

Manuel de Validation**Fascicule V3.01 : Statique linéaire des structures linéiques****Document : V3.01.104**

SSLL104 - Déformations initiales dans une poutre droite

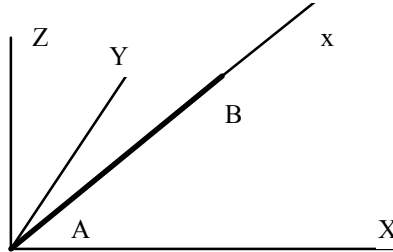
Résumé :

Ce test valide la prise en compte des déformations initiales dans le calcul élastique d'une poutre droite. Les caractéristiques du calcul sont :

- analyse statique,
- comportement linéaire,
- modèle linéique,
- 1 seule modélisation testant les éléments POU_D_E, POU_D_T et POU_D_TG,
- la solution est analytique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Une poutre AB de longueur $\ell = 100$ mm est située sur la trissectrice du trièdre (X,Y,Z) : les coordonnées du point B sont :

$$B = \begin{pmatrix} 100 \\ \sqrt{3} \\ 100 \\ \sqrt{3} \\ 100 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

On définit aussi un point C milieu de A,B.

Le repère local (A,x,y,z) se déduit du repère global (A,X,Y,Z) par les angles nautiques

$$\begin{cases} \alpha = 45^\circ \\ \beta = -35.26^\circ \left(\cos \beta = \sqrt{\frac{2}{3}} \right) \end{cases}$$

1.2 Propriétés de matériaux

Le matériau est élastique linéaire.

Module d'Young $E = 1.0$ MPa (sans influence sur le résultat).

Coefficient de Poisson : $\nu = 0$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Encastrement en A : $DX = DY = DZ = DRX = DRY = DRZ = 0$.

Chargement : déformation initiale dans la repère local (A,x,y,z)

- élongation suivant x : $EPX = 0.001$
- courbure suivant Ay : $KY = 0.002$
- courbure suivant Az : $KZ = 0.003$

1.4 Caractéristiques de la section de poutre

Toutes les caractéristiques (aire, inerties, ...) sont prises égales à 1.

Elles sont sans influence sur le résultat.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution est analytique. Elle est calculée dans le repère local.

$$\text{Soit : } \begin{cases} U = (u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z) & \text{le déplacement de la poutre} \\ E = (\varepsilon_x, \chi_y, \chi_z, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}) & \text{la déformation généralisée de la poutre} \end{cases}$$

$$\text{Soit la solution : } \begin{cases} u = \alpha \cdot x & ; & v = \gamma \frac{x^2}{2} & ; & w = -\beta \frac{x^2}{2} \\ \theta_x = 0 & ; & \theta_y = \beta \cdot x & ; & \theta_z = \gamma \cdot x \end{cases}$$

$$\text{alors : } \begin{cases} \varepsilon_x & = & u, x = \alpha \\ \chi_y & = & \theta_y, x = \beta \\ \chi_z & = & \theta_z, x = \gamma \\ \gamma_{xy} = v, x & - & \theta_z = 0 \\ \gamma_{xz} = w, x & + & \theta_y = 0 \end{cases}$$

Si on choisit $\alpha = \text{EPX} (= 0.001)$; $\beta = \text{KY} (= 0.002)$; $\gamma = \text{KZ} (= 0.003)$ alors $E - E_{init} = 0$ les efforts sont nuls. L'équilibre est vérifié. Par ailleurs, la solution vérifie les C.L. (encastrement en A). Donc c'est la solution du problème posé.

2.2 Résultats de référence

Les résultats exprimés dans le repère local sont :

En B : Dx = 0.1 ; Dy = 15. ; Dz = -10. ; DRx = 0. ; DRy = 0.2 ; DRz = 0.3

En C : Dx = 0.05 ; Dy = 3.75. ; Dz = -2.5 ; DRx = 0. ; DRy = 0.1 ; DRz = 0.15

Dans le repère global, on trouve aux points B et C :

$$DX(B) = \frac{\sqrt{3}}{30} + 5 \frac{\sqrt{3}}{6} (-3\sqrt{6} + 2\sqrt{2})$$

$$DY(B) = \frac{\sqrt{3}}{30} + 5 \frac{\sqrt{3}}{6} (3\sqrt{6} + 2\sqrt{2})$$

$$DZ(B) = \frac{\sqrt{3}}{30} + 5 \frac{\sqrt{3}}{6} (-4\sqrt{2})$$

$$DRX(B) = \frac{1}{20} (-\sqrt{6} - 2\sqrt{2})$$

$$DRY(B) = \frac{1}{20} (-\sqrt{6} + 2\sqrt{2})$$

$$DRZ(B) = \frac{1}{20} (2\sqrt{6})$$

$$DX(C) = \frac{\sqrt{3}}{60} + 5 \frac{\sqrt{3}}{24} (-3\sqrt{6} + 2\sqrt{2})$$

$$DY(C) = \frac{\sqrt{3}}{60} + 5 \frac{\sqrt{3}}{24} (3\sqrt{6} + 2\sqrt{2})$$

$$DZ(C) = \frac{\sqrt{3}}{60} + 5 \frac{\sqrt{3}}{24} (-4\sqrt{2})$$

$$DRX(C) = \frac{1}{40} (-\sqrt{6} - 2\sqrt{2})$$

$$DRY(C) = \frac{1}{40} (-\sqrt{6} + 2\sqrt{2})$$

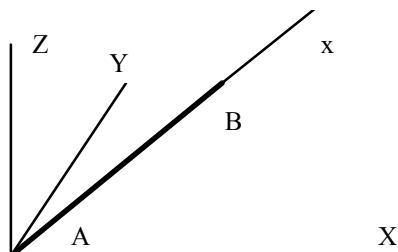
$$DRZ(C) = \frac{1}{40} (2\sqrt{6})$$

2.3 Incertitude sur la solution

La solution est exacte pour la théorie des poutres d'Euler (ou de Timoshenko car il n'y pas de cisaillement). La torsion n'intervenant pas, la solution est aussi valable pour les éléments POU_D_TG.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



- AB est découpé en 10 éléments de même longueur (10.). (Un seul élément serait suffisant).
- 3 calculs identiques sont successivement fait sur ce maillage avec 3 modélisations différentes :
 - avec 10 éléments POU_D_E
 - avec 10 éléments POU_D_T
 - avec 10 éléments POU_D_TG

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 11

Nombre de mailles et types : 10 SEG2

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot clé facteur	Mot clé argument
AFFE_CHAR_MECA	EPSI_INIT	EPX, KY, KZ
AFFE_MODELE	MODELISATION	POU_D_E
AFFE_MODELE	MODELISATION	POU_D_T
AFFE_MODELE	MODELISATION	POU_D_TG

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Modélisation	Identification		Référence	Aster	% différence
POU_D_E	B	DX	-6.4664E+00	-6.4664E+00	< 10 ⁻⁹
		DY	1.4747E+01	1.4747E+01	< 10 ⁻⁹
		DZ	-8.1072E+00	-8.1072E+00	< 10 ⁻⁹
		DRX	-2.6390E-01	-2.6390E-01	< 10 ⁻⁹
		DRY	1.8947E-02	1.8947E-02	< 10 ⁻⁹
		DRZ	2.4495E-01	2.4495E-01	< 10 ⁻⁹
	C	DX	-1.6022E+00	-1.6022E+00	< 10 ⁻⁹
		DY	3.7011E+00	3.7011E+00	< 10 ⁻⁹
		DZ	-2.0124E+00	-2.0124E+00	< 10 ⁻⁹
		DRX	-1.3195E-01	-1.3195E-01	< 10 ⁻⁹
		DRY	9.4734E-03	9.4734E-03	< 10 ⁻⁹
		DRZ	1.2247E-01	1.2247E-01	< 10 ⁻⁹
POU_D_T	B	DX	-6.4664E+00	-6.4664E+00	< 10 ⁻⁹
		DY	1.4747E+01	1.4747E+01	< 10 ⁻⁹
		DZ	-8.1072E+00	-8.1072E+00	< 10 ⁻⁹
		DRX	-2.6390E-01	-2.6390E-01	< 10 ⁻⁹
		DRY	1.8947E-02	1.8947E-02	< 10 ⁻⁹
		DRZ	2.4495E-01	2.4495E-01	< 10 ⁻⁹
	C	DX	-1.6022E+00	-1.6022E+00	< 10 ⁻⁹
		DY	3.7011E+00	3.7011E+00	< 10 ⁻⁹
		DZ	-2.0124E+00	-2.0124E+00	< 10 ⁻⁹
		DRX	-1.3195E-01	-1.3195E-01	< 10 ⁻⁹
		DRY	9.4734E-03	9.4734E-03	< 10 ⁻⁹
		DRZ	1.2247E-01	1.2247E-01	< 10 ⁻⁹
POU_D_TG	B	DX	-6.4664E+00	-6.4664E+00	< 10 ⁻⁹
		DY	1.4747E+01	1.4747E+01	< 10 ⁻⁹
		DZ	-8.1072E+00	-8.1072E+00	< 10 ⁻⁹
		DRX	-2.6390E-01	-2.6390E-01	< 10 ⁻⁹
		DRY	1.8947E-02	1.8947E-02	< 10 ⁻⁹
		DRZ	2.4495E-01	2.4495E-01	< 10 ⁻⁹
	C	DX	-1.6022E+00	-1.6022E+00	< 10 ⁻⁹
		DY	3.7011E+00	3.7011E+00	< 10 ⁻⁹
		DZ	-2.0124E+00	-2.0124E+00	< 10 ⁻⁹
		DRX	-1.3195E-01	-1.3195E-01	< 10 ⁻⁹
		DRY	9.4734E-03	9.4734E-03	< 10 ⁻⁹
		DRZ	1.2247E-01	1.2247E-01	< 10 ⁻⁹

4.2 Paramètres d'exécution

Version : 5.3

Machine : SGI Origin2000 - R12000

Encombrement mémoire : 64 Mo

Système :

IRIX 64

Temps CPU User :

3 secondes

5 Synthèse des résultats

Comme on pouvait s'y attendre, les résultats sont très précis. Ils valident la bonne prise en compte des déformations et contraintes initiales dans les éléments de poutre.

Le test ne teste pas les poutres courbes (POU_C_T) car on ne dispose pas de solution de référence.