

Manuel de Validation**Fascicule V3.04 : Statique linéaire des structures volumiques****Document : V3.04.007**

SSLV07 - Etirement d'un parallélépipède sous son propre poids

Résumé :

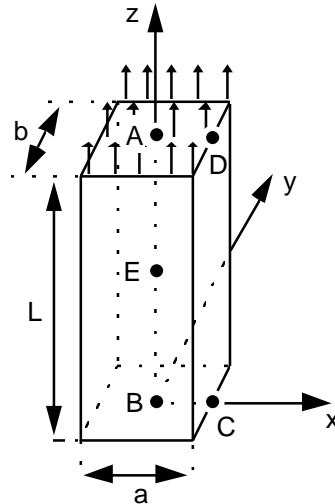
Ce test statique 3D permet de valider les fonctionnalités suivantes :

- chargement en poids propre (pesanteur ou force interne) et en pression uniforme,
- calcul de l'énergie potentielle de la structure,
- estimateur d'erreur en résidu (modélisation B).

Il comprend 3 modélisations. Son intérêt réside dans la mise en évidence de l'effet du coefficient de Poisson (contraction transversale).

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Hauteur : $L = 3 \text{ m}$
 Largeur : $a = 1 \text{ m}$
 Epaisseur : $b = 1 \text{ m}$

Coordonnées des points (en mètres) :

	A	B	C	D	E
x	0.	0.	0.5	0.5	0.
y	0.	0.	0.	0.	0.
z	3.	0.	0.	3.	1.5

1.2 Propriétés de matériaux

$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ MPa}$

$\nu = 0.3$

$\rho = 7\,800 \text{ kg/m}^3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Point A : $(u = v = w = 0, \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0)$

Poids propre suivant l'axe z

Contrainte uniforme à la traction pour la face supérieure : $\sigma_z = \rho g L = + 229\,554. \text{ Pa}$

1.4 Conditions initiales

Sans objet pour l'analyse statique.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

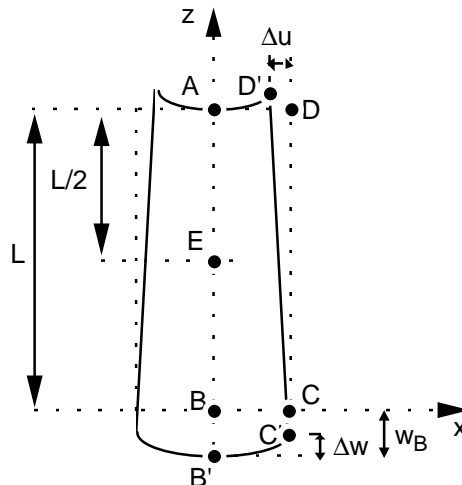
La solution de référence est celle donnée dans la fiche SSLV07/89 du guide VPCS qui présente la méthode de calcul de la façon suivante :

Déplacements :

$$u = -\frac{\nu \rho g x z}{E} \quad v = -\frac{\nu \rho g y z}{E} \quad w = \frac{\rho g z^2}{2E} + \frac{\nu \rho g}{2E} (x^2 + y^2) - \frac{\rho g L^2}{2E}$$

Contraintes :

$$\sigma_{zz} = \rho g z \quad \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0$$



2.2 Résultats de référence

Déplacement des points B, C, D et E.

Contraintes σ_{zz} en A et E.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

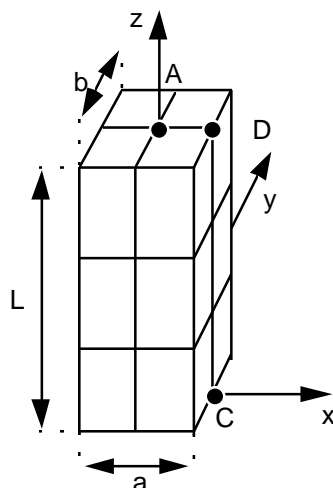
2.4 Références bibliographiques

- [1] S.P. TIMOSHENKO. Théorie de l'élasticité. Paris. Librairie Polytechnique. Ch. Béranger, p.279 à 282 (1961).

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

3D



Découpage : 3 en hauteur
2 en largeur et épaisseur
mailles hexa20

Conditions limites :
sur l'axe AB
en A et D

DDL_IMPO: (GROUP_NO: ABSansA DX=0., DY=0.)
(NOEUD: A DX=0., DY=0., DZ=0.), (NOEUD: D DY=0.)

Noms des nœuds :

Point A = N59
Point C = N12
Point E = N56

Point B = N53
Point D = N18

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 111

Nombre de mailles et types : 12 HEXA20

Fichiers :

Aster : oui

IDEAS : non

ALI-BABA : non

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_MODELE	'MECANIQUE'	'3D'	TOUT	[U4.22.01]
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	GROUP_NO		[U4.25.01]
	PESANTEUR			
	FORCE_FACE	GROUP_MA		
CALC_CHAM_ELEM	OPTION	'SIGM_ELNO_DEPL'		[U4.61.01]
		'EPOT_ELEM_DEPL'		
POST_ELEM	ENER_POT			[U4.61.04]

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Localisation	Type de valeur (m)	Référence	Aster	% différence
Point B	U_B	0.	$< 10^{-14}$	-
	V_B	0.	$< 10^{-14}$	-
	W_B	$-1.721655 \cdot 10^{-6}$	$-1.7217 \cdot 10^{-6}$	< 0.1
Point C	U_C	0.	$= 10^{-14}$	-
	V_C	0.	$< 10^{-14}$	-
	W_C	$-1.707308 \cdot 10^{-6}$	$-1.7073 \cdot 10^{-6}$	< 0.1
Point D	U_D	$-1.721655 \cdot 10^{-7}$	$-1.7216 \cdot 10^{-7}$	< 0.1
	V_D	0.	$< 10^{-14}$	-
	W_D	$1.434713 \cdot 10^{-8}$	$1.4324 \cdot 10^{-8}$	-0.2
Point E	U_E	0.	$< 10^{-14}$	
	V_E	0.	$< 10^{-14}$	
	W_E	$-1.291241 \cdot 10^{-6}$	$-1.2913 \cdot 10^{-6}$	< 0.1
Point A	(Pa) σ_{zz}	$2.29554 \cdot 10^5$	$2.2956 \cdot 10^5$	< 0.1
Point E	σ_{zz}	$1.14777 \cdot 10^5$	$1.14777 \cdot 10^5$	< 0.1

4.2 Remarques

La modélisation en HEXA20 est tout à fait acceptable pour ce maillage grossier.

4.3 Contenu du fichier résultats

Déplacements et contraintes. Energie potentielle par élément.

4.4 Paramètres d'exécution

Version : 3.02.11

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 8 mégamots

Système :

Temps CPU User : UNICOS 8.0 4.26 secondes

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

3D

Découpage : 12 en hauteur
 8 en largeur et épaisseur
 mailles HEXA8

Conditions limites :
 sur l'axe AB DDL_IMPO: (GROUP_NO: ABsansA DX=0., DY=0.)
 en A et D (NOEUD: A DX=0., DY=0., DZ=0.), (NOEUD: D DY=0.)

Noms des nœuds : Point A = N533 Point B = N521
 Point C = N989 Point D = N1001
 Point E = N527

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1053

Nombre de mailles et types : 768 HEXA8

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_MODELE	'MECANIQUE'	'3D'	TOUT	[U4.22.01]
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	GROUP_NO		[U4.25.01]
FORCE_INTERNE	PESANTEUR			
AFFE_CHAR_MECA_F	FORCE_FACE	GROUP_MA		
MECA_STATIQUE	OPTION	'SIGM_ELNO_DEPL'		[U4.31.01]
		'EPOT_ELEM_DEPL'		
CALC_ELEM	OPTION	'ERRE_ELGA_NORE'		[U4.61.02]

5.4 Remarques

Cette modélisation permet de tester l'estimateur d'erreur en résidu en 3D.

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Localisation	Type de valeur (m)	Référence	Aster	% différence
Point B	U _B	0.	$< 10^{-15}$	-
	V _B	0.	$< 10^{-15}$	-
	W _B	$-1.721655 \cdot 10^{-6}$	$-1.7217 \cdot 10^{-6}$	< 0.1
Point C	U _C	0.	$-3.7081 \cdot 10^{-9}$	-
	V _C	0.	$< 10^{-15}$	-
	W _C	$-1.707308 \cdot 10^{-6}$	$-1.7095 \cdot 10^{-6}$	-0.13
Point D	U _D	$-1.721655 \cdot 10^{-7}$	$-1.6846 \cdot 10^{-7}$	-2.2
	V _D	0.	$< 10^{-15}$	-
	W _D	$1.434713 \cdot 10^{-8}$	$1.2118 \cdot 10^{-8}$	-15.5
Point E	U _E	0.	$< 10^{-15}$	-
	V _E	0.	$< 10^{-15}$	-
	W _E (Pa)	$-1.291241 \cdot 10^{-6}$	$-1.2917 \cdot 10^{-6}$	< 0.1
Point A	σ_{zz}	$2.29554 \cdot 10^5$	$2.1739 \cdot 10^5$	-5.3
HEX12	erreur relative	1.15	1.148	-0.17
HEX600	erreur relative	1.30	1.301	0.07

6.2 Remarques

Le maillage reste insuffisant pour une modélisation en HEXA8. L'erreur relative globale est faible (3%) mais dépasse 20% sur certaines mailles.

6.3 Contenu du fichier résultats

Déplacements et contraintes. Erreurs relatives et absolues globales par l'estimateur en résidu. Erreurs par élément. Energie potentielle par élément.

6.4 Paramètres d'exécution

Version :	3.02.11	Système :	UNICOS 8.0
Machine :	CRAY C90	Temps CPU User :	36.42 secondes
Encombrement mémoire :	8 mégamots		

7 Modélisation C

7.1 Caractéristiques de la modélisation

3D

Découpage : 12 en hauteur
8 en largeur et épaisseur
mailles hexa8

Conditions limites :
sur l'axe AB
en A et D

DDL_IMPO: (GROUP_NO: ABsansA DX=0., DY=0.)
(NOEUD: A DX=0., DY=0., DZ=0.), (NOEUD: D DY=0.)

Noms des nœuds :

Point A = N533
Point C = N989
Point E = N527

Point B = N521
Point D = N1001

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1053

Nombre de mailles et types : 768 HEXA8

7.3 Fonctionnalités testées

Commandes			Clés
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	GROUP_NO	[U4.25.01]
AFFE_CHAR_MECA_F	FORCE_INTERNE		
	FORCE_FACE	GROUP_MA	
AFFE_MATERIAU	TOUT		[U4.23.02]
AFFE_MODELE	'MECANIQUE'	'3D'	TOUT [U4.22.01]
DEFI_MATERIAU	ELAS		[U4.23.01]
CALC_CHAM_ELEM	OPTION	'SIGM_ELNO_DEPL'	[U4.61.01]

7.4 Remarques

Cette modélisation permet de tester le mot-clé FORCE_INTERNE dans AFFE_CHAR_MECA_F.

8 Résultats de la modélisation C

8.1 Valeurs testées

Localisation	Type de valeur (m)	Référence	ASTER	% différence
Point B	U_B	0.	$< 10^{-15}$	-
	V_B	0.	$< 10^{-15}$	-
	W_B	$-1.721655 \cdot 10^{-6}$	$-1.7217 \cdot 10^{-6}$	< 0.1
Point C	U_C	0.	$-3.7081 \cdot 10^{-9}$	-
	V_C	0.	$< 10^{-15}$	-
	W_C	$-1.707308 \cdot 10^{-6}$	$-1.7095 \cdot 10^{-6}$	+0.13
Point D	U_D	$-1.721655 \cdot 10^{-7}$	$-1.6846 \cdot 10^{-7}$	-2.15
	V_D	0.	$< 10^{-15}$	-
	W_D	$1.434713 \cdot 10^{-8}$	$1.2118 \cdot 10^{-8}$	-15.5
Point E	U_E	0.	$< 10^{-15}$	-
	V_E	0.	$< 10^{-15}$	-
	W_E	$-1.291241 \cdot 10^{-6}$	$-1.2917 \cdot 10^{-6}$	< 0.1
Point A	(Pa) σ_{zz}	$2.29554 \cdot 10^5$	$2.1739 \cdot 10^5$	-5.3

8.2 Remarques

Le maillage reste insuffisant pour une modélisation en HEXA8.

8.3 Contenu du fichier résultats

Déplacements et contraintes.

8.4 Paramètres d'exécution

Version : 3.02.11

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 8 mégamots

Système :

Temps CPU User :

UNICOS 8.0

11.61 secondes

9 Synthèse des résultats

Type de valeur (m)	Référence	Aster Hexa20 (A)	Aster Hexa8 (B)
U _B	0.		
V _B	0.		
W _B	-1.721655 10 ⁻⁶	< 0.1%	< 0.1%
U _C	0.		x
V _C	0.		
W _C	-1.707308 10 ⁻⁶	< 0.1%	0.1%
U _D	-1.721655 10 ⁻⁷	< 0.1%	-2.2%
V _D	0.		
W _D	1.434713 10 ⁻⁸	-0.2%	-15.5%
U _E	0.		
V _E	0.		
W _E	-1.291241 10 ⁻⁶	< 0.1%	< 0.1%
(Pa)			
A σ_{zz}	2.29554 10 ⁵	< 0.1%	-5.3%
E σ_{zz}	1.14777 10 ⁵	< 0.1%	< 0.1%

Modélisation : A (HEXA20 découpage : 3 en Z, 2 en X et Y)
B (HEXA8 découpage : 12 en Z, 8 en X et Y)

La modélisation en HEXA8 nécessiterait un maillage beaucoup plus fin.