

Manuel de Validation**Fascicule V6.04 : Statique non linéaire des structures volumiques****Document : V6.04.103**

SSNV103 - Essai de traction cisaillement modèle de Rousselier

Résumé :

Il s'agit d'un problème quasi-statique non linéaire en mécanique des structures.

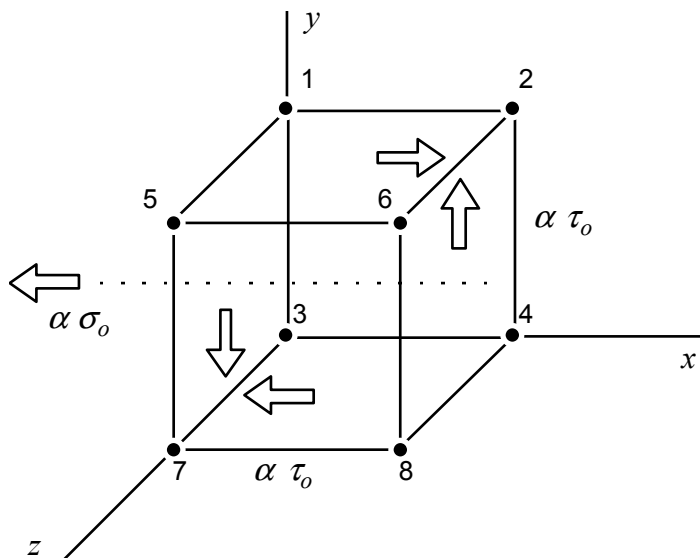
On analyse la réponse d'un élément de volume à un chargement en traction-cisaillement, effectué de telle façon que cela impose un état de contrainte-déformation uniforme.

Le cas test comprend 1 modélisation : en 3D.

Il valide l'intégration numérique du modèle de comportement élasto-plastique avec endommagement de G. Rousselier.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Face YZ : (1, 3, 5, 7)

Face XZ : (3, 4, 7, 8)

Face 1YZ : (2, 4, 6, 8)

Face 1XZ : (1, 2, 5, 6)

 $\alpha \tau_o$ cisaillement imposé

{	Face 1XZ
	Face 1YZ

 $\alpha \sigma_o$ pression imposée

	Face YZ
--	---------

 $\alpha(t)$ fonction d'effort

1.2 Propriétés de matériaux

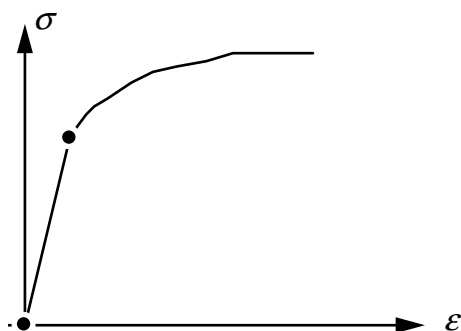
élasticité isotrope : $E = 206\,400.\text{MPa}$
 $\nu = 0.3$

plasticité :
 (coefficients du modèle de
 Rousselier)

$D = 2.$
$f_o = 5.10^{-4}$
$\sigma_1 = 490.\text{MPa}$

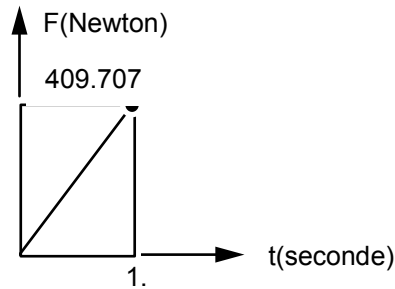
La courbe de traction rationnelle est entrée point par point avec :

$$R(p) = r_i + (r_o - r_i)e^{-bp}$$

avec p : déformation plastique cumulée
 et $r_i = 1500.\text{MPa}$
 $r_o = 520.\text{MPa}$
 $b = 2.4$


1.3 Conditions aux limites et chargements

N04	$dx = dy = 0$	Face YZ :	$FX = FY = -F(t)$
N08	$dx = dy = dz = 0$	Face XZ :	$FX = -F(t)$
N02, N06	$dx = 0$	Face 1YZ :	$FY = F(t)$
		Face 1XZ :	$FX = F(t)$



1.4 Conditions initiales

Contraintes et déformations nulles à $t = 0$.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Le modèle 3D en vitesse s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\sigma} - \dot{\rho} \Lambda \varepsilon_e - \rho \Lambda \dot{\varepsilon}_e = 0 \\ \dot{\beta} - \dot{p} D \exp\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_1 \rho}\right) = 0 \\ \dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_e - \rho \dot{p} \frac{\partial f}{\partial \sigma} = 0 \\ \dot{f} = 0 \end{array} \right. \quad (\Lambda \text{ tenseur élasticité isotrope linéaire})$$

ce qui, dans le cas d'un chargement de traction-cisaillement imposé $\sigma(t) = \alpha(t) \begin{bmatrix} \sigma_o & \tau_o & 0 \\ \tau_o & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

conduit à intégrer un système de 6 équations différentielles ordinaires en $y = (\varepsilon, \gamma, \varepsilon_e, \gamma_e, \beta, p)$ de la forme $A(y, t) \dot{y} = G(y, t)$.

$$(S) \left\{ \begin{array}{l} \dot{\alpha} \sigma_o + \rho^2 F_o e^\beta E \varepsilon_e \dot{\beta} - \rho E \dot{\varepsilon}_e = 0 \\ \dot{\alpha} \tau_o + \rho^2 F_o e^\beta 2\mu \gamma_e \dot{\beta} - 2\rho \mu \dot{\gamma}_e = 0 \\ \dot{\varepsilon} - \frac{\sigma_o}{\sigma_{eq\ o}} \rho \dot{p} - \dot{\varepsilon}_e = 0 \\ \dot{\gamma} - \frac{3 \tau_o}{2 \sigma_{eq\ o}} \rho \dot{p} - \dot{\gamma}_e = 0 \\ \dot{\beta} - \dot{p} D \exp\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_1 \rho}\right) = 0 \\ \dot{\alpha} \sigma_o \left[\frac{\sigma_o}{\rho \sigma_{eq\ o}} + \frac{1}{3} D F_o e^\beta \exp\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_1 \rho}\right) \right] + 3 \dot{\alpha} \frac{\tau_o^2}{\rho \sigma_{eq\ o}} - \frac{\partial R}{\partial p} \dot{p} \\ + \left[\sigma_{eq\ o} F_o e^\beta + D \sigma_1 \rho F_o e^\beta \exp\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_1 \rho}\right) \left(1 - \rho F_o e^\beta \left(1 - \frac{\sigma_H}{\sigma_1 \rho} \right) \right) \right] \dot{\beta} = 0 \end{array} \right.$$

avec à $t = 0$:

$$f = 0, \quad \rho(0) = 1, \quad \beta(0) = 0$$

d'où :

$$\alpha(0) \sigma_{eq\ o} - R(0) + D \sigma_1 F_o \exp\left(\frac{\alpha(0) \sigma_o}{3 \sigma_1}\right) = 0$$

qui est résolu par une méthode de NEWTON pour $\alpha(0)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon(0) = \frac{1}{E} \alpha(0) \sigma_o = \varepsilon_e(0) \\ \gamma(0) = \frac{1}{2\mu} \alpha(0) \tau_o = \gamma_e(0) \\ p(0) = 0 \end{array} \right.$$

2.2 Résultats de référence

On impose $\alpha(t) = \alpha(0) + t$ avec $\sigma_o = \tau_o = 150$.MPa.

On obtient $\alpha(0) = 1.73138$ et $\alpha(1) = 2.73138$.

Le système (S) est alors résolu numériquement par une 'Backward difference formula' à l'aide de la bibliothèque scientifique NAG sur CRAY. Résultat de référence = $(\varepsilon, \gamma, \beta, \rho)$ aux nœuds à $t = 1$.

2.3 Incertitude sur la solution

Incertitude liée à la bibliothèque NAG.

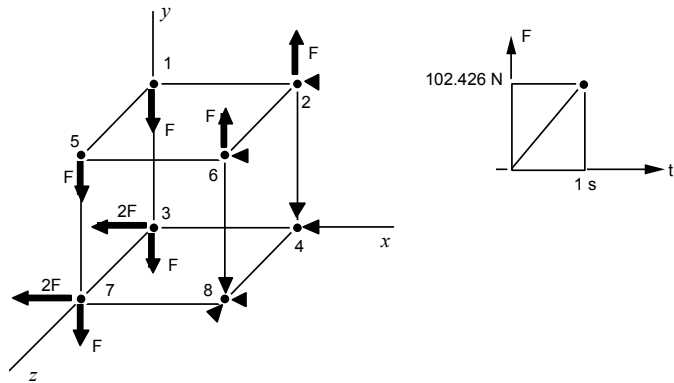
2.4 Références bibliographiques

- [1] Manuel utilisateur bibliothèque NAG sur CRAY.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D : 1 cube HEXA8



3.2 Fonctionnalités testées

Commande	Mot-clé facteur	Mot-clé simple	Argument
DEFI_MATERIAU	ROUSSELIER_FO		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	'ROUSSELIER '
	NEWTON	MATRICE	'TANGENTE '
	CONVERGENCE	TYPE_MATR_COMP	'TANG_VIT '

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
en tous les nœuds			
ε	0.07830	0.07838	0.111
γ	0.11700	0.11706	0.05
p	0.15260	0.15264	0.024
σ_{11}	409.7070	409.7076	$1.51 \cdot 10^{-4}$

4.2 Remarques

On pourrait s'attendre à une meilleure corrélation, mais il faut souligner que la bibliothèque NAG utilise la fonction $R(p)$ sous forme algébrique, alors que le *Code_Aster* l'utilise sous forme d'une courbe donnée point par point.

De plus, il semble que l'intégration du taux de la fonction seuil pose des problèmes à NAG, quelle que soit la précision requise par ailleurs (la valeur du seuil f étant sensiblement différente de 0 en fin d'intégration). Cependant, on peut noter la constance de cette corrélation tout au long de l'intégration ($t \in [0,1]$).

5 Synthèse des résultats

Les valeurs du Code_Aster sont en bon accord avec les valeurs de référence.