

Manuel de Validation**Fascicule V3.02 : Statique linéaire des systèmes plans****Document V3.02.310**

SSLP310 - Biblio_18. Fissure pressurisée dans un domaine plan illimité

Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en mécanique de la rupture.

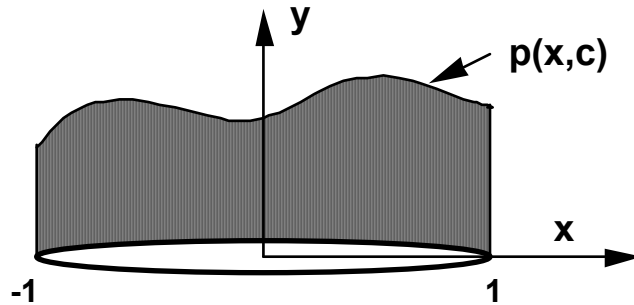
Il s'agit d'un test bidimensionnel en statique (déformations ou contraintes planes) qui a pour objectif la vérification de G et K_I sous chargement par pression répartie non uniforme sur les lèvres, en milieu illimité. On vérifie également la nullité de K_{II} avec l'option `CALC_K_G`.

Le comportement de la structure est élastique linéaire isotrope.

Le cas test comprend une seule modélisation 2D plane dans laquelle on étudie l'influence du paramètre c intervenant dans le chargement.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



On considère la fissure rectiligne $-1 \leq x \leq 1$ dans le domaine plan illimité.

1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est élastique linéaire homogène de module d'Young E et de coefficient de Poisson ν .
 $E = 1000 \text{ Mpa}$, $\nu = 0,3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le chargement étant auto-équilibré, le modèle est limité au demi-espace $y \geq 0$.

Conditions aux limites

Relation linéaire $UX(-1,0) + UX(1,0) = 0$

Condition de symétrie $UY = 0$ pour $x \leq -1$, $x \geq 1$ et $y = 0$.

Chargement n° 1

$p(x) = 1$

Chargement n° 2

$p(x,c) = \exp(cx)$ où c est un paramètre

Chargement n° 3

$p(x,c) = \text{Sh}(cx)$ où c est un paramètre

Chargement n° 4

$p(x,c) = \text{Ch}(cx)$ où c est un paramètre

Chargement n° 5

$p(x,c) = \cos(cx)$ où c est un paramètre

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Calcul symbolique exact à l'aide du logiciel MAPLE V [bib1].

2.2 Résultats de référence

Chargement n° 1

$$K_I(x=1) = \sqrt{\pi}$$

Chargement n° 2

$K_I(x=1, c) = \sqrt{\pi}(I_0(c) + I_1(c))$ où I_0 et I_1 sont les fonctions de Bessel modifiées de première espèce d'indices 0 et 1 [bib2].

Chargement n° 3

$$K_I(x=1, c) = \sqrt{\pi}I_1(c)$$

Chargement n° 4

$$K_I(x=1, c) = \sqrt{\pi}I_0(c)$$

Chargement n° 5

$K_I(x=1, c) = \sqrt{\pi}J_0(c)$ où J_0 est la fonction de Bessel de première espèce d'indice 0 [bib2].

Dans tous les cas de chargement

$$G = \frac{K_I^2}{E} \text{ en contraintes planes}$$

$$G = \frac{(1-\nu^2)K_I^2}{E} \text{ en déformations planes}$$

2.3 Références bibliographiques

- [1] On the evaluation of stress intensity factors for a simple crack under parametric loading. Technical note. N.I. IOKADIMIS et G.T. ANASTASSELOS. Computers and Structures, 51, n°6, 791-794, 1994.
- [2] Handbook of mathematical functions, Chapitre 9. M. ABRAMOWITZ et I.A. STEGUN (Editeurs). United States Dept. of Commerce, National Bureau of Standards.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est limité au demi-espace $y \geq 0$ et à la région finie $-x_{\max} \leq x \leq x_{\max}$,
 $0 \leq y \leq y_{\max}$ avec $x_{\max} = y_{\max} = 15$.

Il est constitué de 578 quadrangles à 8 noeuds et de 1699 triangles à 6 noeuds.
Il comporte 5230 noeuds.

On utilise l'hypothèse des contraintes planes.

3.2 Caractéristiques du maillage

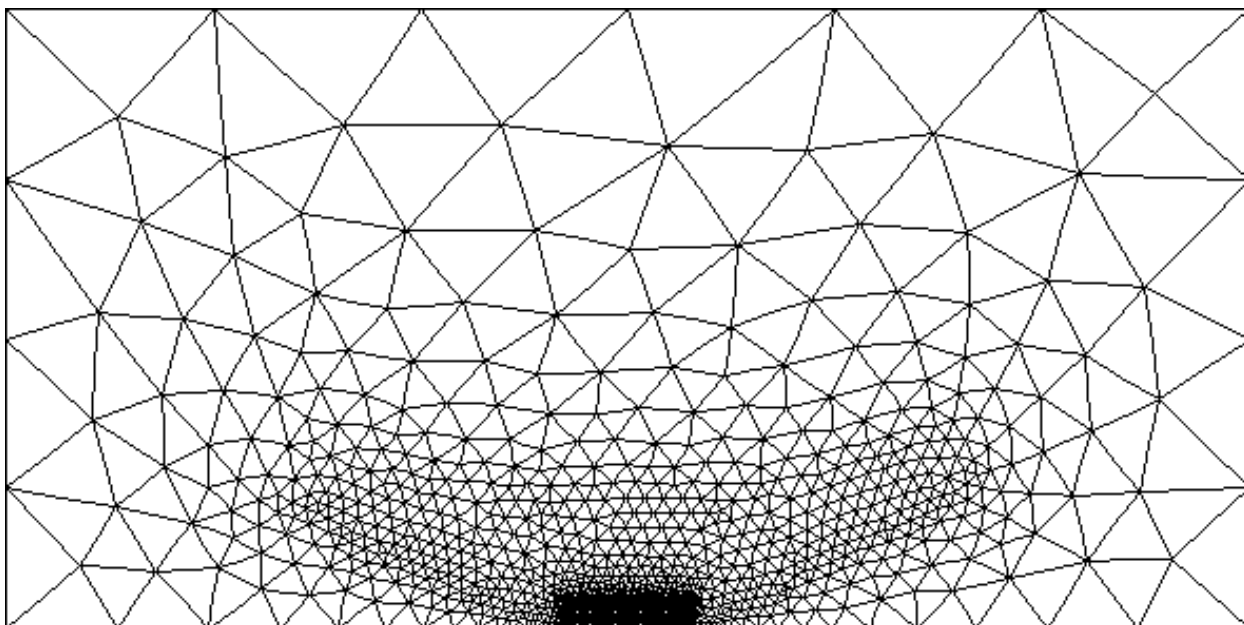
Utilisation de la procédure FISS2D_V1.

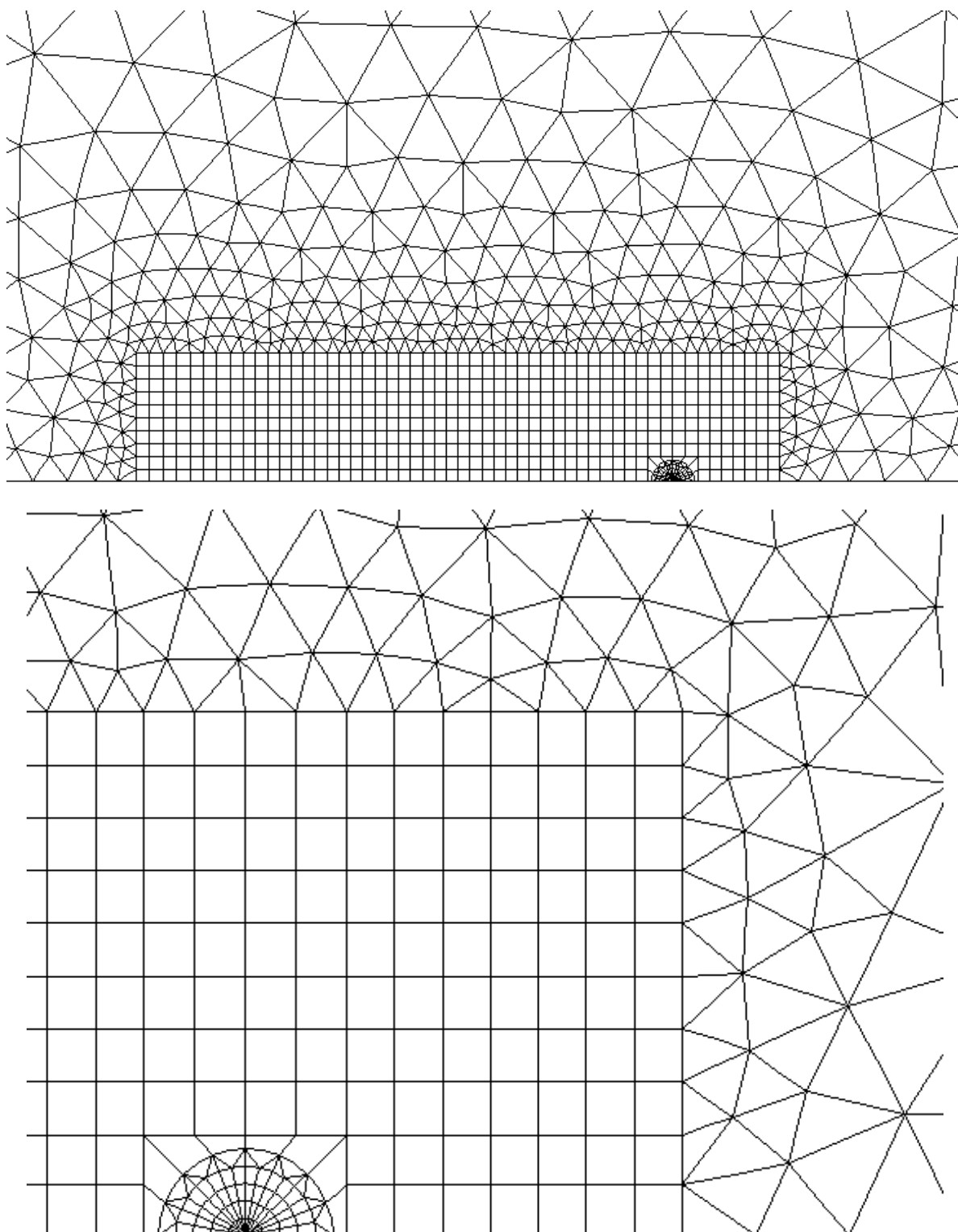
Les paramètres topologiques concernant le raffinement autour du fond de fissure sont:

- $nc = 4$ (nombre de couronnes)
- $ns = 8$ (nombre de secteurs)
- $nt = 1$ (nombre de couronnes de déraffinement)

Le maillage fin rayonnant est limité à l'extrémité droite de la fissure.

La densité du maillage en partie courante de la fissure est choisie de façon à pouvoir discrétiser convenablement le chargement $p(x,c)$.





3.3 Fonctionnalités testées

Calcul du taux de restitution d'énergie G par la méthode THETA pour différentes couronnes.

Commandes

DEFI_FOND_FISS	FOND	GROUP_NO
	NORMALE	
CALC_THETA	THETA_2D	GROUP_NO
CALC_G_THETA_T	SYME_CHAR	
	CALC_K_G	

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Couronne 0 (triangles)

R_{inf} = 0 mm , R_{sup} = 0,02 mm

Identification	Référence	Aster	% différence
G, chargement n°1	3,14158E-3	3,04077E-3	-3,209
K _{II} , chargement n°1	0	0	0
K _I , chargement n°1	1,77245	1,6559	-6,574
G, chargement n°2, c=1	1,05349E-2	1,01411E-2	-3,738
K _{II} , chargement n°2, c=1	0	0	0
K _I , chargement n°2, c=1	3,24576	3,03108	-6,614
G, chargement n°2, c=5	8,356742	7,9065	-5,387
K _{II} , chargement n°2, c=5	0	0	0
K _I , chargement n°2, c=5	91,41522	85,4189	-6,559
G, chargement n°3, c=1	1,00344E-3	9,6006E-4	-4,323
K _{II} , chargement n°3, c=1	0	0	0
K _I , chargement n°3, c=1	1,00172	0,93505	-6,655
G, chargement n°3, c=5	1,86052	1,760148	-5,395
K _{II} , chargement n°3, c=5	0	0	0
K _I , chargement n°3, c=5	43,13380	40,33829	-6,481
G, chargement n°4, c=1	5,03571E-3	4,86064E-3	-3,477
K _{II} , chargement n°4, c=1	0	0	0
K _I , chargement n°4, c=1	2,24404	2,09602	-6,596
G, chargement n°4, c=5	2,331095	2,20566	-5,381
K _{II} , chargement n°4, c=5	0	0	0
K _I , chargement n°4, c=5	48,28142	45,08068	-6,629
G, chargement n°5, c=1	1,839487E-3	1,78707E-3	-2,849
K _{II} , chargement n°5, c=1	0	0	0
K _I , chargement n°5, c=1	1,356277	1,267569	-6,541
G, chargement n°5, c=2,4048255577	0	4,1738E-8	-
K _{II} , chargement n°5, c=2,4048255577	0	0	0
K _I , chargement n°5, c=2,4048255577	0	2,0383E-3	-

Couronne 1 (quadrangles)

$R_{inf} = 0,02 \text{ mm}$, $R_{sup} = 0,04 \text{ mm}$

Identification	Référence	Aster	% différence
G, chargement n°1	3,14158E-3	3,1669E-3	0,807
K _{II} , chargement n°1	0	0	0
K _I , chargement n°1	1,77245	1,78079	0,471
G, chargement n°2, c=1	1,05349E-2	1,056655E-2	0,30
K _{II} , chargement n°2, c=1	0	0	0
K _I , chargement n°2, c=1	3,24576	3,256597	0,334
G, chargement n°2, c=5	8,356742	8,25545	-1,212
K _{II} , chargement n°2, c=5	0	0	0
K _I , chargement n°2, c=5	91,41522	91,528	0,123
G, chargement n°3, c=1	1,00344E-3	1,000804E-3	-0,263
K _{II} , chargement n°3, c=1	0	0	0
K _I , chargement n°3, c=1	1,00172	1,003475	0,175
G, chargement n°3, c=5	1,86052	1,83815	-1,202
K _{II} , chargement n°3, c=5	0	0	0
K _I , chargement n°3, c=5	43,13380	43,2091	0,175
G, chargement n°4, c=1	5,03571E-3	5,06348E-3	0,552
K _{II} , chargement n°4, c=1	0	0	0
K _I , chargement n°4, c=1	2,24404	2,25312	0,405
G, chargement n°4, c=5	2,331095	2,302636	-1,221
K _{II} , chargement n°4, c=5	0	0	0
K _I , chargement n°4, c=5	48,28142	48,3188	0,078
G, chargement n°5, c=1	1,839487E-3	1,86066E-3	1,152
K _{II} , chargement n°5, c=1	0	0	0
K _I , chargement n°5, c=1	1,356277	1,363914	0,563
G, chargement n°5, c=2,4048255577	0	3,98377E-8	-
K _{II} , chargement n°5, c=2,4048255577	0	0	0
K _I , chargement n°5, c=2,4048255577	0	4,721938E-3	-

Couronne 2 (quadrangles)

$R_{inf} = 0,04 \text{ mm}$, $R_{sup} = 0,06 \text{ mm}$

Identification	Référence	Aster	% différence
G, chargement n°1	3,14158E-3	3,1678E-3	0,835
K _{II} , chargement n°1	0	0	0
K _I , chargement n°1	1,77245	1,78075	0,468
G, chargement n°2, c=1	1,05349E-2	1,056949E-2	0,328
K _{II} , chargement n°2, c=1	0	0	0
K _I , chargement n°2, c=1	3,24576	3,256529	0,332
G, chargement n°2, c=5	8,356742	8,257967	-1,182
K _{II} , chargement n°2, c=5	0	0	0
K _I , chargement n°2, c=5	91,41522	9,1527E1	0,123
G, chargement n°3, c=1	1,00344E-3	1,001087E-3	-0,234
K _{II} , chargement n°3, c=1	0	0	0
K _I , chargement n°3, c=1	1,00172	1,0034589	0,174
G, chargement n°3, c=5	1,86052	1,838717	-1,172
K _{II} , chargement n°3, c=5	0	0	0
K _I , chargement n°3, c=5	43,13380	43,2088	0,174
G, chargement n°4, c=1	5,03571E-3	5,064887E-3	0,579
K _{II} , chargement n°4, c=1	0	0	0
K _I , chargement n°4, c=1	2,24404	2,25307	0,402
G, chargement n°4, c=5	2,331095	2,30333	-1,191
K _{II} , chargement n°4, c=5	0	0	0
K _I , chargement n°4, c=5	48,28142	48,31838	0,077
G, chargement n°5, c=1	1,839487E-3	1,86117E-3	1,179
K _{II} , chargement n°5, c=1	0	0	0
K _I , chargement n°5, c=1	1,356277	1,363877	0,560
G, chargement n°5, c=2,4048255577	0	4,0008E-8	-
K _{II} , chargement n°5, c=2,4048255577	0	0	0
K _I , chargement n°5, c=2,4048255577	0	4,711869E-3	-

Couronne 3 (quadrangles)

$R_{\text{inf}} = 0,06 \text{ mm}$, $R_{\text{sup}} = 0,08 \text{ mm}$

Identification	Référence	Aster	% différence
G, chargement n°1	3,14158E-3	3,16794E-3	0,839
K _{II} , chargement n°1	0	0	0
K _I , chargement n°1	1,77245	1,78078	0,471
G, chargement n°2, c=1	1,05349E-2	1,05699E-2	0,333
K _{II} , chargement n°2, c=1	0	0	0
K _I , chargement n°2, c=1	3,24576	3,2566	0,334
G, chargement n°2, c=5	8,356742	8,25837	1,177
K _{II} , chargement n°2, c=5	0	0	0
K _I , chargement n°2, c=5	91,41522	91,5293	0,125
G, chargement n°3, c=1	1,00344E-3	1,001132E-3	-0,230
K _{II} , chargement n°3, c=1	0	0	0
K _I , chargement n°3, c=1	1,00172	1,003481	0,176
G, chargement n°3, c=5	1,86052	1,838809	-1,167
K _{II} , chargement n°3, c=5	0	0	0
K _I , chargement n°3, c=5	43,13380	43,20984	0,176
G, chargement n°4, c=1	5,03571E-3	5,065103E-3	0,584
K _{II} , chargement n°4, c=1	0	0	0
K _I , chargement n°4, c=1	2,24404	2,25312	0,405
G, chargement n°4, c=5	2,331095	2,303447	-1,186
K _{II} , chargement n°4, c=5	0	0	0
K _I , chargement n°4, c=5	48,28142	48,31948	0,079
G, chargement n°5, c=1	1,839487E-3	1,86124E-3	1,183
K _{II} , chargement n°5, c=1	0	0	0
K _I , chargement n°5, c=1	1,356277	1,363907	0,563
G, chargement n°5, c=2,4048255577	0	4,00631E-8	-
K _{II} , chargement n°5, c=2,4048255577	0	0	0
K _I , chargement n°5, c=2,4048255577	0	4,71155E-3	-

4.2 Remarques

La constante 2,4048... est le premier zéro de la fonction de Bessel J_0 .

La couronne 0 (entourant le fond de fissure est constituée de triangles) donne des résultats médiocres par rapport aux autres couronnes.

Les écarts relatifs maximums entre les couronnes 1,2 et 3 pour G et K_I sont donnés ci-dessous pour les divers chargements.

	Chargement 1	Chargement 2	Chargement 3	Chargement 4	Chargement 5
Ecart sur G	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%
Ecart sur K_I	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%

Les écarts sur G et K_I sont négligeables.

Commentaire sur les résultats du chargement n°5 avec $c = 2,4048...$

Le chargement n°5 peut être comparé en ordre de grandeur au chargement n°1. En effet, l'amplitude du chargement n°5 vaut 1 et sa résultante vaut 1,14 à comparer à la valeur constante unitaire du chargement n°1.

L'écart absolu pour le chargement n°1 et la couronne n°1 est de :

- 2,53E-5 pour G
- 8,34E-3 pour K_I

Pour le chargement n°5, les valeurs Aster qui sont comparées à une valeur de référence nulle sont :

- 3,98E-8 pour G
- 4,72E-3 pour K_I

L'ordre de grandeur sur les écarts absolus est similaire pour les deux chargements. On peut donc considérer comme corrects les résultats *Aster*.

5 Synthèse des résultats

A l'exception des résultats obtenus sur la couronne 0, les calculs de K et G sont très voisins de la solution théorique exacte. En effet, les écarts sont toujours inférieurs à 1,2 % pour le calcul de G et inférieurs à 0,6 % pour le calcul de K_I .