

Manuel de Validation**Fascicule V6.01 : Statique non linéaire en axisymétrie****Document : V6.01.115**

SSNA115 – Arrachement d'une armature rigide avec des éléments à discontinuité

Résumé :

Ce cas test a pour objet l'étude numérique de l'arrachement d'une armature rigide encastrée dans un cylindre creux. La décohésion est modélisée à partir d'éléments à discontinuité interne avec une loi cohésive `CZM_EXP` (voir documentation [R7.02.12]) en utilisant la modélisation `AXIS_ELDI`. Pour valider les résultats nous nous appuierons sur la solution analytique développée dans [bib3]. Le lecteur intéressé pourra également s'y reporter pour une étude plus approfondie de ce cas test.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie et chargement

Soit un cylindre creux de longueur L , de rayon intérieur R_f et de rayon extérieur R . Soit une armature rigide de section circulaire de rayon R_f encastrée en son centre. On note Γ_i et Γ_e les surfaces intérieure et extérieure du cylindre creux (voir [Figure 1.1-a]). Le chargement consiste à appliquer, au sommet de l'armature rigide, un déplacement $U^i \mathbf{e}_z$ ($U^i > 0$) ainsi qu'un déplacement nul sur le bord extérieur Γ_e .

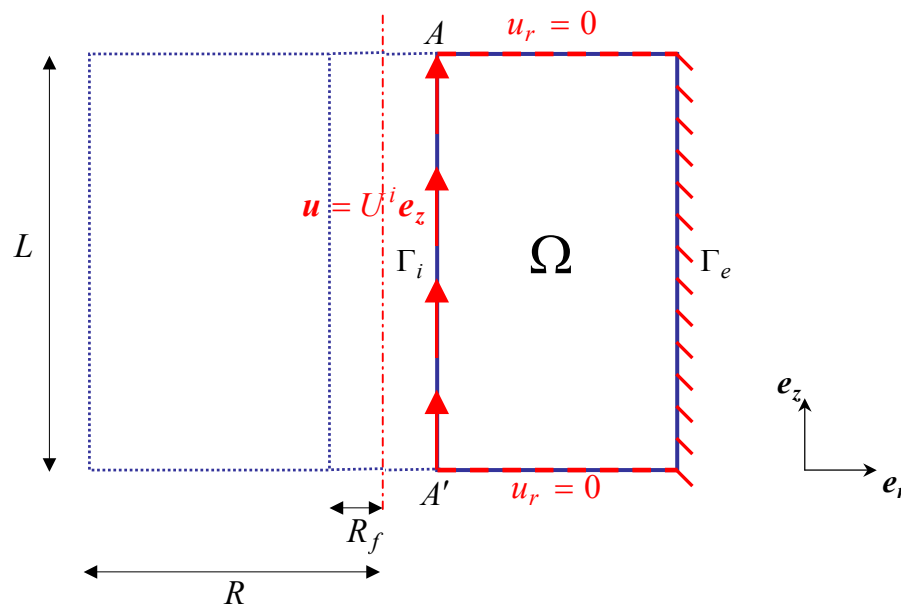


Figure 1.1-a : Schéma du domaine et chargement

On fait l'hypothèse d'une solution axisymétrique ce qui nous permet de restreindre notre étude à un domaine 2D rectangulaire Ω . Les dimensions du domaine sont les suivantes : $R_f = 0.5 \text{ mm}$, $R = 5.5 \text{ mm}$, $L = 10 \text{ mm}$. Le chargement sur l'armature rigide sera pris en compte en appliquant le déplacement imposé $U^i \mathbf{e}_z$ sur tout le côté Γ_i du domaine 2D ainsi qu'un déplacement nul sur le côté Γ_e pour prendre en compte l'encastrement du cylindre. Enfin on impose un déplacement radial nul sur les faces inférieure et supérieure du domaine afin d'éviter une singularité liée à un changement de condition aux limites aux points A et A' (voir [Figure 1.1-a]). Ces conditions aux limites vont conduire à une solution anti-plane (indépendante de z) ce qui permet d'obtenir plus simplement une solution analytique.

1.2 Paramètres Matériau

Les valeurs du module d'Young, du coefficient de Poisson, de la contrainte critique et de la ténacité du matériau sont prises de la façon suivante :

$$E = 1.5 \text{ MPa}, \nu = 0, \sigma_c = 1.1 \text{ Mpa}, G_c = 0.9 \text{ N.mm}^{-1}$$

(Ce sont bien entendu des valeurs « tests » qui ne correspondent à aucun matériau en particulier.)

2 Solution de référence

La solution de référence est une solution analytique tirée de [bib3], elle même inspirée d'une étude unidimensionnelle proposée dans [bib1] et d'une manière plus générale s'appuyant sur l'approche énergétique de la rupture proposée par G. A. Francfort et J. J. Marigo [bib2]. Nous ne rentrerons pas dans les détails du calcul de cette solution, nous présenterons juste la valeur analytique de la réponse globale de la structure : déplacement imposé U en fonction de la force correspondante F :

$$U(F) = \frac{Fl}{2\pi R_f L \mu} + \text{sign}(F) \psi'^{-1} \left(\frac{|F|}{2\pi R_f L} \right) \quad \text{éq 2-1}$$

où μ désigne le coefficient de Lamé ($\mu = E/2$ ici), ψ la densité d'énergie de fissuration (voir documentation [R7.02.12]) et où $l = R_f \ln(R/R_f)$ est une longueur caractéristique de la structure décisive pour l'évolution brutale ou progressive de la décohésion.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

La simulation s'effectue en axisymétrie. Les éléments à discontinuité interne permettent de représenter la fissure le long de Γ_i . Ces derniers ont pour modélisation `AXIS_ELDI` et un comportement cohésif `CZM_EXP`. Les autres éléments du maillage sont des `QUAD4` avec un comportement élastique `ELAS` en modélisation `AXIS`.

3.2 Caractéristiques du maillage

On effectue un maillage structuré en quadrangles du domaine Ω avec 76 mailles dans la hauteur et 28 mailles dans la direction radiale. On dispose une couche d'éléments à discontinuité interne le long de Γ_i à l'aide de la commande `CREA_MALLAGE` et du mot clé `CREA_FISS` (voir documentation [U4.23.02]). L'orientation des éléments à discontinuité est effectuée de telle sorte que la direction normale soit dirigée suivant $-e_r$ (la direction tangentielle est donc suivant $-e_z$). Le reste du domaine est divisé en mailles linéaires `QUAD4` (voir [Figure 3.2-a]).

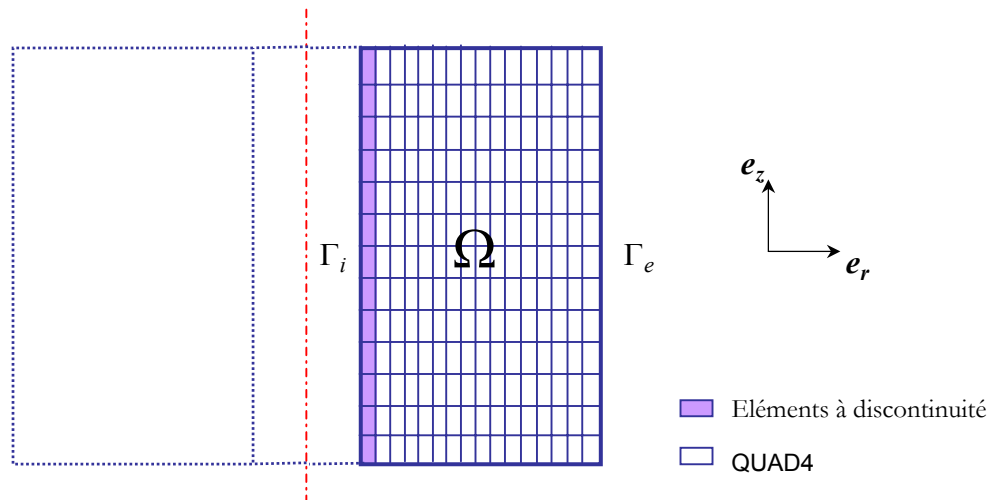


Figure 3.2-a : Maillage du domaine

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes			
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	CZM_EXP
AFFE_MODELE	MODELISATION	AXIS_ELDI	
DEFI_MATERIAU	RUPT_FRAG	SIGM_C	SAUT_C
CREA_MAILLAGE	CREA_FISS		

3.4 Grandeurs testées et résultats

La contrainte tangentielle σ_t le long de la fissure (i.e. dans les éléments à discontinuité) correspond à l'opposé de la force F divisée par la surface de décohésion : $2\pi R_f L$. De plus en s'appuyant sur la forme de la densité d'énergie de surface ψ définie dans [R7.02.12] et d'après [éq 2-1] on déduit la relation suivante :

$$U(\sigma_t) = -\frac{l\sigma_t}{\mu} + \text{sign}(\sigma_t) \frac{G_c}{\sigma_c} \ln\left(\frac{|\sigma_t|}{\sigma_c}\right) \quad \text{éq 3.4-1}$$

Cette dernière va nous permettre d'effectuer des tests résumés dans le tableau ci-dessous.

Grandeur testée	Théorie	Code_Aster	Différence (%)
Contrainte tangentielle : VI7 PG1 de la maille MJ38 Instant : 6.00070E+00	7.69747E-01	7.6974726277784E-01	3.41E-05
Contrainte tangentielle : VI7 PG1 de la maille MJ38 Instant : 1.20004E+01	4.34935E-01	4.3493490987033E-01	-2.07E-05
Contrainte tangentielle : VI7 PG1 de la maille MJ38 Instant : 1.93334E+01	1.28483E-01	1.2848319446210E-01	1.51E-04
Déplacement DY Nœud N5 Instant : 1.20004E+01	1.57674E+00	1.5767415306566E+00	9.71E-05

4 Synthèse des résultats

On constate que l'élément à discontinuité permet une bonne prédiction de la décohésion, en effet cette dernière se développe de façon identique sur toute la hauteur du cylindre de plus les résultats numériques sont très proches de la solution analytique. Par ailleurs la modélisation proposée permet de reproduire correctement l'évolution brutale ou progressive de la fissuration en fonction des longueurs caractéristiques l de la structure et G_c/σ_c du comportement. Ce dernier point n'est pas mis en évidence ici mais le lecteur intéressé pourra se reporter à [bib3] pour plus de détails.

5 Bibliographie

- [1] CHARLOTTE M., FRANCFORT G.A., MARIGO J. J. and TRUSKINOVSKY L. : Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem : comparison of Griffith and Barenblatt surface energy models. Proceedings of the Symposium on "Continuous Damage and Fracture" The data science library, Elsevier, edited by A. BENALLAL, Paris , pp. 7-18, (2000).
- [2] FRANCFORT G. A. and MARIGO J. J. : Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem. J. Mech. Phys. Solids, 46 (8), pp. 1319-1342 (1998).
- [3] LAVERNE J. : Formulation énergétique de la rupture par des modèles de forces cohésives : considérations théorique et implantations numériques, Thèse de Doctorat de l'Université Paris 13, Novembre 2004.

Page laissée intentionnellement blanche.