

Manuel de Validation**Fascicule V3.03 : Statique linéaire des plaques et des coques****Document : V3.03.120**

SSLS120 - Coque mince cylindrique sous pression hydrostatique

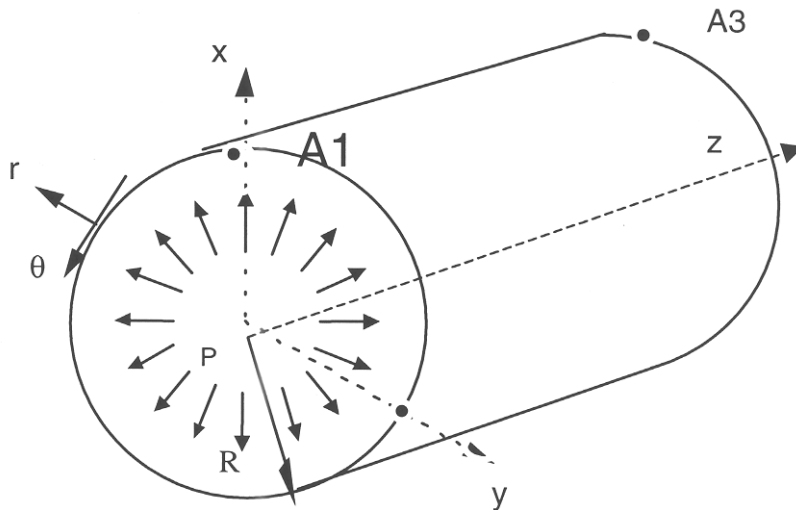
Résumé :

Ce test représente un calcul statique de réservoir cylindrique mince rempli d'eau. Il permet de valider la bonne prise en compte des pressions fonction de la géométrie, ainsi que les matériaux élastique orthotropes. 3 modélisations éléments finis sont utilisées : AXIS, COQUE_3D avec des mailles QUAD9, COQUE_3D avec des mailles TRIA7 et DKT avec des mailles QUAD4. Les déplacements et les contraintes obtenus sont comparés à une solution de référence analytique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Réservoir cylindrique de rayon moyen $R = 5.7$ m, d'épaisseur $e = 0.04$ m et de hauteur $L = 16$ m, simplement appuyé à sa base (la rotation est libre), et soumis à une pression hydrostatique interne.



Rayon moyen : $R = 5.7$ m
Epaisseur : $e = 0.04$ m
Hauteur : $L = 16$ m

1.2 Propriétés des matériaux

Les propriétés des matériaux constituant la plaque sont :

Matériau 1 : élastique isotrope :
Module d'Young $E = 2.1 \cdot 10^{11}$ Pa
Coefficient de poisson $\nu = 0.3$

Matériau 2 : élastique orthotrope :
 $E_L = 1.E10$ Pa
 $E_T = 2.1E11$ Pa
 $G_{LT} = 0.45E10$ Pa
 $G_{TN} = 0.35E10$ Pa
 $\nu_{LT} = 0.075$

L'axe L est confondu avec l'axe Z.

1.3 Conditions aux limites et chargements

Base $z = 0$ simplement appuyée

pression interne variant linéairement suivant z : $p(z) = P_0 \cdot (L-z)/L$
avec $P_0 = 15000$ Pa.

1.4 Conditions initiales

Sans objet.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

- Matériau isotrope : Solution analytique [bib1], obtenue avec l'hypothèse de coque mince :

$$\sigma_{zz} = 0$$

$$\sigma_{\theta\theta} = PoR \frac{(L-z)}{Le}$$

$$u_r = \frac{PoR^2}{Ee} \left(1 - \frac{z}{L}\right)$$

$$u_z = \frac{PoRLvz}{Ee} \left(1 - \frac{z}{2L}\right)$$

Déplacement radial à la base du cylindre : $u_r(z=0) = \frac{PoR^2}{Ee}$

Déplacement vertical en haut du cylindre : $u_z(z=L) = -\frac{PoRLv}{2Ee}$

Contrainte circonférentielle en bas du cylindre $\sigma_{\theta\theta}(z=0) = \frac{PoR}{Le}$

- Matériau orthotrope : La solution peut être déduite de la précédente : les contraintes étant statiquement déterminées, il suffit de modifier la loi de comportement, et d'intégrer les déformations.

Déplacement radial à la base du cylindre : $u_r(z=0) = \frac{PoR^2}{E_{\tau}e}$

Déplacement vertical en haut du cylindre : $u_z(z=L) = -\frac{PoRLv_{LT}}{2E_{\tau}e}$

Contrainte circonférentielle en bas du cylindre $\sigma_{\theta\theta}(z=0) = \frac{PoR}{Le}$

2.2 Résultats de référence

Matériau isotrope :

Déplacement radial à la base du cylindre :

Ur(A1) = 5.8017857E-05 m

Déplacement vertical en haut du cylindre :

Uz(A3) = -2.442857E-05 m

Contrainte circonférentielle en bas du cylindre :

Stt(A1) = 2.1375E+06 Pa

Matériau orthotrope :

Déplacement radial à la base du cylindre :

Ur(A1) = 5.8017857E-05 m

Déplacement vertical en haut du cylindre :

Uz(A3) = -6.107143E-06 m

Contrainte circonférentielle en bas du cylindre :

Stt(A1) = 2.1375E+06 Pa

2.3 Incertitude sur la solution

- Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

- [1] PILKEY W.D. : « Formulas for stress, Strain and Structural Matrices ». Wiley & Cons, New York, 1994.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation AXIS. On maille seulement une génératrice du cylindre. 2 mailles QUAD8 dans l'épaisseur et 400 sur la hauteur.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 3206

Nombre de mailles et types : 800 QUAD8

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION = 'AXIS'
AFFE_CARA_ELEM	MASSIF	ANGL_REP
AFFE_CHAR_MECA_F	FORCE_CONTOUR	FX
DEFI_MATERIAU	ELAS_ORTH	

3.4 Valeurs testées

Matériau isotrope

Valeur	Identification	Référence	Aster	% différence
Ur (z=0)	DX (PM)	5.8018E-05	5.7875E-05	0.25
Uz (z=L)	DY (A3)	-2.4429E-05	-2.433E-05	0.4
Uz (z=L)	DY (A4)	-2.4429E-05	-2.4185E-05	1
SigmaTT (z=0)	SIZZ (PM)	2.1375E+06	2.13 E6	0.4

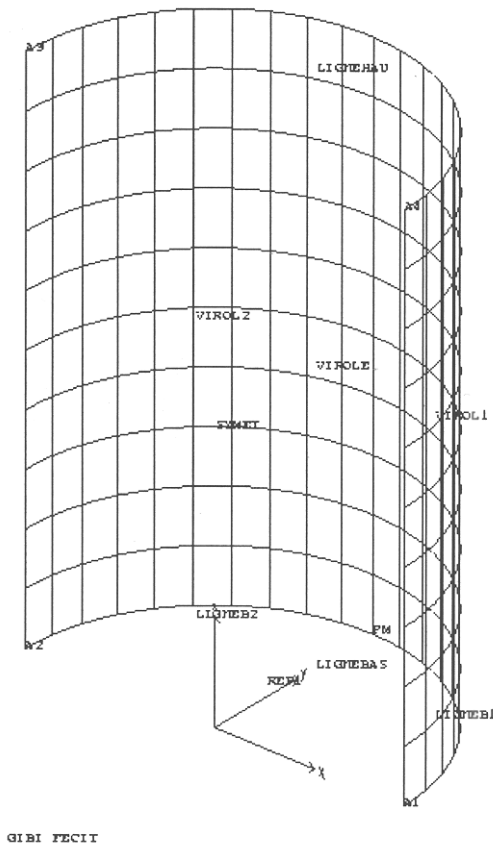
Matériau orthotrope

Valeur	Identification	Référence	Aster	% différence
Ur (z=0)	DX (A1)	5.8018E-05	5.7828E-05	0.33
Uz (z=L)	DY (A3)	-6.10714E-06	-5.992E-06	1.9
Uz (z=L)	DY (A4)	-2.4429E-05	-6.1367E-06	0.5
SigmaTT (z=0)	SIZZ (PM)	2.1375E+06	2.13E6	0.4

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation COQUE_3D. On maille seulement la moitié du cylindre (symétrie par rapport au plan y=0) 10 mailles QUAD9 dans la hauteur et 20 sur la demi-circonférence.



4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 664
Nombre de mailles et type : 200 QUAD9

4.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION = COQUE_3D
AFFE_CARA_ELEM	COQUE	ANGL_REP
AFFE_CHAR_MECA_F	FORCE_COQUE	PRES
DEFI_MATERIAU	ELAS_ORTH	

4.4 Valeurs testées

Matériau isotrope

Valeur	Identification	Référence	Aster	% différence
Ur (z=0)	DX (PM)	5.8018E-05	5.7982E-05	0.06
Ur (z=0)	DX (A1)	5.8018E-05	5.7982E-05	0.06
Ur (z=0)	DX (A2)	-5.8018E-05	-5.7982E-05	0.06
Uz (z=L)	DZ (A3)	-2.4429E-05	-2.4429E-05	2.E-4
Uz (z=L)	DZ (A4)	-2.4429E-05	-2.4429E-05	2.E-4
SigmaTT (z=0)	SIZZ (PM)	2.1375E+06	2.1371E+06	0.02

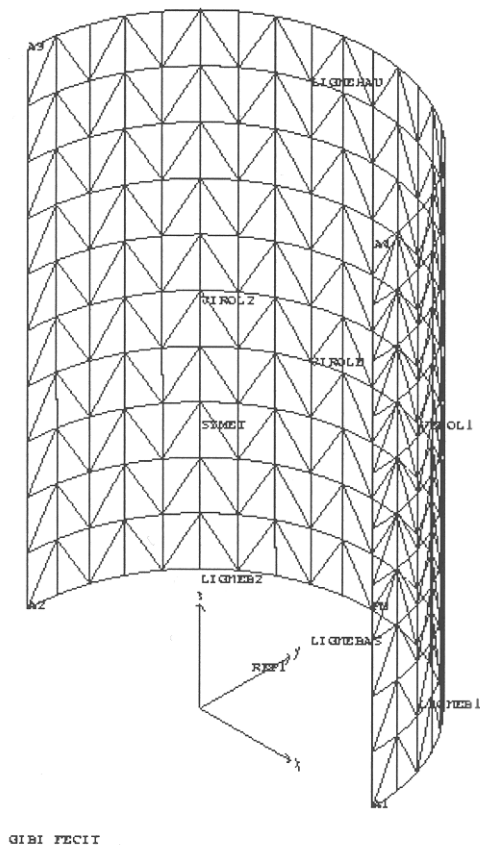
Matériau orthotrope

Valeur	Identification	Référence	Aster	% différence
Ur (z=0)	DX (PM)	5.8018E-05	5.8018E-05	2.E-5
Ur (z=0)	DX (A1)	5.8018E-05	-5.8018E-05	2.E-5
Ur (z=0)	DX (A2)	-5.8018E-05	-5.8018E-05	2.E-5
Uz (z=L)	DZ (A3)	-6.10714E-06	-6.10716E-06	3.E-4
Uz (z=L)	DZ (A4)	-6.10714E-06	-6.10716E-06	3.E-4
SigmaTT (z=0)	SIZZ (PM)	2.1375E+06	2.1371E+06	0.02

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation COQUE_3D. On maille seulement la moitié du cylindre (symétrie par rapport au plan y=0)
10 mailles TRIA7 dans la hauteur et 20 sur la demi-circonférence.



5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 864
Nombre de mailles et types : 400 TRIA7

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION = COQUE_3D
AFFE_CARA_ELEM	COQUE	ANGL_REP
AFFE_CHAR_MECA_F	FORCE_COQUE	PRES
DEFI_MATERIAU	ELAS_ORTH	

5.4 Valeurs testées

Matériau isotrope

Valeur	Identification	Référence	Aster	% différence
Ur (z=0)	DY (PM)	5.8018E-05	5.799E-05	0.4
Ur (z=0)	DX (A1)	5.8018E-05	5.793E-05	0.15
Ur (z=0)	DX (A2)	-5.8018E-05	-5.806E-05	0.06
Uz (z=L)	DZ (A3)	-2.4429E-05	-2.4428E-05	0.004
Uz (z=L)	DZ (A4)	-2.4429E-05	-2.4428E-05	0.004
SigmaTT (z=0)	SIZZ (PM)	2.1375E+06	2.1377E+06	0.008

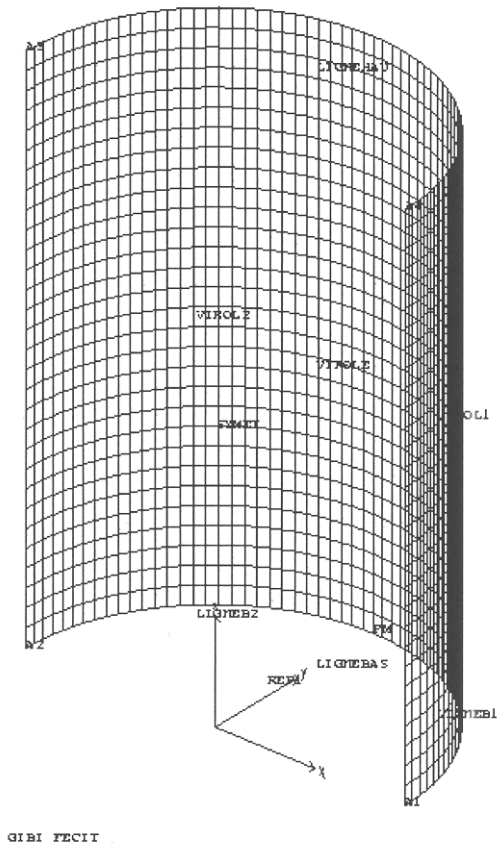
Matériau orthotrope

Valeur	Identification	Référence	Aster	% différence
Ur (z=0)	DX (PM)	5.8018E-05	5.8013E-05	0.008
Ur (z=0)	DX (A1)	5.8018E-05	5.7904E-05	0.2
Ur (z=0)	DX (A2)	-5.8018E-05	-5.8122E-05	0.18
Uz (z=L)	DZ (A3)	-6.10714E-06	-6.1044E-06	0.045
Uz (z=L)	DZ (A4)	-6.10714E-06	-6.1070E-06	0.002
SigmaTT (z=0)	SIZZ (PM)	2.1375E+06	2.1377E+06	0.008

6Modélisation D

6.1Caractéristiques de la modélisation

Modélisation DKT. On maille seulement la moitié du cylindre (symétrie par rapport au plan y=0) 30 mailles QUAD4 dans la hauteur et 60 sur la demi-circonférence.



6.2Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1894
Nombre de mailles et types : 1800 QUAD4

6.3Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION = DKT
AFFE_CARA_ELEM	COQUE	ANGL_REP
AFFE_CHAR_MECA_F	FORCE_COQUE	PRES
DEFI_MATERIAU	ELAS_ORTH	
DEFI_COQU_MULT	COUCHE	ANGL_REP

6.4 Valeurs testées

Matériau isotrope

Valeur	Identification	Référence	Aster	% différence
Ur (z=0)	DY (PM)	5.8018E-05	5.7916E-05	0.18
Ur (z=0)	DX (A1)	5.8018E-05	5.7916E-05	0.18
Ur (z=0)	DX (A2)	-5.8018E-05	-5.7916E-05	0.18
Uz (z=L)	DZ (A3)	-2.4429E-05	-2.4420E-05	0.03
Uz (z=L)	DZ (A4)	-2.4429E-05	-2.4420E-05	0.03
SigmaTT (z=0)	SIZZ (PM)	2.1375E+06	2.1371E+06	0.02

Matériau orthotrope

Valeur	Identification	Référence	Aster	% différence
Ur (z=0)	DY (PM)	5.8018E-05	5.798E-05	0.06
Ur (z=0)	DX (A1)	5.8018E-05	5.798E-05	0.06
Ur (z=0)	DX (A2)	-5.8018E-05	-5.798E-05	0.06
Uz (z=L)	DZ (A3)	-6.10714E-06	-6.105E-06	0.03
Uz (z=L)	DZ (A4)	-6.10714E-06	-6.105E-06	0.03
SigmaTT (z=0)	SIZZ (PM)	2.1375E+06	2.1371E+06	0.02

6.5 Remarques

Pour obtenir un résultat correct, il faut prendre garde à la convention adoptée pour NU_LT pour les coques multi couches (DEFI_COQU_MULT), qui est différente de celle utilisée pour ELAS_ORTH :

Ici, il faut prendre Nu_LT tel que $Nu_{TL} = E_T / E_L * Nu_{LT}$, soit $NU_{LT} = 0.014285714$).

7 Synthèse des résultats

Les résultats des quatre modélisations sont très proches de la solution analytique : au maximum 0.4 % écart pour les modélisations COQUE_3D et DKT, et moins de 2 % d'écart pour la modélisation axisymétrique, ce qui s'explique par le fait que la solution analytique est une solution coque mince.

Ce test valide donc d'une part les efforts de pression variant linéairement avec la géométrie, pour des coques minces, et d'autre part la prise en compte de l'élasticité orthotrope.