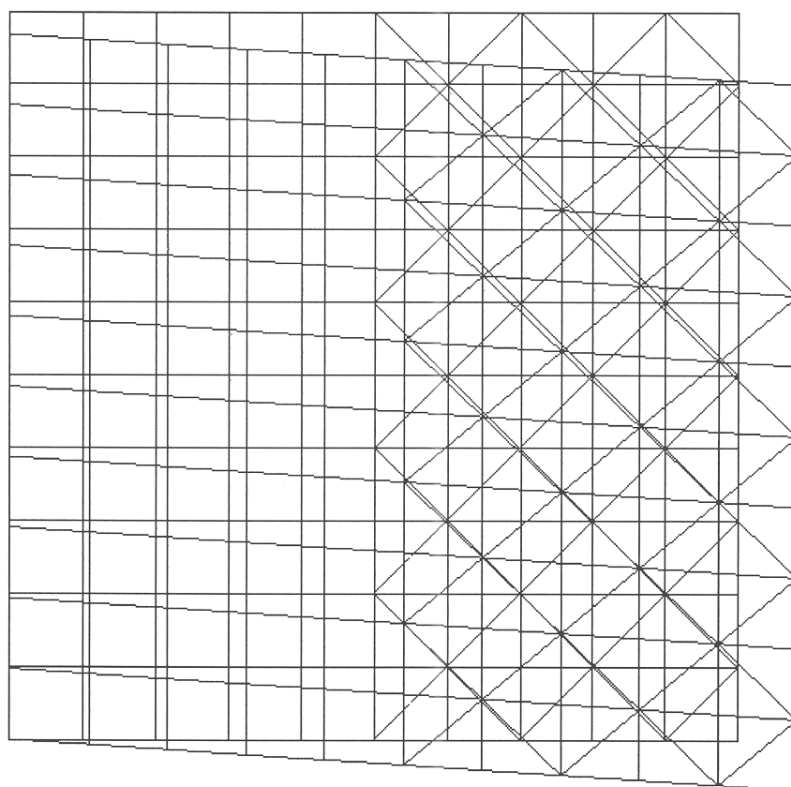
Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION = 'C_PLAN'
AFFE_CARA_ELEM	MASSIF	ANGL_REP = 30
AFFE_CHAR_MECA_F	FORCE_CONTOUR	FX, FY
DEFI_MATERIAU	ELAS_ORTH	
MODI_REPERE	DEFI_REPERE	REPERE = 'UTILISATEUR'

4.4 Valeurs testées

Valeur	Identification	Référence	Aster	% différence
Ux(c) = Ux(D)	DX (C)	$5.917 \cdot 10^{-7}$	$5.9167 \cdot 10^{-7}$	0.006
Uy(B)	DY (B)	$-2.292 \cdot 10^{-7}$	$-2.29166 \cdot 10^{-7}$	0.015
Uy(C)	DY (C)	$-5.028 \cdot 10^{-7}$	$-5.0277 \cdot 10^{-7}$	0.005
Uy (D)	DY (D)	$-7.319 \cdot 10^{-7}$	$-7.3194 \cdot 10^{-7}$	0.006
Sigma LL	SIXX (tout point)	7500	7500	0.
Sigma TT	SIYY (tout point)	2500	2500	0.
Sigma LL	SIXY (tout point)	4300.127	4330.127	0.

4.5 Remarques

Allure de la déformée : non symétrique à cause de l'orthotropie.



AMPLITUDE

0.

$1.37E+05$

GIBI FECHT

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation COQUE_3D. La plaque est parallèle aux axes globaux, c'est-à-dire que l'axe X global est colinéaire à l'axe x. C'est donc l'axe d'orthotropie L qui est à orienter (à l'aide du mot-clé MASSIF de AFFE_CARA_ELEM). Le maillage est identique à celui de la modélisation B.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 541

Nombre de mailles et types : 50 QUAD9, 100 TRIA7

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION = 'COQUE_3D'
AFFE_CARA_ELEM	COQUE	ANGL_REP = 30
AFFE_CARA_ELEM	COQUE	EPAIS = 1
AFFE_CHAR_MECA_F	FORCE_ARETE	FX, FY
DEFI_MATERIAU	ELAS_ORTH	

5.4 Valeurs testées

Valeur	Identification	Référence	Aster	% différence
Ux(c) = Ux(D)	DX (C)	$5.917 \cdot 10^{-7}$	$5.9167 \cdot 10^{-7}$	0.006
Uy(B)	DY (B)	$-2.292 \cdot 10^{-7}$	$-2.29166 \cdot 10^{-7}$	0.015
Uy(C)	DY (C)	$-5.028 \cdot 10^{-7}$	$-5.0277 \cdot 10^{-7}$	0.005
Uy (D)	DY (D)	$-7.319 \cdot 10^{-7}$	$-7.3194 \cdot 10^{-7}$	0.006
Sigma LL	SIXX (tout point)	7500	7500	0.
Sigma TT	SIYY (tout point)	2500	2500	0.
Sigma LL	SIXY (tout point)	4300.127	4330.127	0.

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation COQUE_3D en grands déplacements. La plaque est parallèle aux axes globaux, c'est-à-dire que l'axe X global est colinéaire à l'axe x. C'est donc l'axe d'orthotropie L qui est à orienter (à l'aide du mot-clé MASSIF de AFFE_CARA_ELEM). Le maillage est identique à celui de la modélisation B.

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 541

Nombre de mailles et types : 50 QUAD9, 100 TRIA7

6.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION = 'COQUE_3D'
AFFE_CARA_ELEM	COQUE	ANGL_REP = 30
AFFE_CARA_ELEM	COQUE	EPAIS = 1
AFFE_CHAR_MECA_F	FORCE_ARETE	FX, FY
DEFI_MATERIAU	ELAS_ORTH	
STAT_NON_LINE	COMP_ELAS	DEFORMATION= 'GRENN_GR'

6.4 Valeurs testées

Valeur	Identification	Référence	Aster	% différence
Ux(c) = Ux(D)	DX (C)	5.917 10 ⁻⁷	5.9167 10 ⁻⁷	0.006
Uy(B)	DY (B)	-2.292 10 ⁻⁷	-2.29166 10 ⁻⁷	0.015
Uy(C)	DY (C)	-5.028 10 ⁻⁷	-5.0277 10 ⁻⁷	0.005
Uy (D)	DY (D)	-7.319 10 ⁻⁷	-7.3194 10 ⁻⁷	0.006
Sigma LL	SIXX (tout point)	7500	7499.99	0.001
Sigma TT	SIYY (tout point)	2500	2499.93	0.003
Sigma LL	SIXY (tout point)	4300.127	4329.99	0.007

7 Synthèse des résultats

Les résultats des quatre modélisations sont très proches de la solution analytique : au maximum 0.015 % d'écart pour les 4 modélisations.

Ce test valide donc la prise en compte de l'élasticité orthotrope.