

Manuel de Validation**Fascicule V2.01 : Dynamique linéaire des systèmes discrets****Document V2.01.021**

SDLD21 - Système masse-ressort à 8 ddl avec amortisseur visqueux

Résumé :

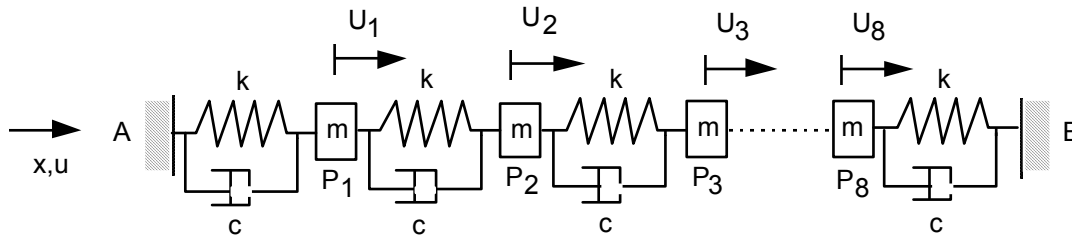
Ce problème unidirectionnel consiste à effectuer une analyse harmonique d'une structure mécanique composée d'un ensemble de masses-ressorts avec amortisseurs visqueux et soumise à une excitation sinusoïdale. Ce test de mécanique des structures correspond à une analyse dynamique d'un modèle discret ayant un comportement linéaire. Il comprend trois modélisations.

Par l'intermédiaire de ce problème, on teste les éléments discrets en translation (masse, ressort, amortisseur), la définition d'une force d'excitation ponctuelle harmonique, l'opérateur de calcul modale (MODE_ITER_SIMULT [U4.52.03]) en quadratique et l'opérateur de calcul de réponse harmonique (DYNA_LINE_HARM [U4.54.02]). Par ailleurs, on teste plusieurs opérateurs de post-traitement : RECU_FONCTION [U4.62.03], TEST_FONCTION [U4.72.02], RECU_CHAMP [U4.62.01].

Les résultats obtenus (champ de déplacement, vitesse et accélération pour différentes fréquences d'excitation) sont en bon accord avec les résultats du guide VPCS.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Masses ponctuelles : $m_{P1} = m_{P2} = m_{P3} = \dots = m_{P8} = m$

Raideurs de liaison : $k_{AP1} = k_{P1P2} = k_{P2P3} = \dots = k_{P8B} = k$

Amortissement visqueux : $C_{AP1} = C_{P1P2} = C_{P2P3} = \dots = C_{P8B} = c$

1.2 Propriétés de matériaux

Ressort de translation élastique linéaire	$k =$	10^5 N/m
Masse ponctuelle	$m =$	10 Kg
Amortissement visqueux unidirectionnel	$c =$	50 N/(m/s)

1.3 Conditions aux limites et chargements

Conditions aux limites :
Points A et B : encastrés ($u = 0$).

Chargement : Force concentrée sinusoïdale de fréquence variable au point P_4

$$\text{Point } P_4 \quad F_{x_4} = F_0 \sin \Omega t \quad \Omega = 2\pi f \quad 5 \text{ Hz} \leq f \leq 40 \text{ Hz}$$

$$F_0 = \text{constante} = 1 \text{ N}$$

$$\text{Autres points } P_i \quad F_{x_i} = 0$$

1.4 Conditions initiales

Sans objet pour l'étude du régime harmonique permanent.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Le système d'équations différentielles du second ordre couplées est de la forme :

$$M \ddot{u} + C \dot{u} + Ku = F$$

avec

$$M = \begin{bmatrix} 10 & & & \\ & 10 & & \\ & & . & \\ & & & 10 \\ & & & & 10 \end{bmatrix} \quad C = 50 \begin{bmatrix} 2 & -1 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & -1 & 2 & . & \\ & & . & . & . \\ & & & . & . & -1 \\ & & & & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$K = 10^5 \begin{bmatrix} 2 & -1 & & & \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & -1 & 2 & . & \\ & & . & . & . \\ & & & . & . & -1 \\ & & & & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

La solution ω à une excitation harmonique $F = F_0 e^{j\omega t}$ ($j^2 = -1$) est de la forme $u = u_0 e^{j\omega t}$, ce qui conduit à : $(K - M\omega^2 + j\omega C)u_0 = F_0$

Ce système peut être résolu pour tout ω , soit directement, soit en utilisant la transformation modale à partir des modes propres réels obtenus par le système conservatif associé $(K - M\omega^2)\varphi = 0$.

Il admet n solutions propres (8 dans ce cas) ω_i^2 et vecteurs associés φ_i regroupés dans la matrice spectrale $\Lambda = [\omega_i^2]$ et la matrice modale $\Phi = [\varphi_i]$.

La transformation modale consiste à écrire : $u_0 = \Phi q$ ce qui conduit à :

$$[\Lambda - \omega^2 I + j\omega \xi]q = {}^t\Phi F_0$$

I est l'identité,

ici ξ est diagonale $\xi = [\xi_{ii}]$ car l'amortissement est proportionnel ($C = \alpha K$).

$$\text{La réponse s'écrit : } u_0 = \sum_{i=1}^n \frac{\varphi_i {}^t\varphi_i}{\omega_i^2 - \omega^2 + j\omega \xi_{ii}} F_0$$

On obtient la solution exacte en prenant tous les modes propres.

$$\text{On en déduit : } \dot{u}_0 = j\omega u_0 \quad \text{et} \quad \ddot{u}_0 = -\omega^2 u_0$$

2.2 Résultats de référence

Déplacement selon x du point P₄ pour certaines fréquences.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution semi-analytique.

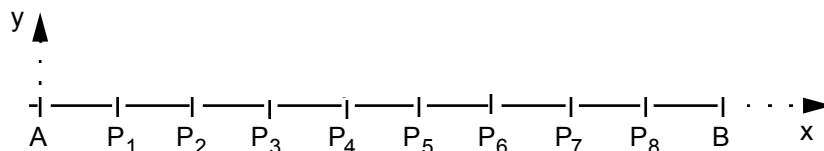
2.4 Référence bibliographique

- [1] J. PIRANDA : Notice d'utilisation du logiciel d'analyse modale MODAN - Version 0.2 (1990).
Laboratoire de Mécanique Appliquée - Université de Franche Comté - Besançon (France).

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément discret de rigidité en translation



Caractéristiques des éléments

DISCRET : avec masses nodales M_T_D_N
 et matrices de rigidité K_T_D_L
 et matrices d'amortissement A_T_D_L

Conditions limites :

en tous les nœuds DDL_IMPO : (TOUT : 'OUI' DY : 0. , DZ : 0.)
 aux nœuds extrémités (GROUP_NO : AB DX : 0.)

Noms des nœuds :

Point A = N1 P₁ = N2
 Point B = N10 P₂ = N3

 P₈ = N9

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 10

Nombre de mailles et types : 9 SEG2

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_CARA_ELEM	DISCRET	GROUP_MA	'K_T_D_L'
		GROUP_MA	'A_T_D_L'
		GROUP_MA	'M_T_D_N'
AFFE_MODELE	TOUT	'MECANIQUE'	'DIS_T'
	GROUP_NO		'DIS_T'
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	GROUP_NO	
	FORCE_NODALE	NOEUD	
DYNA_LINE_HARM	MATR_AMOR		
DEFI_LIST_REEL	DEBUT		
	INTERVALLE		
RECU_FONCTION	LIST_FREQ		
TEST_FONCTION			
TEST_RESU			
IMPR_RESU			
LIRE_RESU			

3.4 Résultats de la modélisation A

Parties réelle et imaginaire de la composante Δx du déplacement du point P₄.

Fréquence	Référence	Aster	% Différence
5.00	1.0237 E-4	1.02369 E-4	0.0004
	-8.5187 E-6	-8.51874 E-6	
5.50	4.5066 E-4	4.50662 E-4	0.0004
	-7.7914 E-4	-7.79143 E-4	
6.00	-9.4101 E-5	-9.41096 E-5	0.0002
	-1.0585 E-5	-1.05851 E-5	
10.00	8.4143 E-7	8.41427 E-7	0.0024
	-1.0335 E-6	-1.03346 E-6	
15.00	1.2656 E-5	1.26556 E-5	0.0032
	-5.6652 E-6	-5.66517 E-6	
20.00	2.9784 E-6	2.97844 E-6	0.0003
	-6.6970 E-6	-6.69700 E-6	
25.00	-1.2536 E-6	-1.25362 E-6	0.0008
	-5.2703 E-6	-5.27033 E-6	
30.00	-2.0904 E-6	-2.09042 E-6	0.0009
	-5.4821 E-6	-5.48215 E-6	
35.00	-4.5447 E-6	-4.54473 E-6	0.0011
	-1.1190 E-6	-1.11903 E-6	
39.50	-2.6895 E-6	-2.68949 E-6	0.0003
	-3.0505 E-7	-3.05048 E-7	

Parties réelle et imaginaire de la composante Δx de la vitesse du point P₄.

Fréquence	Référence	Aster	% Différence
5.00	2.6762 E-4	2.6762 E-4	0.000
	3.2160 E-3	3.21603 E-3	
5.50	2.6925 E-2	2.69252 E-2	0.001
	1.5574 E-2	1.55737 E-2	
6.00	3.9904 E-4	3.99052 E-4	0.000
	-3.5475 E-3	-3.54752 E-3	
10.00	6.4937 E-5	6.49347 E-5	0.002
	5.2869 E-5	5.28685 E-5	
15.00	5.3393 E-4	5.33929 E-4	0.003
	1.1928 E-3	1.19276 E-3	
20.00	8.4157 E-4	8.41570 E-4	0.001
	3.7428 E-4	3.74282 E-4	
25.00	8.2786 E-4	8.27862 E-4	0.001
	-1.9691 E-4	-1.96919 E-4	
30.00	1.0333 E-3	1.03334 E-3	0.001
	-3.9403 E-4	-3.94035 E-4	
35.00	2.4608 E-4	2.46089 E-4	0.001
	-9.9943 E-4	-9.99439 E-4	
39.50	7.5709 E-5	7.57086 E-5	0.000
	-6.6749 E-4	-6.67494 E-4	

Parties réelle et imaginaire de la composante DX de l'accélération du point P_4 .

Fréquence	Référence	Aster	% Différence
5.00	-1.0103 E-1	-1.01035 E-1	0.000
	8.4076 E-3	8.40766 E-3	
5.50	-5.3819 E-1	-5.38190 E-1	0.000
	9.3047 E-1	9.30470 E-1	
6.00	1.3374 E-1	1.33738 E-1	0.000
	1.5044 E-2	1.50439 E-2	
10.00	-3.3218 E-3	-3.32182 E-3	0.002
	4.0801 E-3	4.07996 E-3	
15.00	-1.1242 E-1	-1.12415 E-1	0.003
	5.0322 E-2	5.03217 E-2	
20.00	-4.7033 E-2	-4.70337 E-2	0.001
	1.0575 E-1	1.05755 E-1	
25.00	3.0931 E-2	3.09320 E-2	0.001
	1.3004 E-1	1.30040 E-1	
30.00	7.4273 E-2	7.42739 E-2	0.001
	1.9478 E-1	1.94780 E-1	
35.00	2.1979 E-1	2.19788 E-1	0.001
	5.4116 E-2	5.41178 E-2	
39.50	1.6566 E-1	1.65662 E-1	0.000
	1.8789 E-2	1.87898 E-2	

3.5 Remarques

Contenu du fichier résultats :

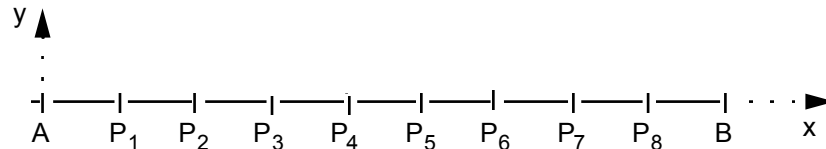
Les valeurs du déplacement de la composante DX du point P_4 pour toutes les fréquences de 5 à 40 Hz par pas de 0.5 (Cas test initial de VPCS).

Les valeurs de la vitesse et de l'accélération de la composante DX du point P_4 pour quelques fréquences de vibration.

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément discret de rigidité en translation



Caractéristiques des éléments

DISCRET : avec masses nodales M_T_D_N
 et matrices de rigidité K_T_D_L
 et matrices d'amortissement A_T_D_L

Conditions limites :

en tous les nœuds DDL_IMPO : (TOUT : 'OUI' DY : 0. , DZ : 0.)
 aux nœuds extrémités (GROUP_NO : AB DX : 0.)

Noms des nœuds :

Point A = N1 P1 = N2
 Point B = N10 P2 = N3

 P8 = N9

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 10
 Nombre de mailles et types : 9 SEG2

4.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_CARA_ELEM	DISCRET	GROUP_MA	'K_T_D_L'
		GROUP_MA	'A_T_D_L'
		GROUP_MA	'M_T_D_N'
AFFE_MODELE	TOUT	'MECANIQUE'	'DIS_T'
	GROUP_NO		'DIS_T'
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	GROUP_NO	
	FORCE_NODALE	NOEUD	
MODE_ITER_SIMULT			
MACRO_PROJ_BASE			
DYNA_LINE_HARM	MATR_AMOR		
REST_BASE_PHY			
DEFI_LIST_REEL	DEBUT		
	INTERVALLE		
RECU_FONCTION	LIST_FREQ		
TEST_FONCTION			
TEST_RESU			

4.4 Résultats de la modélisation B

Parties réelle et imaginaire de la composante Δx du déplacement du point P_4 .

Fréquence	Référence	Aster	% Différence
5.00	1.0237 E-4	1.02369 E-4	0.0004
	-8.5187 E-6	-8.51874 E-6	
5.50	4.5066 E-4	4.50662 E-4	0.0004
	-7.7914 E-4	-7.79143 E-4	
6.00	-9.4101 E-5	-9.41096 E-5	0.0002
	-1.0585 E-5	-1.05851 E-5	
10.00	8.4143 E-7	8.41427 E-7	0.0024
	-1.0335 E-6	-1.03346 E-6	
15.00	1.2656 E-5	1.26556 E-5	0.0032
	-5.6652 E-6	-5.66517 E-6	
20.00	2.9784 E-6	2.97844 E-6	0.0003
	-6.6970 E-6	-6.69700 E-6	
25.00	-1.2536 E-6	-1.25362 E-6	0.0008
	-5.2703 E-6	-5.27033 E-6	
30.00	-2.0904 E-6	-2.09042 E-6	0.0009
	-5.4821 E-6	-5.48215 E-6	
35.00	-4.5447 E-6	-4.54473 E-6	0.0011
	-1.1190 E-6	-1.11903 E-6	
39.50	-2.6895 E-6	-2.68949 E-6	0.0003
	-3.0505 E-7	-3.05048 E-7	

4.5 Remarques

Contenu du fichier résultats :

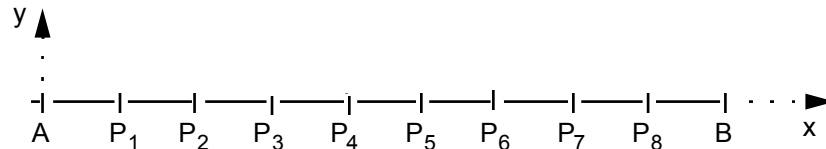
Les valeurs du déplacement de la composante Δx du point P_4 pour toutes les fréquences de 5 à 40 Hz par pas de 0.5 (Cas test initial de VPCS).

Les valeurs de la vitesse et de l'accélération de la composante Δx du point P_4 pour quelques fréquences de vibration.

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément discret de rigidité en translation



Caractéristiques des éléments

DISCRET : avec masses nodales M_T_D_N
et matrices de rigidité K_T_D_L
et matrices d'amortissement A_T_D_L

Conditions limites :

en tous les nœuds DDL_IMPO: (TOUT: 'OUI' DY: 0. , DZ: 0.)
aux nœuds extrémités (GROUP_NO: AB DX: 0.)

Noms des nœuds :

Point A = N1 P1 = N2
Point B = N10 P2 = N3
.....
P8 = N9

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 10
Nombre de mailles et types : 9 SEG2

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_CARA_ELEM	DISCRET	GROUP_MA	'K_T_D_L'
		GROUP_MA	'A_T_D_L'
		GROUP_MA	'M_T_D_N'
AFFE_MODELE	TOUT	'MECANIQUE'	'DIS_T'
		GROUP_NO	'DIS_T'
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	GROUP_NO	
	FORCE_NODALE	NOEUD	
MODE_ITER_SIMULT	MATR_AMOR		
DYNA_LINE_HARM	AMOR_REDUIT		
DEFI_LIST_REEL	DEBUT		
	INTERVALLE		
RECU_FONCTION	LIST_FREQ		

5.4 Résultats de la modélisation C

Fréquences propres de la structure pour les numéros d'ordre de 1 à 5.

Numéro d'ordre	Référence	Aster	% Différence
1	5.5271	5.5271848238694	0.002
2	10.8868	1.088524727521	-0.014
3	15.9155	1.5910519939851	-0.031
4	20.4606	20.449995091940	-0.052
5	24.384	24.366059022201	-0.074

Amortissement réduits de la structure pour les numéros d'ordre de 1 à 5.

Numéro d'ordre	Référence	Aster	% Différence
1	0.00868241	8.6824088833463D-03	-1.29E-05
2	0.017101	1.7101007166284D-02	4.19E-05
3	0.025	2.50000000000002D-02	9.19E-12
4	0.0321394	3.2139380484326D-02	-6.07E-05
5	0.0383022	3.8302222155950D-02	5.78E-05

6 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus sont excellents, ce qui est normal pour une intégration directe.