

**Manuel de Validation****Fascicule V4.41 : Thermique stationnaire avec rayonnement****Document : V4.41.001**

# TPNA01 - Problème axisymétrique stationnaire avec rayonnement

---

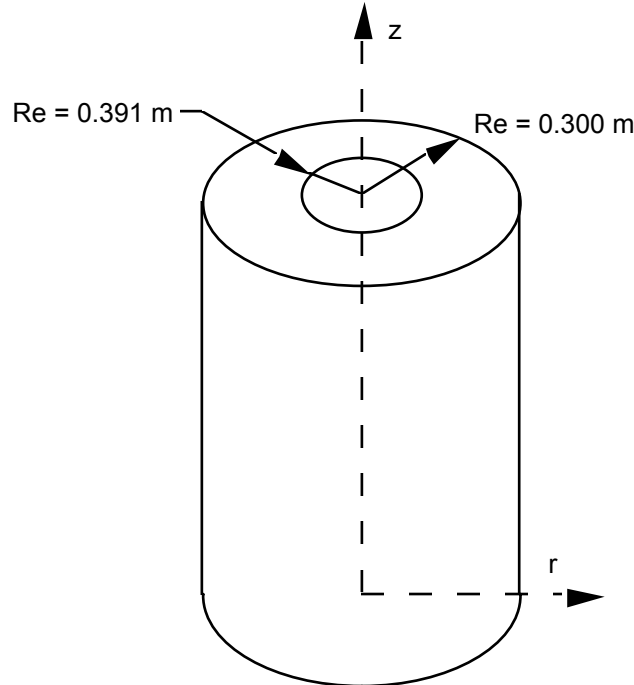
**Résumé :**

Ce test élémentaire permet de traiter un problème axisymétrique en thermique stationnaire avec une condition aux limites de type rayonnement. La solution est analytique. Le problème est traité en axisymétrique et en volumique.

Pour les modélisations présentées ici, les écarts des résultats obtenus par le *Code\_Aster* se situent entre 1 et 2% de la référence calculée analytiquement.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Le cylindre creux est supposé infiniment long.

### 1.2 Propriétés de matériaux

Seul le coefficient de conductivité intervient. Le *Code\_Aster* rend obligatoire la fourniture d'une fonction représentant l'enthalpie volumique déterminée à partir du coefficient de chaleur volumique.

chaleur volumique	$\rho C_p = 1.00 \text{ J / m}^3 \text{ } ^\circ\text{C}$
conductivité thermique	$k = 40 \text{ W / m}^\circ\text{C}$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Condition de type rayonnement sur la surface interne du cylindre, condition de type convection (échange avec le milieu extérieur) sur la surface externe.

Pas de condition aux limites sur les extrémités du cylindre (ce qui revient à imposer un flux nul).

$$\begin{aligned} \text{surface interne} \quad k \frac{\partial T}{\partial n} &= \varepsilon \sigma \left[ (T + 273.15)^4 - (T_{\text{ext}}^i + 273.15)^4 \right] \\ &\text{avec } \varepsilon = 0.6, \sigma = 5.7310^{-8} \text{ W / m}^2 \text{ K}^4 \text{ et } T_{\text{ext}}^i = 500.0^\circ\text{C}, T \text{ exprimée en } ^\circ\text{Celsius} \\ \text{surface externe} \quad k \frac{\partial T}{\partial n} &= h_e [T_{\text{ext}}^e - T] \\ &\text{avec } h_e = 142.0 \text{ W / m}^2 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ et } T_{\text{ext}}^e = 20.0^\circ\text{C} \end{aligned}$$

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

On dispose d'une solution analytique dans le cas d'un cylindre de longueur infinie :

$$T(r) = \frac{T_e - T_i}{\text{Log}\left(\frac{Re}{Ri}\right)} \text{Log}(r) + \frac{T_i \text{Log}(Re) - T_e \text{Log}(Ri)}{\text{Log}(Re) - \text{Log}(Ri)}$$

### 2.2 Résultats de référence

r (m)	T (°C)
.30000	105.55
.32275	99.21
.34550	93.30
.36825	87.76
.39100	82.56

Valeur de la température en fonction de r

r (m)	$\varphi$ (W / m <sup>2</sup> )
.300	11577.49
.391	8822.98

Valeur du flux en fonction de r

### 2.3 Incertitude sur la solution

Solution exacte.

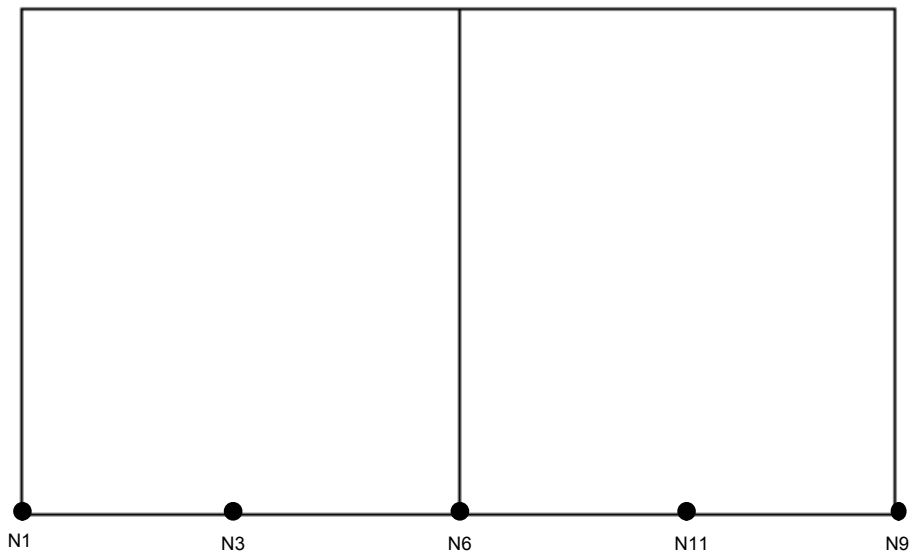
### 2.4 Références bibliographiques

- [1] Guide de validation des progiciels de calcul de structures. Société Française des Mécaniciens  
AFNOR 1990 ISBN 2-12-486611-7

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 2D :



### 3.2 Caractéristiques du maillage

2 QUAD8

### 3.3 Fonctionnalités testées

Commande	Mot-clé facteur	Mot-clé simple	Argument
DEFI_MATERIAU	THER_NL	LAMBDA BETA	
THER_NON_LINE	TEMP_INIT CONVERGENCE	STATIONNAIRE RESI_GLOB_RELA ITER_GLOB_MAXI CRIT_LAGR_RELA OPTION	'OUI ' 1.E-2 9 1.E-3 'FLUX_ELNO_TEMP '

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

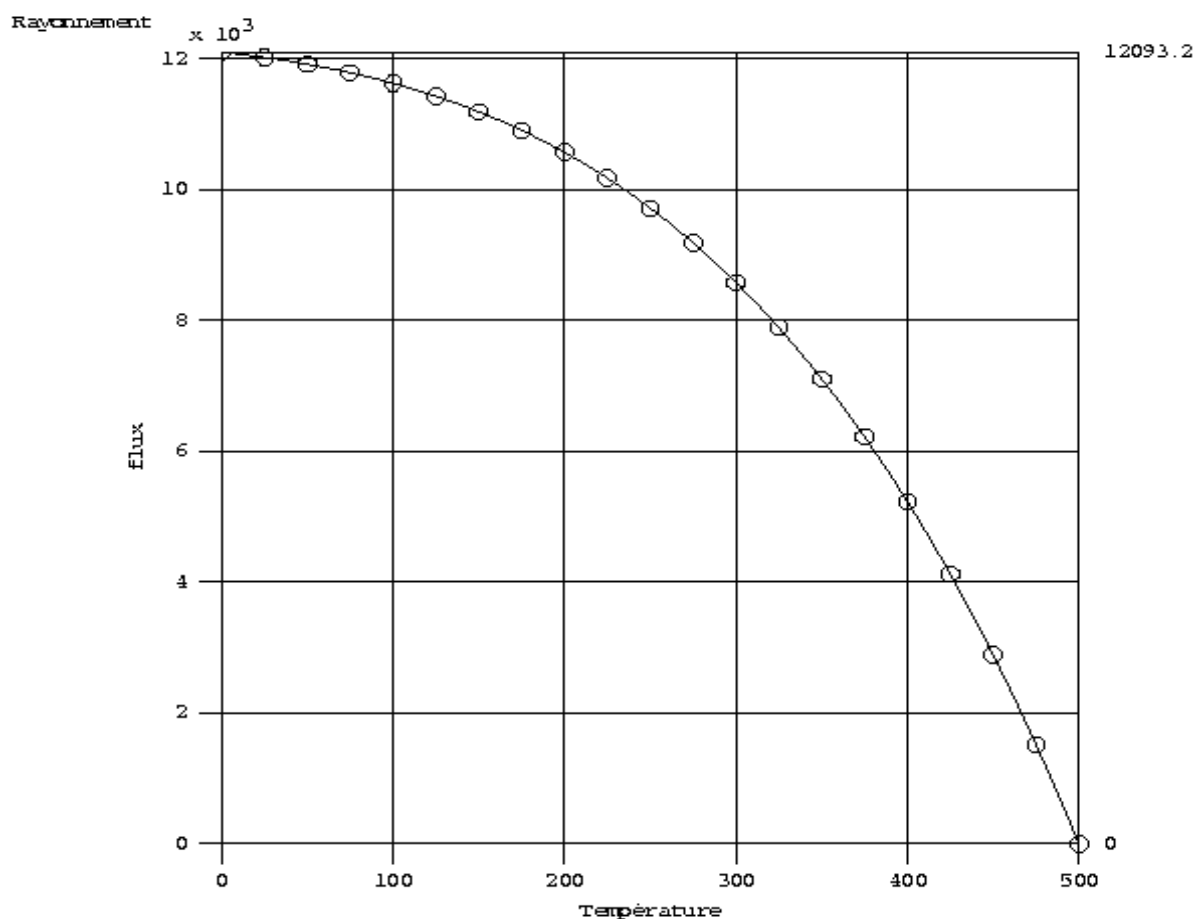
Les nœuds observés ont pour coordonnée  $z = 0.0$

Identification température	Référence	Aster	% différence
N1 (r=.30000)	105.55	105.52	-0.03
N3 (r=.32275)	99.21	99.17	-0.04
N6 (r=.34550)	93.30	93.26	-0.04
N11 (r=.36825)	87.76	87.73	-0.04
N9 (r=.39100)	82.56	82.53	-0.04

Identification flux	Référence	Aster	% différence
maille M1 nœud N1	11577.49	11533.37	-0.38
maille M2 nœud N9	8822.98	8855.97	-0.37

### 4.2 Remarques

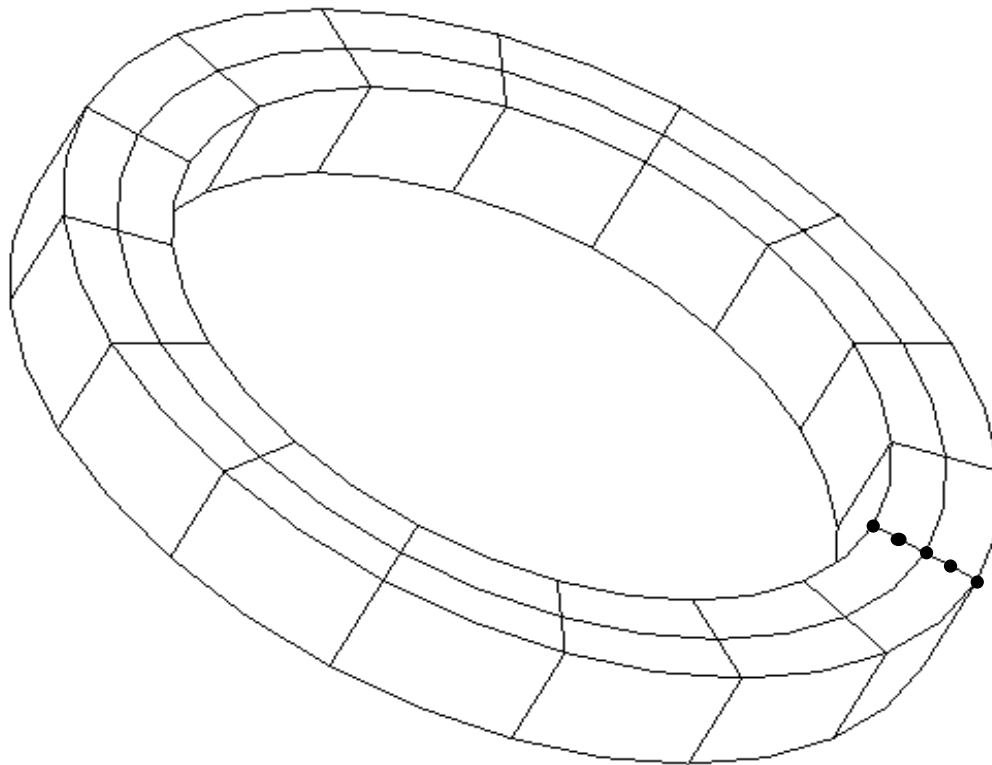


La condition aux limites de type rayonnement est fournie sous la forme d'une fonction de la température interpolée linéairement entre chaque point (on a discrétisé ici la courbe à l'aide de 101 points).

## 5 Modélisation B

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D :



### 5.2 Caractéristiques du maillage

32 HEXA20

### 5.3 Fonctionnalités testées

Commande	Mot-clé facteur	Mot-clé simple	Argument
DEFI_MATERIAU	THER_NL	LAMBDA BETA	
THER_NON_LINE	TEMP_INIT CONVERGENCE	STATIONNAIRE RESI_GLOB_RELA ITER_GLOB_MAXI CRIT_LAGR_RELA OPTION	'OUI' 1.E-2 10 1.E-3 'FLUX_ELNO_TEMP'

## 6 Résultats de la modélisation B

### 6.1 Valeurs testées

Les nœuds observés ont pour coordonnées :  $y = z = 0.0$

Identification température		Référence	Aster	% différence
NO106	(x=.30000)	105.55	105.51	-0.03
NO105	(x=.32275)	99.21	99.17	-0.04
NO115	(x=.34550)	93.30	93.26	-0.04
NO125	(x=.36825)	87.76	87.73	-0.04
NO123	(x=.39100)	82.56	82.52	-0.04

Identification flux		Référence	Aster	% différence
maille MA17 nœud NO106		11577.49	11680.50	+0.89
maille MA16 nœud NO123		8822.98	8968.85	+1.65

### 6.2 Remarques

La fonction de flux utilisée dans la modélisation A est aussi utilisée ici.

## 7 Synthèses des résultats

---

La prise en compte des conditions de rayonnement est tout à fait correcte dans ce cas stationnaire. Notons que ce test fait intervenir un coefficient de conductivité thermique constant, la seule non-linéarité porte donc sur les conditions aux limites.

Les erreurs sont plus élevées sur le calcul du flux, ce que l'on peut expliquer par l'utilisation des lissages aux nœuds, effectués à partir des valeurs calculées aux points d'intégration (points de GAUSS).