

Manuel de Validation**Fascicule V4.04 : Thermique stationnaire des structures volumiques****Document : V4.04.100**

TPLV100 - Cylindre soumis à des conditions aux limites non axisymétriques

Résumé :

Il s'agit d'un test en thermique stationnaire avec modélisation de Fourier.

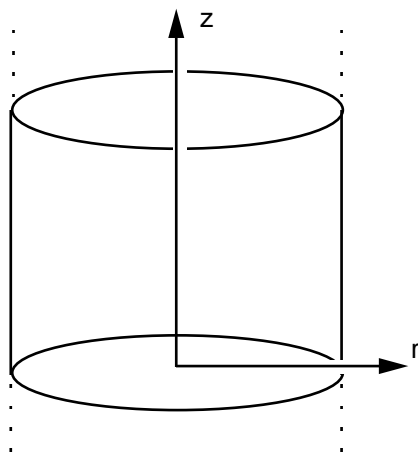
Ce test valide tous les éléments de Fourier en thermique (5 modélisations différentes) avec différents types de conditions aux limites : température imposée, échange, flux imposé, source de chaleur.

L'intérêt du test, outre la validation de la thermique Fourier, réside dans les points suivants :

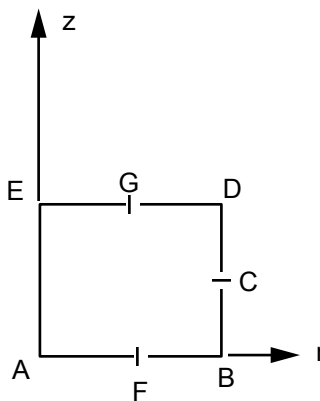
- comparaison des résultats avec une solution analytique sur différentes harmoniques de Fourier (1, 2 et 3),
- homogénéité des éléments entre eux.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Rayon du cylindre $R = 1$ m.



1.2 Propriétés de matériaux

$$\lambda = 1 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

[EA] : température imposée

[BC] : flux imposé

[CD] : échange

$$T = T_0 = 0. ^\circ\text{C}$$

$$\phi = \phi_0 = 2. \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$h = 2. \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{ext}} = 2. ^\circ\text{C}$$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

$$T(r, z, \theta) = r^2 \cos l \theta$$

avec l numéro de l'harmonique de Fourier

$$-\Delta T = (l^2 - 4) \cos l \theta = S$$

$$\vec{\phi} = -\left(\lambda \vec{\nabla} T\right) = \begin{cases} -2r \cos l \theta \\ 0 \\ + (lr \sin l \theta) \end{cases}$$

$$\text{sur [AB] et [ED]} \quad \phi_0 = \vec{\phi} \cdot \vec{n} = 0.$$

$$\text{sur [BC]} \quad \phi_0 = 2R = 2.$$

$$\text{sur [CD]} \quad \phi \cdot \vec{n} = 2R = \frac{2}{R}(2R^2 - R^2) = h(T_{ext} - T)$$

$$\text{d'où } h = \frac{2}{R} = 2.$$

$$T_{ext} = 2R^2 = 2.$$

Seul le terme source varie suivant l'harmonique $(S^l(r, z) = l^2 - 4)$.

Dans les modélisations suivantes, on résoudra le problème sur les harmoniques 1, 2 et 3.

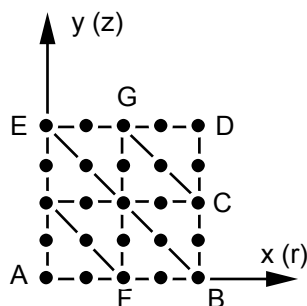
2.2 Résultats de référence

Températures et flux aux points B, C, D, F, G.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

AXIS-FOURIER (TRIA6)



	r	z	noeud
A	0.	0.	N1
B	1.	0.	N7
C	1.	0.5	N8
D	1.	1.	N9
E	0.	1.	N3
F	0.5	0.	N4
G	0.5	1.	N6

Les axes de description du maillage sont x(r) et y(z).

Mode - Fourier : 1 T(A) = 0.

S = -3.

sur tout le domaine

[BC] :

$\phi = 2.$

[CD] :

$h = 2.$

$T_{ext} = 2.$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 25.

Nombre de mailles et types : 8 TRIA6

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes

Clés

AFFE_MODELE	THERMIQUE	'AXIS_FOURIER'	TOUT	[U4.22.01]
AFFE_CHAR_THER	TEMP_IMPO	NŒUD		[U4.25.02]
	FLUX_REP	GROUP_MA		
	ECHANGE	GROUP_MA		
	SOURCE	TOUT		
CALC_MATR_ELEM	'RIGI_THER'	MODE_FOURIER		[U4.41.01]
CALC_VECT_ELEM	'CHAR_THER'			[U4.41.02]
ASSE_MATRICE				[U4.42.02]
ASSE_VECTEUR				[U4.42.03]
FACT_LDLT				[U4.51.01]
RESO_LDLT				[U4.51.02]
CALC_CHAM_ELEM	'FLUX_ELNO_TEMP'	MODE_FOURIER		[U4.61.01]
COMB_CHAM_NO	COMB_FOURIER			[U4.53.02]
COMB_CHAM_ELEM	COMB_FOURIER			[U4.53.03]
POST_RELEVÉ	CHAM_GD	'EXTRACTION'		[U4.74.03]

3.4 Remarques

Le numéro du mode de Fourier n'affectant pas le chargement, le mot clé MODE_FOURIER n'est pas nécessaire dans la commande CALC_VECT_ELEM.

L'utilisation des commandes COMB_CHAM_NO et COMB_CHAM_ELEM mot clé COMB_R n'est pas une recombinaison de Fourier mais une simple validation de ce mot clé.

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

	Identification	Référence	Aster	% différence
$\theta = 0$	T (B)	1.	0.9981	-0.19
	T (F)	0.25	0.2484	-0.66
	ϕ_r (B)	-2	-1.993	-0.36
	ϕ_r (F)	-1.	-0.9924	-0.76
	ϕ_θ (B)	1.	0.9996	-0.04
	ϕ_θ (F)	0.5	0.4982	-0.37
	ϕ_Z (B)	0.	-5.10^{-3}	-
	ϕ_Z (F)	0.	7.10^{-4}	-
$\theta = 45$	T (B)	0.7071	0.7057	-0.192
	T (F)	0.177	0.1756	-0.65
	ϕ_r (B)	-1.414	-1.4018	-0.87
	ϕ_r (F)	-0.7071	-0.6848	3.15
	ϕ_θ (B)	-0.707	-0.7069	0.027
	ϕ_θ (F)	-0.3535	-0.3512	-0.65
	ϕ_Z (B)	0.	0.3610^{-3}	-
	ϕ_Z (F)	0.	0.1210^{-2}	-
$\theta = 135$	T (B)	-0.707	-0.7057	0.19
	T (F)	-0.177	-0.1756	0.65
	ϕ_r (B)	1.414	1.4018	-0.87
	ϕ_r (F)	0.707	0.685	-3.15
	ϕ_θ (B)	-0.707	-0.7069	0.027
	ϕ_θ (F)	-0.3535	-0.3533	0.06
	ϕ_Z (B)	0.	-0.3610^{-3}	-
	ϕ_Z (F)	0.	-0.1210^{-2}	-

4.2 Remarques

Les valeurs des flux aux nœuds sont moyennées sur les éléments contenant ce nœud.

On remarque que la solution exacte n'est pas trouvée. Ceci est dû au fait que l'intégration numérique de la matrice de rigidité thermique est approchée (formule à 3 points de GAUSS). Si on utilisait une formule à 6 points, on trouverait la solution exactement.

4.3 Paramètres d'exécution

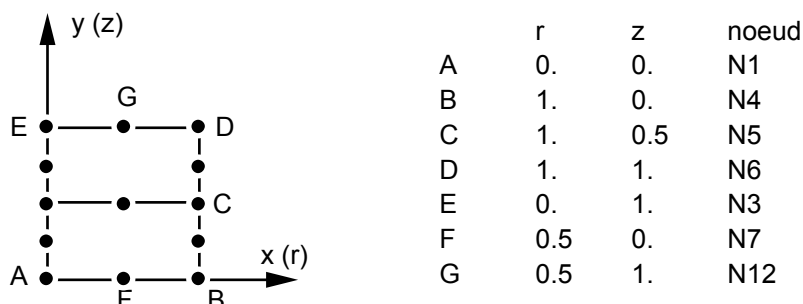
Version : 4.00.02
Machine : CRAY C90
Encombrement mémoire : 8 mégamots

Système UNICOS : 8.04
Temps CPU User : 7.0 secondes

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

AXIS-FOURIER (QUAD8)



Les axes de description du maillage sont x(r) et y(z).

Mode - Fourier : 2 $T(A) = 0$.

Pas de terme source car $S^I(r, z) = 0$ pour $1 = 2$

[BC] : $\phi = 2$.

[CD] : $h = 2$. $T_{ext} = 2$.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 13.

Nombre de mailles et types : 2 QUAD8

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_MODELE	'THERMIQUE'	'AXIS_FOURIER'	TOUT	[U4.22.01]
AFFE_CHAR_THER	TEMP_IMPO	NŒUD		[U4.25.02]
	FLUX_REP	GROUP_MA		
	ECHANGE	GROUP_MA		
CALC_MATR_ELEM	'RIGI_THER'	MODE_FOURIER		[U4.41.01]
CALC_VECT_ELEM	'CHAR_THER'			[U4.41.02]
ASSE_MATRICE				[U4.42.02]
ASSE_VECTEUR				[U4.42.03]
FACT_LDLT				[U4.51.01]
RESO_LDLT				[U4.51.02]
CALC_CHAM_ELEM	'FLUX_ELNO_TEMP'	MODE_FOURIER		[U4.61.01]

5.4 Remarques

Le numéro du mode de Fourier n'affectant pas le chargement, le mot clé MODE_FOURIER n'est pas nécessaire dans la commande CALC_VECT_ELEM.

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
T(B)	1.	1.	0.
T(C)	1.	1.	0.
T(D)	1.	1.	0.
T(F)	0.25	0.25	0.
T(G)	0.25	0.25	0.
ϕ_r (B)	-2.	-2.	0.
ϕ_r (C)	-2.	-2.	0.
ϕ_r (D)	-2.	-2.	0.
ϕ_r (F)	-1.	-1.	0.
ϕ_r (G)	-1.	-1.	0.
ϕ_θ (B)	2.	2.	0.
ϕ_θ (C)	2.	2.	0.
ϕ_θ (D)	2.	2.	0.
ϕ_θ (F)	1.	1.	0.
ϕ_θ (G)	1.	1.	0.
ϕ_Z (B)	0.	2.10^{-15}	0.
ϕ_Z (C)	0.	$-1.2 \cdot 10^{-14}$	0.
ϕ_Z (D)	0.	$-1.2 \cdot 10^{-13}$	0.
ϕ_Z (F)	0.	$-1.4 \cdot 10^{-14}$	0.
ϕ_Z (G)	0.	$-3.7 \cdot 10^{-15}$	0.

6.2 Remarques

La solution analytique est trouvée exactement.

6.3 Paramètres d'exécution

Version : 4.00.02

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 8 mégamots

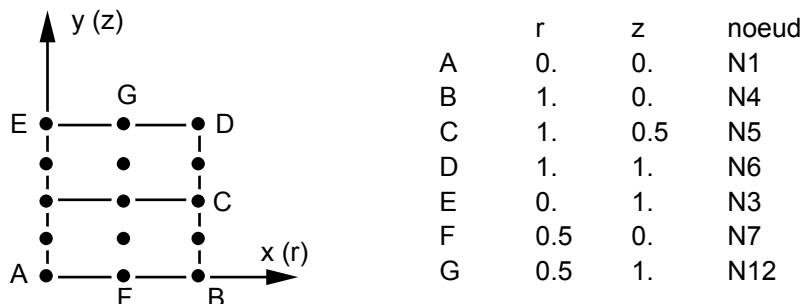
Système UNICOS : 8.04

Temps CPU User : 3.8 secondes

7 Modélisation C

7.1 Caractéristiques de la modélisation

AXIS-FOURIER (QUAD9)



Les axes de description du maillage sont x(r) et y(z).

Mode - Fourier : 3 T(A) = 0.

S = 5. sur tout le domaine

[BC] : $\phi = 2.$

[CD] : $h = 2.$ $T_{ext} = 2.$

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 15.

Nombre de mailles et types : 2 QUAD9

7.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_MODELE	'THERMIQUE'	'AXIS_FOURIER'	TOUT	[U4.22.01]
AFFE_CHAR_THER	TEMP_IMPO	NEUD		[U4.25.02]
	FLUX_REP	GROUP_MA		
	ECHANGE	GROUP_MA		
	SOURCE	TOUT		
CALC_MATR_ELEM	'RIGI_THER'	MODE_FOURIER		[U4.41.01]
CALC_VECT_ELEM	'CHAR_THER'			[U4.41.02]
ASSE_MATRICE				[U4.42.02]
ASSE_VECTEUR				[U4.42.03]
FACT_LDLT				[U4.51.01]
RESO_LDLT				[U4.51.02]
CALC_CHAM_ELEM	'FLUX_ELNO_TEMP'	MODE_FOURIER		[U4.61.01]

7.4 Remarques

Le numéro du mode de Fourier n'affectant pas le chargement, le mot clé MODE_FOURIER n'est pas nécessaire dans la commande CALC_VECT_ELEM.

8 Résultats de la modélisation C

8.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
T(B)	1.	1.	0.
T(C)	1.	1.	0.
T(D)	1.	1.	0.
T(F)	0.25	0.25	0.
T(G)	0.25	0.25	0.
ϕ_r (B)	-2.	-2.	0.
ϕ_r (C)	-2.	-2.	0.
ϕ_r (D)	-2.	-2.	0.
ϕ_r (F)	-1.	-1.	0.
ϕ_r (G)	-1.	-1.	0.
ϕ_θ (B)	3.	3.	0.
ϕ_θ (C)	3.	3.	0.
ϕ_θ (D)	3.	3.	0.
ϕ_θ (F)	1.5	1.5	0.
ϕ_θ (G)	1.5	1.5	0.
ϕ_Z (B)	0.	$1.2 \cdot 10^{-14}$	0.
ϕ_Z (C)	0.	$5.5 \cdot 10^{-14}$	0.
ϕ_Z (D)	0.	$4.6 \cdot 10^{-15}$	0.
ϕ_Z (F)	0.	$-1.1 \cdot 10^{-15}$	0.
ϕ_Z (G)	0.	$1.8 \cdot 10^{-14}$	0.

8.2 Remarques

La solution analytique est trouvée exactement.

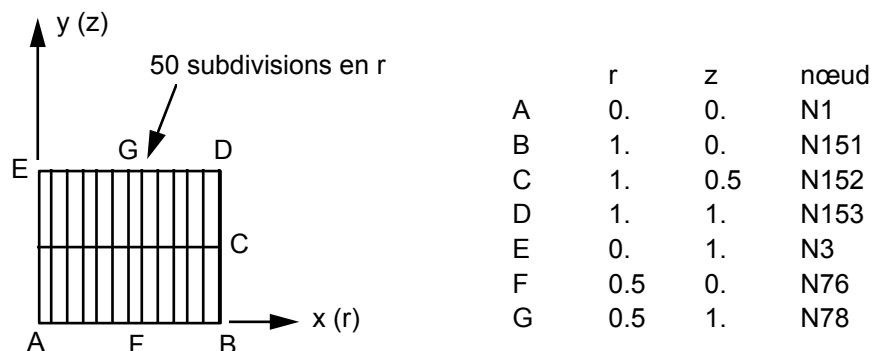
8.3 Paramètres d'exécution

Version : 4.00.02		Système UNICOS :	8.04
Machine : CRAY C90		Temps CPU User :	3.9 secondes
Encombrement mémoire :	8 mégamots		

9 Modélisation D

9.1 Caractéristiques de la modélisation

AXIS-FOURIER (QUAD4)



Les axes de description du maillage sont x(r) et y(z).

Mode - Fourier : 2 $T(A) = 0.$

$S = 0.$ sur tout le domaine

[BC] : $\phi = 2.$

[CD] : $h = 2.$ $T_{ext} = 2.$

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 153

Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

9.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_MODELE	'THERMIQUE '	'AXIS_FOURIER '	TOUT	[U4.22.01]
AFFE_CHAR_THER	TEMP_IMPO	NEUD		[U4.25.02]
	FLUX_REP	GROUP_MA		
	ECHANGE	GROUP_MA		
	SOURCE	TOUT		
CALC_MATR_ELEM	'RIGI_THER '	MODE_FOURIER		[U4.41.01]
CALC_VECT_ELEM	'CHAR_THER '			[U4.41.02]
ASSE_MATRICE				[U4.42.02]
ASSE_VECTEUR				[U4.42.03]
FACT_LDLT				[U4.51.01]
RESO_LDLT				[U4.51.02]
CALC_CHAM_ELEM	'FLUX_ELNO_TEMP '	MODE_FOURIER		[U4.61.01]

9.4 Remarques

Le numéro du mode de Fourier n'affectant pas le chargement, le mot clé MODE_FOURIER n'est pas nécessaire dans la commande CALC_VECT_ELEM.

10 Résultats de la modélisation D

10.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
T(B)	1.	0.9998	-2.10^{-3}
T(C)	1.	0.9998	-2.10^{-3}
T(D)	1.	0.9998	-2.10^{-3}
T(F)	0.25	0.2498	-0.02
T(G)	0.25	0.2498	-0.02
ϕ_r (B)	-2.	-1.9800	1.
ϕ_r (C)	-2.	-1.9800	1.
ϕ_r (D)	-2.	-1.9801	1.
ϕ_r (F)	-1.	-1.0000	4.10^{-3}
ϕ_r (G)	-1.	-1.0000	4.10^{-3}
ϕ_θ (B)	2.	2.0000	4.10^{-3}
ϕ_θ (C)	2.	2.0000	4.10^{-3}
ϕ_θ (D)	2.	2.0001	5.10^{-3}
ϕ_θ (F)	1.	1.0000	4.10^{-3}
ϕ_θ (G)	1.	1.0000	4.10^{-3}
ϕ_Z (B)	0.	-2.10^{-5}	-
ϕ_Z (C)	0.	-2.10^{-5}	-
ϕ_Z (D)	0.	-2.10^{-5}	-
ϕ_Z (F)	0.	-2.10^{-8}	-
ϕ_Z (G)	0.	-2.10^{-8}	-

10.2 Remarques

La mauvaise précision enregistrée sur ϕ_r (B), ϕ_r (C), ϕ_r (D) s'explique par le fait que B, C et D sont des nœuds du bord, donc les flux ne sont pas moyennés sur des éléments adjacents dans la direction du gradient de température (direction r).

Ce phénomène ne se retrouve pas sur ϕ_θ , car ϕ_θ est pondéré par $1/r$.

10.3 Paramètres d'exécution

Version : 4.00.02
Machine : CRAY C90
Encombrement mémoire :

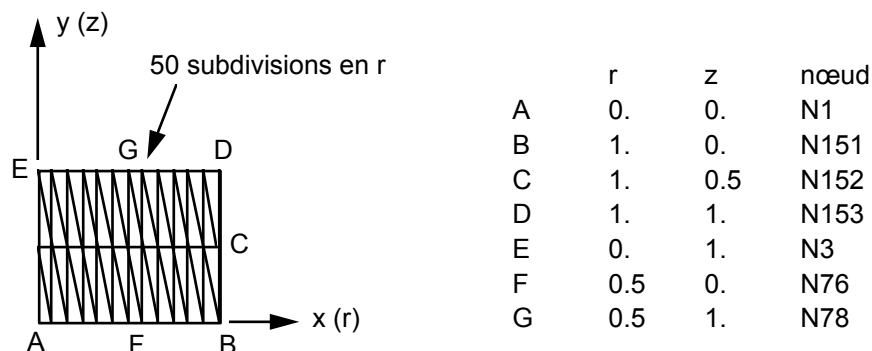
8 mégamots

Système UNICOS : 8.04
Temps CPU User : 5.8 secondes

11 Modélisation E

11.1 Caractéristiques de la modélisation

AXIS-FOURIER (TRIA3)



Les axes de description du maillage sont x(r) et y(z).

Mode - Fourier : 2 T(A) = 0.

S = 0. sur tout le domaine

[BC] : $\phi = 2.$

[CD] : $h = 2.$ $T_{ext} = 2.$

11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 153

Nombre de mailles et types : 200 TRIA3

11.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_MODELE	'THERMIQUE'	'AXIS_FOURIER'	TOUT	[U4.22.01]
AFFE_CHAR_THER	TEMP_IMPO	NEUD		[U4.25.02]
	FLUX_REP	GROUP_MA		
	ECHANGE	GROUP_MA		
	SOURCE	TOUT		
CALC_MATR_ELEM	'RIGI_THER'	MODE_FOURIER		[U4.41.01]
CALC_VECT_ELEM	'CHAR_THER'			[U4.41.02]
ASSE_MATRICE				[U4.42.02]
ASSE_VECTEUR				[U4.42.03]
FACT_LDLT				[U4.51.01]
RESO_LDLT				[U4.51.02]
CALC_CHAM_ELEM	'FLUX_ELNO_TEMP'	MODE_FOURIER		[U4.61.01]

11.4 Remarques

Le numéro du mode de Fourier n'affectant pas le chargement, le mot clé MODE_FOURIER n'est pas nécessaire dans la commande CALC_VECT_ELEM.

12 Résultats de la modélisation E

12.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
T(B)	1.	0.9995	-0.049
T(C)	1.	0.9999	-7.10^{-3}
T(D)	1.	1.0003	0.033
T(F)	0.25	0.2500	9.10^{-3}
T(G)	0.25	0.2498	-0.077
ϕ_r (B)	-2.	-1.977	-1.14
ϕ_r (C)	-2.	-1.9819	0.90
ϕ_r (D)	-2.	-1.9856	0.72
ϕ_r (F)	-1.	-0.993	0.68
ϕ_r (G)	-1.	-1.007	0.68
ϕ_θ (B)	2.	1.9992	-0.04
ϕ_θ (C)	2.	2.0000	-
ϕ_θ (D)	2.	2.0008	0.04
ϕ_θ (F)	1.	1.0004	0.04
ϕ_θ (G)	1.	0.9995	-0.05
ϕ_z (B)	0.	-4.10^{-3}	
ϕ_z (C)	0.	-4.10^{-3}	
ϕ_z (D)	0.	-4.10^{-3}	
ϕ_z (F)	0.	1.10^{-3}	
ϕ_z (G)	0.	1.10^{-3}	

12.2 Remarques

La mauvaise précision enregistrée sur ϕ_r (B), ϕ_r (C), ϕ_r (D) s'explique par le fait que B, C et D sont des nœuds du bord, donc les flux ne sont pas moyennés sur des éléments adjacents dans la direction du gradient de température (direction r).

Ce phénomène ne se retrouve pas sur ϕ_θ , car ϕ_θ est pondéré par $1/r$.

12.3 Paramètres d'exécution

Version : 4.00.02

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 8 mégamots

Système UNICOS :

8.04

Temps CPU User :

6.1 secondes

13 Synthèse des résultats

Ce problème est correctement résolu :

- quel que soit le numéro d'harmonique de Fourier,
- par les différents types d'éléments (degré 1 ou 2).