

Manuel de Validation
Fascicule V2.02 : Dynamique linéaire des poutres
Document V2.02.004

SDLL04 - Poutre élançée sur deux appuis, couplée à un système masse-ressort

Résumé :

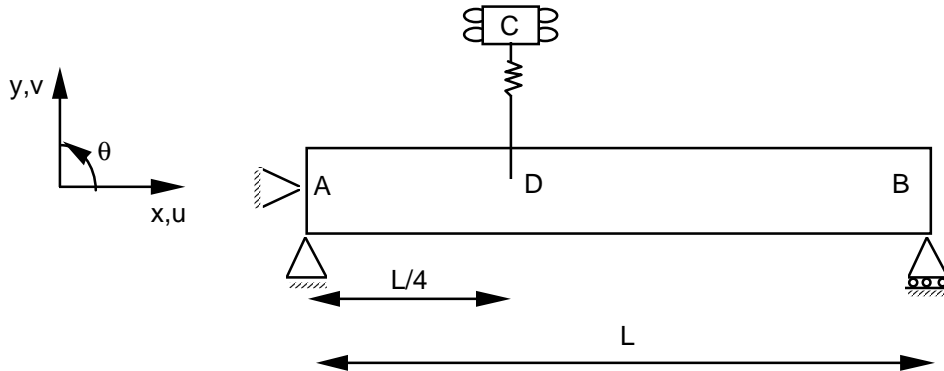
Ce problème plan consiste à chercher les fréquences de vibration d'une structure mécanique composée d'une poutre encastree-glissière et d'une masse reliée à la poutre par un ressort. La raideur du ressort et la masse dépendent d'un paramètre variable, ce qui permettra de mettre en évidence le déplacement des fréquences propres pour une petite perturbation du modèle. Ce test de Mécanique des Structures correspond à une analyse dynamique d'un modèle linéique ayant un comportement linéaire. Il comprend une seule modélisation.

Ce problème permet de tester l'élément de poutre de Timoshenko en flexion, le calcul des fréquences propres par la méthode des itérations inverses et par la méthode de Lanczos, la liaison élastique discrète entre une masse ponctuelle et un nœud d'une poutre.

Les résultats obtenus sont en bon accord avec les résultats donnés dans le guide VPCS. On observe bien le dédoublement des fréquences propres induit par la perturbation du modèle initial (poutre élançée sur deux appuis).

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Longueur : $L = 10$

$$(a = \overline{AD} \quad b = \overline{DB})$$

$$m_e = \lambda \rho A L = 780 \lambda \text{ Kg}$$

$$k_e = \pi^4 m_e = 780 \lambda \pi^4 \text{ N/m}$$

Section droite :

aire $A = 1.10^{-2} \text{ M}^2$
moment d'inertie $I_z = 3.9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$

3 cas à étudier :

$$\begin{aligned} \lambda &= 0. \\ \lambda &= 0.001 \\ \lambda &= 0.01 \end{aligned}$$

Coordonnées des points (mètres) :

	A	B	C	D
x	0.	10.	2.5	2.5
y	0.	0.	qcq_0	0.

1.2 Propriétés de matériaux

$$E = 2.10^{11} \text{ Pa}$$

$$\rho = 7800. \text{ kg/m}^3$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Point A : $u = v = 0.$
Point B : $v = 0.$
Point C : $u = 0. \quad \theta = 0.$ glissière verticale

1.4 Conditions initiales

Sans objet pour l'analyse modale.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est celle donnée dans la fiche SDLL04/89 du guide VPCS qui présente la méthode de calcul de la façon suivante :

L'équation aux pulsations propres du système complet s'écrit :

$$\lambda r_i L \left[\frac{\sin(r_i a) \sin(r_i b)}{\sin(r_i L)} - \frac{\text{sh}(r_i a) \text{sh}(r_i b)}{\text{sh}(r_i L)} \right] = 2(\omega_i^2 - \omega_c^2) / \omega_c^2$$

avec :

$$\lambda = \frac{m_e}{\rho A L} \quad r_i^4 = \omega_i^2 \frac{\rho A}{E I} \quad \omega_c = \frac{k_e}{m_e} \quad a + b = L$$

En absence de système secondaire, $k_e, m_e = 0$, on retrouve bien les fréquences propres de la poutre élançée sur deux appuis.

$$f_i = i^2 \frac{\pi}{2} \frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} = i^2 \frac{\pi}{2}$$

Quand le système secondaire est exactement accordé sur le premier mode de cette poutre, les nouvelles fréquences propres du système peuvent être obtenues par les formules approchées :

$$f_{1,2}^* = \left(1 \pm 0.5 \sqrt{\frac{m_e}{M_1}} \right) f_1 = (1 \pm 0.5 \sqrt{\lambda}) f_1 \quad f_3^* \equiv f_2$$

avec M_1 masse modale de la poutre sans système secondaire pour un mode propre normé à 1 au point D.

2.2 Résultats de référence

Les deux premières fréquences propres pour $\lambda = 0$.

Les trois premières fréquences propres pour $\lambda = 0.001$ et $\lambda = 0.01$.

2.3 Incertitude sur la solution

$< 4\lambda$ % pour les premiers modes si le système est accordé au premier mode.

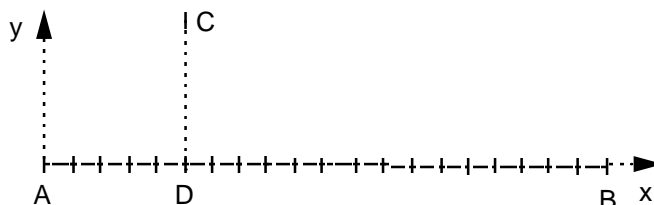
2.4 Références bibliographiques

- [1] NOUR-OMID, SACKMAN, KIUREGHIAN. Modal characterisation of equipment continuous structure system. Journal of Sound and Vibration, V.88 n°4, p. 459, 472 (1983).

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise des poutres droites de Timoshenko `POU_D_T` et des éléments discrets `DIS_T`.



Découpage :
 AD : 5 mailles SEG2
 DB : 15 mailles SEG2
 CD : 1 maille SEG2

Modélisation :
`POU_D_T` pour toutes les mailles de la poutre AB
`DIS_T` pour la maille CD et le point C
 Pour toute la structure $DZ = DRX = DRY = 0$

Conditions limites :
 en tous les nœuds de
 la poutre AB :
 aux nœuds
 extrémités :
 en C :

```
DDL_IMPO: ( GROUP_NO: NPOUTRE DZ:0., DRX:0, DRY:0.)
( GROUP_NO: A DX: 0., DY: 0. ) ( GROUP_NO: B DY: 0. )
( GROUP_NO: C DX: 0., DZ: 0. )
```

Noms des nœuds :
 Point A = N1
 Point B = N21
 Point C = N22
 Point D = N6

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 22
 Nombre de mailles et types : 21 mailles SEG2 1 maille P011

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_CARA_ELEM	POUTRE	'GENERALE'	TOUT GROUP_MA	[U4.24.01]
	DISCRET	'K_T_D_L' 'M_T_D_N'		
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	TOUT GROUP_NO		[U4.25.01]
AFFE_MATERIAU	GROUP_MA			[U4.23.02]
AFFE_MODELE	'MECANIQUE'	'POU_D_T' 'DIS_T'	GROUP_MA	[U4.22.01]
DEFI_MATERIAU	ELAS			[U4.23.01]
MODE_ITER_SIMULT	METHODE	'TRI_DIAG'		[U4.52.02]
	CALC_FREQ	OPTION NMAX_FREQ	'PLUS_PETITE'	
MODE_ITER_INV	CALC_FREQ	OPTION FREQ	'PROCHE'	[U5.52.01]

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Fréquence (Hz)

λ	Ordre du mode propre	Référence	Aster	% différence
0.	flexion 1	1.5707	1.5707	0.
	flexion 2	6.2831	6.2812	-0.03
0.001	1 flexion	1.5460	1.5460	0.
	2 flexion	1.5958	1.5957	0.
	3 flexion 2	6.2336	6.2817	0.77
0.01	1 flexion	1.4937	1.4936	0.
	2 flexion	1.6506	1.6506	0.
	3 flexion 2	6.2874	6.2854	-0.03

4.2 Remarques

Pour $\lambda = 0$, on a effectué :

```
MODE_ITER_SIMULT METHODE: 'TRI_DIAG'  
OPTION: 'PLUS_PETITE'  
NMAX_FREQ: 2
```

Pour $\lambda = 0.001$, on a effectué :

```
MODE_ITER_INV OPTION: 'PROCHE'  
LIST_FREQ: (1.5, 1.6, 6.5)
```

Pour $\lambda = 0.01$, on a effectué :

```
MODE_ITER_INV OPTION: 'AJUSTE'  
LIST_FREQ: (1. , 7.)
```

Contenu du fichier résultats :

Cas 1 : 2 premières fréquences propres, vecteurs propres et paramètres modaux.

Cas 2 : 3 premières fréquences propres et paramètres modaux.

Cas 3 : 3 premières fréquences propres, vecteurs propres et paramètres modaux.

4.3 Paramètres d'exécution

Version : 3.02.21

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 8 mégamots

Système :

Temps CPU User :

UNICOS 8.0

8 secondes

5 Synthèse des résultats

Le dédoublement des fréquences propres induit par la perturbation du modèle initial est parfaitement représenté.