

**Manuel de Validation****Fascicule V7.22 : Thermo-mécanique statique non linéaires des structures volumiques  
Document : V7.22.102**

# HSNV102 - Thermo-métallo-plasticité couplée en traction simple

---

**Résumé :**

On traite la détermination de l'évolution mécanique d'un barreau cylindrique soumis à des évolutions thermique  $T(t)$  et métallurgique  $Z(t)$  connues et uniformes (la transformation métallurgique est de type martensitique).

Les éléments utilisés sont des éléments axisymétriques et la relation de comportement est de la plasticité de von Mises avec écrouissage isotrope (pour la modélisation B, on tient également compte de la plasticité de transformation).

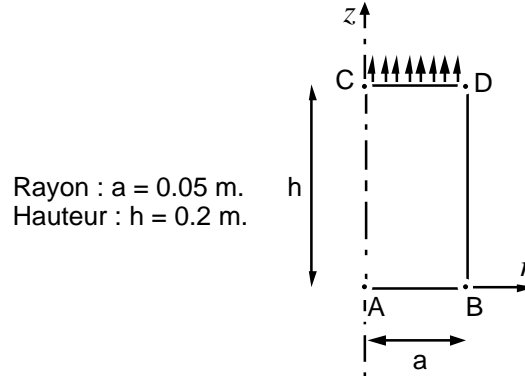
La limite élastique et la pente de la courbe de traction dépendent de la température et de la composition métallurgique.

Le coefficient de dilatation  $\alpha$  dépend de la composition métallurgique.

Les transformations métallurgiques ont lieu à  $\dot{\varepsilon}^P \neq 0$  (c'est en ce sens que le test **couple** la plasticité de transformation de la plasticité classique).

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



### 1.2 Propriétés des matériaux

$$\begin{aligned}
 E &= 200\,000 \cdot 10^6 \text{ Pa} & \sigma_y^{aust} &= \sigma_o^{aust} + s^{aust} (T - T^o) & \text{notons } H(t) &= \frac{\alpha(t) \cdot E(t)}{E(t) - \alpha(t)} \\
 \nu &= 0.3 & \sigma_o^{aust} &= 50 \cdot 10^6 \text{ Pa} & H^{aust} &= H_o^{aust} + \lambda^{aust} (T - T^o) \\
 \alpha_{fbm} &= 15 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} & s^{aust} &= 1.3 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} & H_o^{aust} &= 0 \text{ Pa} \\
 \alpha_{aust} &= 23.5 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} & \sigma_y^{fbm} &= \sigma_o^{fbm} + s^{fbm} (T - T^o) & \lambda^{aust} &= -1 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \\
 \varepsilon_{ref_{fbm}} &= 2.52 \cdot 10^{-3} & \sigma_o^{fbm} &= 50 \cdot 10^6 \text{ Pa} & H^{fbm} &= H_o^{fbm} + \lambda^{fbm} (T - T^o) \\
 & & s^{fbm} &= 1 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} & H_o^{fbm} &= 0 \\
 cp &= 2\,000\,000 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} & \lambda &= 9999.9 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} & \lambda^{fbm} &= -6 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \\
 & & & & k^f &= 0 \quad k^b = k^m = 1 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}
 \end{aligned}$$

#### Note :

Les indices ou exposants *fbm* sont relatifs aux paramètres matériaux des phases ferrito-perlitique, bainitique et martensitique et les indices ou exposants *aust* sont relatifs à l'austénite.

TRC pour modéliser une évolution métallurgique de type martensitique de la forme :

$$\begin{cases} 0. & \text{si } t \leq \tau_1 & \tau_1 = 25 \text{ s} \\ 1 - e^{\varphi \lambda (t - \tau_1)} & \text{si } \tau_1 \leq t < \tau_2 & \tau_2 = 40 \text{ s} \quad \varphi = 0.03 \quad \lambda = -10^\circ\text{C} \cdot \text{s}^{-1} \\ 1. & \text{si } t \geq \tau_2 \end{cases}$$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

- $u_z = 0$  sur le côté AB (condition de symétrie).
- traction imposée sur le côté CD,  $p(t) = p_o t$ ,  $p_o = 15 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ .
- $T = T^o + \mu t$ ,  $\mu = -10^\circ\text{C} \cdot \text{s}^{-1}$  sur toute la structure.

### 1.4 Conditions initiales

$$T^o = 900^\circ\text{C}.$$

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

**Avant transformation**, solution thermo-élastique pour  $t < \tau_1$  (pas de transformation métallurgique  $\dot{Z} = 0$ ).

$$\sigma(t) = p_o t$$

$$\varepsilon_{zz}(t) = \varepsilon_{zz}^e(t) + \varepsilon_{zz}^{th}(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \alpha_{aust}(T - T^o)$$

La limite élastique est atteinte pour  $\tau_1 = \frac{\sigma_o^{aust}}{p_o - s^{aust} \times k} = 25 \text{ s.}$

**Pendant la transformation**, solution thermo-métallo-élasto-plastique, pour  $\tau_1 < t < \tau_2$  avec  $\tau_2 = 40 \text{ s.}$

$$\sigma(t) = p_o t$$

$$\varepsilon_{zz}(t) = \varepsilon_{zz}^e(t) + \varepsilon_{zz}^{th}(t) + \varepsilon_{zz}^p(t) + \varepsilon_{zz}^{pt}(t)$$

$$\varepsilon_{zz}^e(t) = \frac{\sigma(t)}{E}$$

$$\varepsilon_{zz}^{th}(t) = Z_{aust} \times \alpha_{aust}(T - T^o) + Z_{fbm} \times [\alpha_{fbm}(T - T^o) + \varepsilon_{ref_{fbm}}]$$

$$\varepsilon_{zz}^p(t) = \frac{\sigma(t) - (Z_{aust} \times \sigma_y^{aust}(T) + Z_{fbm} \times \sigma_{y(T)}^{fbm})}{Z_{aust} \times H^{aust}(T) + Z_{fbm} \times H^{fbm}(T)}$$

$$\varepsilon_{zz}^{pt}(t) = k_m \times \left( p_o \times \tau_1 - \frac{k}{2 \times \lambda \times \varphi} \right) - k_m \times \left( p_o \times t - \frac{k}{2 \times \lambda \times \varphi} \right) (1 - Z)^2$$

**Après transformation**, solution thermo-élasto-plastique, pour  $t > \tau_2$

$$\sigma(t) = p_o t$$

$$\varepsilon_{zz}(t) = \varepsilon_{zz}^e(t) + \varepsilon_{zz}^{th}(t) + \varepsilon_{zz}^p(t)$$

### 2.2 Résultats de référence

$\sigma$ ,  $\varepsilon_{zz}$ ,  $\varepsilon^p$ ,  $\chi$  à 24 s, 26 s, 40 s et 90 s.



## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

Identification		Référence	Aster	% différence
$\varepsilon^p$	t = 24 s	0	0	-
$\chi$	t = 24 s	0	0	-
$\sigma$	t = 24 s	360. 10 <sup>6</sup>	360. 10 <sup>6</sup>	0
$\varepsilon_{zz}$	t = 24 s	-3.84 10 <sup>-3</sup>	-3.84 10 <sup>-3</sup>	0
$\varepsilon^p$	t = 26 s	0.0372	-3.7217 10 <sup>-2</sup>	0.047
$\chi$	t = 26 s	1	1	0
$\sigma$	t = 26 s	390. 10 <sup>6</sup>	390. 10 <sup>6</sup>	0
$\varepsilon_{zz}$	t = 26 s	3.428 10 <sup>-2</sup>	3.4283 10 <sup>-2</sup>	
$\varepsilon^p$	t = 40 s	0.0625	6.2523 10 <sup>-2</sup>	0.038
$\chi$	t = 40 s	1	1	0
$\sigma$	t = 40 s	600. 10 <sup>6</sup>	600. 10 <sup>6</sup>	0
$\varepsilon_{zz}$	t = 40 s	0.06198	6.1977 10 <sup>-2</sup>	-0.068
$\varepsilon^p$	t = 90 s	0.0741	7.4146 10 <sup>-2</sup>	0.062
$\chi$	t = 90 s	1	1	0
$\sigma$	t = 90 s	1350. 10 <sup>6</sup>	1350. 10 <sup>6</sup>	0
$\varepsilon_{zz}$	t = 90 s	0.069844	6.9854 10 <sup>-2</sup>	0.014

### 4.2 Remarques

Dans cette modélisation :

$$\varepsilon^{pt}(T, Z) = 0$$

### 4.3 Paramètres d'exécution

Version : 4.00.06

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 8 mégamots

Système : 8.0

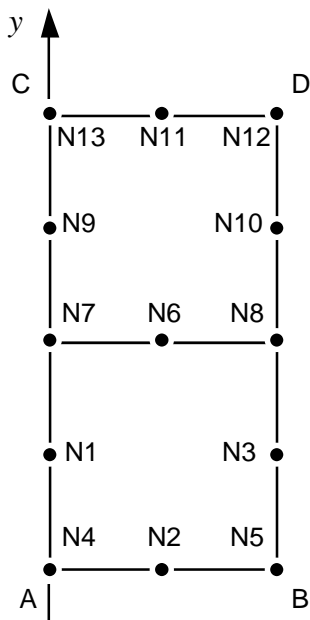
Temps CPU User :

UNICOS

42.47 secondes

## 5Modélisation B

### 5.1Caractéristiques de la modélisation



A = N4, B = N5, C = N13, D = N12.

### 5.2Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 13  
Nombre de mailles et types : 2 mailles QUAD8, 6 mailles SEG3

### 5.3Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
DEFI_MATERIAU	META_REFR			[U4.23.01]
THER_LINEAIRE	OPTION	META_ELGA_TEMP		[U4.23.05]
DEFI_MATERIAU	META_MECA_FO			[U4.23.01]
	META_PT			
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	META_EP_PT	[U4.32.01]
CALC_ELEM	OPTION	EPSI_ELNO_DEPL		[U4.61.01]
RECU_CHAMP	NOM_CHAM	VARI_ELNO_ELGA		[U4.62.01]

## 6 Résultats de la modélisation B

### 6.1 Valeurs testées

Identification		Référence	Aster	% différence
$\varepsilon^p$	t = 24 s	0	0	-
$\chi$	t = 24 s	0	0	-
$\sigma$	t = 24 s	360. 10 <sup>6</sup>	360. 10 <sup>6</sup>	0
$\varepsilon_{zz}$	t = 24 s	-3.84 10 <sup>-3</sup>	-3.84 10 <sup>-3</sup>	0
$\varepsilon^p$	t = 26 s	0.0372	3.7217 10 <sup>-2</sup>	0.047
$\chi$	t = 26 s	1	1	0
$\sigma$	t = 26 s	390. 10 <sup>6</sup>	390.00 10 <sup>6</sup>	0.000
$\varepsilon_{zz}$	t = 26 s	0.051507	5.098 10 <sup>-2</sup>	-1.009
$\varepsilon^p$	t = 40 s	0.06252	6.2523 10 <sup>-2</sup>	0.037
$\chi$	t = 40 s	1	1	0
$\sigma$	t = 40 s	600. 10 <sup>6</sup>	600. 10 <sup>6</sup>	0
$\varepsilon_{zz}$	t = 40 s	0.10197	1.0093 10 <sup>-1</sup>	-1.018
$\varepsilon^p$	t = 90 s	0.07407	7.4145 10 <sup>-2</sup>	0.062
$\chi$	t = 90 s	1	1	0
$\sigma$	t = 90 s	1350. 10 <sup>6</sup>	1350. 10 <sup>6</sup>	0
$\varepsilon_{zz}$	t = 90 s	0.10984	1.08806 10 <sup>-1</sup>	-0.942

### 6.2 Remarques

Dans cette modélisation, on prend en compte le terme dû à la plasticité de transformation :

$$\dot{\varepsilon}^{pt}(T, Z) \neq 0 \quad \text{lorsque } \dot{Z} \neq 0$$

### 6.3 Paramètres d'exécution

Version : 4.00.06  
 Machine : CRAY C90  
 Encombrement mémoire : 8 mégamots  
 Système : 8.0  
 Temps CPU User : 94.44 secondes  
 UNICOS

---

## 7 Synthèse des résultats

---

Les deux modélisations donnent de très bonnes approximations de la solution de référence.