

**Manuel de Validation****Fascicule V5.01 : Dynamique non linéaire des systèmes discrets****Document V5.01.102**

# **SDND102 - Réponse sismique d'un système masse-ressort non linéaire multi-supporté**

---

**Résumé**

Le problème consiste à analyser la réponse d'une structure mécanique, modélisée par deux systèmes masse-ressort non amortis, soumis à un chargement sismique de type harmonique, avec possibilité de choc.

On teste l'élément discret en traction-compression, le calcul des modes propres et des modes statiques, le calcul de la réponse transitoire par recombinaison modale non linéaire d'une structure soumise à un accélérogramme (modélisation A) ainsi que le calcul de la réponse sismique transitoire directe d'une structure non linéaire (modélisation B).

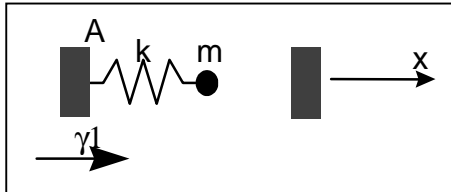
Ce cas test sert aussi à valider un calcul avec résolution explicite sur les accélérations et choc (modélisation C) en comparant les résultats issus de DYNANONLINE et DYNATRANEXPLI.

Les résultats obtenus sont en très bon accord avec les résultats de référence.

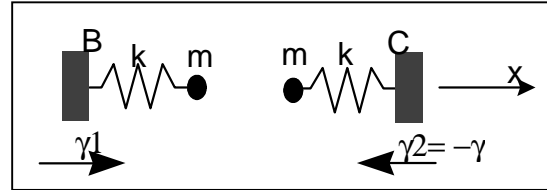
## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

On compare la réponse sismique d'un système masse-ressort à un degré de liberté pouvant impacter une paroi fixe (problème 1) à celle de deux systèmes masse-ressort identiques pouvant s'entrechoquer et soumis à la même sollicitation sismique (problème 2).



Problème 1



Problème 2

### 1.2 Propriétés de matériaux

Raideur des ressorts :  $k = 98696 \text{ N/m}$ .  
Masse ponctuelle :  $m = 25 \text{ kg}$ .

Pour le problème 1 (impact sur une paroi rigide), la rigidité normale de choc vaut  $K_{\text{choc}} = 5,76 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ .  
Quant au problème 2 (choc de deux structures déformables), elle vaut  $K_{\text{choc}} = 2,88 \cdot 10^7 \text{ N/m}$ .  
Dans les deux cas, l'amortissement de choc est nul.

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

#### Conditions aux limites

Les seuls déplacements autorisés sont les translations selon l'axe  $x$ .  
Les points A, B et C sont encastrés :  $dx = dy = dz = 0$ .

#### Chargement

Les points d'ancrage A et B sont soumis à une accélération suivant la direction  $x$  :  $\gamma_1(t) = \sin \omega t$   
avec  $\omega = 20 \cdot \pi \text{ s}^{-1}$  et le point C à une accélération  $\gamma_2(t) = -\sin \omega t$ .

### 1.4 Conditions initiales

Dans les deux cas, les systèmes masse-ressort sont initialement au repos :  
à  $t = 0$ ,  $dx(0) = 0$ ,  $dx/dt(0) = 0$  en tout point.

Pour le problème 1, la masse est séparée de la paroi fixe du jeu  $j = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ . Quant au problème 2, les masses sont séparées du jeu  $J = 2j = 10^{-3} \text{ m}$ .

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Il s'agit de comparer la réponse d'un système symétrique constitué par deux systèmes masse-ressort identiques à la réponse d'un système masse-ressort. Les deux problèmes, exposés en détail dans la référence [bib2], sont sollicités par le même accélérogramme.

On calcule dans un premier temps les fréquences propres  $f_i$ , les vecteurs propres associés normalisés par rapport à la masse modale  $\Phi_{Ni}$  et les modes statiques  $\Psi$  du système (valeurs analytiques). On calcule ensuite la réponse généralisée du système multi-supporté en résolvant analytiquement l'intégrale de Duhamel [bib1]. Enfin, on restitue sur la base physique le déplacement relatif des nœuds de choc ce qui nous permet, après avoir calculé le champ des déplacements d'entraînement, de calculer le champ des déplacements absolus.

On calcule la fonction `diff` définie comme étant la différence entre le déplacement absolu du nœud choquant sur un obstacle mobile et celui du nœud choquant sur un obstacle fixe. On vérifie qu'elle est bien nulle pour différents instants.

### 2.2 Résultats de référence

Déplacements relatifs et absolus aux nœuds de choc.

### 2.3 Incertitude sur la solution

Comparaison entre deux modélisations équivalentes.

### 2.4 Références bibliographiques

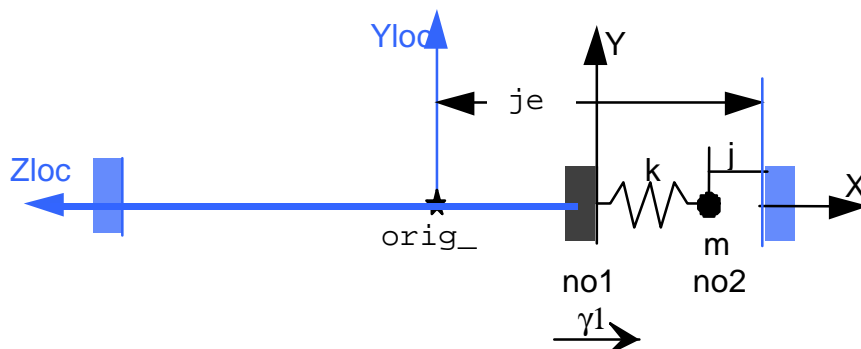
- [1] J.S. PRZEMIENIECKI : Theory of matrix structural analysis New York, Mac Graw - Hill, 1968, p. 351-357.
- [2] Fe. WAECKEL : Utilisation et validation des développements réalisés pour calculer la réponse sismique de structures multi-supportées - HP52/96.002.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Les systèmes masse-ressort sont modélisés par des éléments discrets à 3 degrés de liberté `DIS_T`.

**Modélisation du problème 1 :**



**Figure 3.1-a : Modélisation d'un système masse-ressort impactant une paroi rigide**

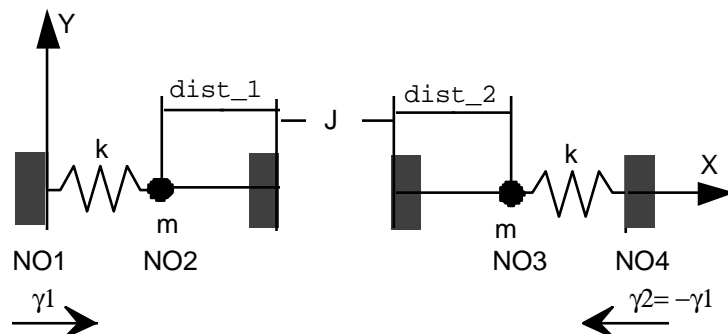
Le nœud no1 est soumis à une accélération imposée  $\gamma_1(t)$ . On calcule le déplacement relatif du nœud no2, son déplacement d'entraînement et son déplacement absolu.

Un obstacle de type `PLAN_Z` (deux plans parallèles) est retenu pour simuler l'impact du système masse-ressort sur une paroi rigide. La normale au plan de choc est l'axe Z, `NORM_OBST` : (0. 0. 1.). Pour ne pas être gêné par le rebond de l'oscillateur sur le plan symétrique, on repousse celui-ci très loin (cf. [Figure 3.1-a]).

D'où :

- l'origine de l'obstacle `ORIG_OBST` : (-1. 0. 0.) ;
- et le jeu correspondant `jeu` : 1.1005

**Modélisation du problème 2 :**



**Figure 3.1-b : Modélisation de deux systèmes masse-ressort qui s'entrechoquent**

Le nœud NO1 est soumis à une accélération imposée  $\gamma_1(t)$ , le nœud NO4 à  $\gamma_2(t) = -\gamma_1(t)$ . On calcule le déplacement relatif des nœuds NO2 et NO3, leur déplacement d'entraînement et leur déplacement absolu.

Les conditions de choc entre les deux systèmes masse-ressort sont simulées par un obstacle de type BI\_PLAN\_Z (obstacle plan entre deux structures mobiles). La normale au plan de choc est choisie selon l'axe Z, soit NORM\_OBST : (0. 0. 1.).

Les épaisseurs de matière entourant les nœuds de choc dans la direction considérée sont précisées par les opérandes DIST\_1 et DIST\_2. Dans le cas traité, on choisit DIST\_1 = DIST\_2 = 0.4495 pour qu'à l'instant initial, les deux nœuds de choc soient séparés du jeu  $J = 2 j = 10^{-3}$  mm (cf. [Figure 3.1-b]).

L'intégration temporelle est réalisée avec l'algorithme d'Euler et un pas de temps de  $2,5 \cdot 10^{-4}$ s. Les calculs sont archivés tous les 8 pas de temps.

On considère un amortissement réduit  $\xi$  de 7% pour l'ensemble des modes calculés.

## 3.2 Caractéristiques du maillage

On appelle `modele` le maillage associé au problème composé d'un système masse-ressort butant contre une paroi fixe et `bichoc` celui qui est associé au problème 2.

Maillage associé au modèle `modele` :

nombre de nœuds : 2 ;  
nombre de mailles et types : 1 DIS\_T.

Maillage associé au modèle `bichoc` :

nombre de nœuds : 4 ;  
nombre de mailles et types : 2 DIS\_T.

## 3.3 Fonctionnalités testées

### Commandes

AFFE_MODELE	GROUP_MA	'MECANIQUE'	'DIS_T'
AFFE_CARA_ELEM	DISCRET	GROUP_MA	M_T_D_N
		GROUP_MA	K_T_D_L
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	GROUP_NO	
MACRO_MATR_ASSE			
MODE_ITER_SIMULT	METHODE	JACOBI	
	CALC_FREQ	BANDE	
NORM_MODE	NORME	MASS_GENE	
MODE_STATIQUE	DDL_IMPO		
CALC_CHAR_SEISME	MONO_APPUI		
	MULTI_APPUI		
MACRO_PROJ_BASE			
DEFI_OBSTACLE	PLAN_Z		
	BI_PLAN_Z		
DYNA_TRAN_MODAL	EXCIT	MULT_APPUI	'OUI'
	AMOR_REDUIT		
	METHODE	EULER	
REST_BASE_PHYS	MULT_APPUI	'OUI'	
RECU_FONCTION	RESU_GENE		

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées de la modélisation A

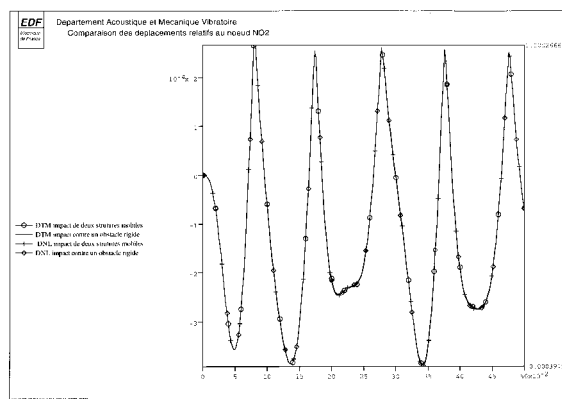
On calcule la fonction `diff` définie comme étant la différence entre le déplacement absolu du nœud NO2 et celui du nœud no2. Et on vérifie qu'elle est bien nulle pour différents instants.

Temps (s)	Référence	Aster	Erreur absolue
0,1	0,0	5,8884E-07	5,89E-07
0,3	0,0	-1,8891E-06	-1,89E-06
0,5	0,0	-1,5586E-07	-1,56E-07
0,7	0,0	1,8213E-06	1,82E-06
1	0,0	1,7231E-06	1,72E-06

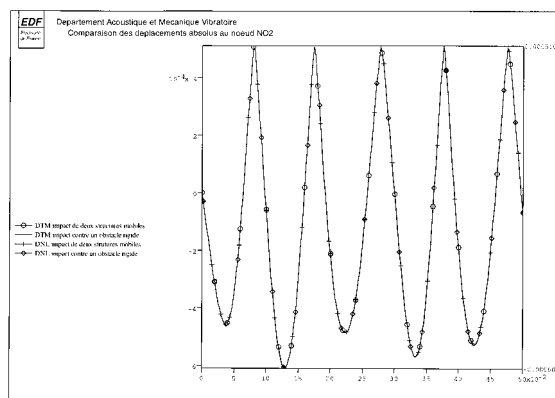
On teste également la valeur du déplacement absolu du nœud NO2 pour différents instants.

Temps (s)	Référence (problème 2)	Aster	Erreur absolue
0,05	-3,58082E-04	-3,5808E-04	1,71E-10
0,156	-1,22321E-04	-1,2232E-04	-4,72E-10
0,25	-1,8876E-04	-1,8876E-04	1,96E-11
0,4	-1,89772E-04	-1,8977E-04	1,22E-10
0,5	-6,84454E-05	-6,8445E-05	-4,72E-11
0,8	-1,11982E-04	-1,1198E-04	1,71E-11
0,9	-1,20103E-04	-1,2010E-04	1,37E-10
1	-1,07178E-04	-1,0718E-04	3,31E-10

On représente ci dessous l'allure des déplacements relatifs et absolus au nœud NO2 :



Déplacements absolus



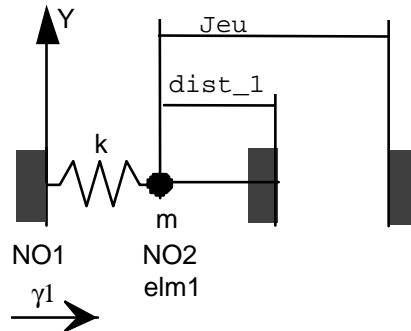
Déplacements relatifs

## 5 Modélisation B

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Les systèmes masse-ressort sont modélisés, comme dans la modélisation A, par un élément discret à 3 degrés de liberté `DIS_T`.

**Modélisation du problème 1 :**



**Figure 5.1-a : Modélisation d'un système masse-ressort impactant une paroi rigide**

Le nœud NO1 est soumis à une accélération imposée  $\gamma_1(t)$ . On calcule le déplacement relatif du nœud NO2, son déplacement d'entraînement et son déplacement absolu.

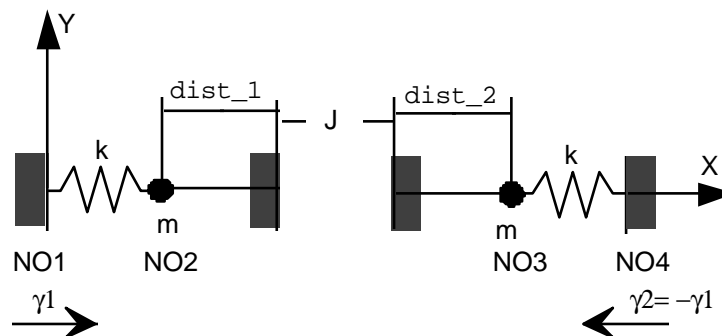
Un élément de type `DIST_T` sur une maille `POI1` est retenu pour simuler l'impact de la poutre sur une paroi rigide : les éventuels chocs entre la poutre et l'obstacle sont pris en compte comme étant des forces internes à cet élément. On lui affecte un comportement non linéaire de type choc (raideur) via la loi de comportement `DIS_CONTACT` de la commande `DEFI_MATERIAU`.

L'épaisseur de matière entourant le nœud de choc dans la direction considérée est précisée par l'opérande `DIST_1` de la commande `DEFI_MATERIAU`. Dans le cas traité, on choisit `DIST_1` = 0.4495 et `JEU` = 0.45 pour qu'à l'instant initial, le nœud de choc et l'obstacle soient séparés du jeu  $j = 5 \cdot 10^{-4}$  mm (cf. [Figure 5.1-a]).

Le chargement sismique, dû aux déplacements imposés du nœud NO1, est calculé par l'opérateur `CALC_CHAR_SEISME`. On crée ensuite un concept `charge` à partir de l'opérande `VECT_ASSE` de la commande `AFFE_CHAR_MECA`.

On utilise le schéma d'intégration de `NEWMARK` de `DYNA_NON_LINE` avec un pas de temps de  $10^{-3}$  s et les paramètres par défaut.

**Modélisation du problème 2 :**



**Figure 5.1-b : Modélisation de deux systèmes masse-ressort qui s'entrechoquent**

Le nœud NO1 est soumis à une accélération imposée  $\gamma_1(t)$ , le nœud NO4 à  $\gamma_2(t) = -\gamma_1(t)$ . On calcule les déplacements relatif et absolus des nœuds NO2 et NO3, leur déplacement d'entraînement et leur déplacement absolu.

Les éventuels chocs entre les deux poutres sont pris en compte comme étant des forces internes à un élément à deux nœuds. On affecte à cet élément un comportement non linéaire de type choc (raideur) via le mot clé RIGI\_NOR de la loi de comportement DIS\_CONTACT de la commande DEFI\_MATERIAU. La direction normale de contact est l'axe local x de l'élément discret à deux nœuds.

Les épaisseurs de matière entourant les nœuds de choc dans la direction considérée sont précisées par les opérandes DIST\_1 et DIST\_2 de la commande DEFI\_MATERIAU. Dans le cas traité, on choisit DIST\_1 = DIST\_2 = 0.4495 pour qu'à l'instant initial, les deux nœuds de choc soient séparés du jeu J = 2. j = 10<sup>-3</sup> m (cf. [Figure 5.1-a]).

Le chargement sismique, dû aux déplacements imposés des ancrages (nœud NO1 et NO4, est calculé par l'opérateur CALC\_CHAR\_SEISME. On crée un concept charge à partir de l'opérande VECT\_ASSE de la commande AFFE\_CHAR\_MECA.

L'intégration temporelle est réalisée avec l'algorithme de Newmark et un pas de temps de 10<sup>-3</sup> s. Les calculs sont archivés tous les 8 pas de temps.

On considère un amortissement réduit  $\xi$  de 7% pour l'ensemble des modes calculés (mot-clé AMOR\_MODAL de l'opérateur DYNA\_NON\_LINE).

## 5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage associé au modèle bichoc est constitué de 4 nœuds et de 3 mailles de type DIS\_T.

## 5.3 Fonctionnalités testées

### Commandes

AFFE_MODELE	GROUP_MA	'MECANIQUE'	'DIS_T'
AFFE_CARA_ELEM	DISCRET	GROUP_MA	M_T_D_N
		GROUP_MA	K_T_D_L
DEFI_MATERIAU	DIS_CONTACT	DIST_1	
		DIST_2	
		JEU	
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	GROUP_NO	
	VECT_ASSE		
MODE_STATIQUE	DDL_IMPO		
CALC_CHAR_SEISME	MULTI_APPUI		
DYNA_NON_LINE	AMOR_MODAL		
	MODE_STAT		
	EXCIT	MULT_APPUI	'OUI'
	COMP_INCR	DIS_CHOC	
RECU_FONCTION	SIEF_ELGA		
	DEPL		
	DEPL_ABSOLU		
CALC_FONCTION	MAX		
	COMB		



## 6 Résultats de la modélisation B

### 6.1 Valeurs testées de la modélisation B

On calcule la fonction `diff` définie comme étant la différence entre le déplacement absolu du nœud NO2 et celui du nœud no2. Et on vérifie qu'elle est bien nulle pour différents instants.

Temps (s)	Référence	Aster	Erreur absolue
0,1	0,0	1,7144E-17	1,71E-17
0,2	0,0	-5,1386E-16	-5,14E-16
0,3	0,0	5,1365E-16	5,14E-16
0,4	0,0	2,1570E-15	2,16E-15
0,5	0,0	-2,7105E-19	-2,71E-19

On teste également la valeur maximale de la force d'impact au nœud NO2.

Type d'impact	Référence	Aster	Erreur relative
contre une paroi rigide	6,29287E+02	6,29292E+02	7,21E-06
entre deux structures mobiles	6,29287E+02	6,29292E+02	7,21E-06

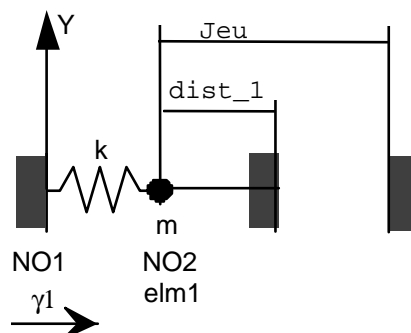
## 7 Modélisation C

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation C est avant tout un test de `DYNA_TRAN_EXPLI`, dont les résultats sont comparés avec `DYNA_NON_LINE`.

Les systèmes masse-ressort sont modélisés, comme dans la modélisation A, par un élément discret à 3 degrés de liberté `DIS_T`. Seule la modélisation à un degré de liberté est testée.

**Modélisation du problème :**



**Figure 7.1-a : Modélisation d'un système masse-ressort impactant une paroi rigide**

Le nœud NO1 est soumis à une accélération imposée  $\gamma_1(t)$ . On calcule le déplacement relatif du nœud NO2, son déplacement d'entraînement et son déplacement absolu.

Un élément de type `DIST_T` sur une maille `POI1` est retenu pour simuler l'impact de la poutre sur une paroi rigide : les éventuels chocs entre la poutre et l'obstacle sont pris en compte comme étant des forces internes à cet élément. On lui affecte un comportement non linéaire de type choc (raideur) via la loi de comportement `DIS_CONTACT` de la commande `DEFI_MATERIAU`.

L'épaisseur de matière entourant le nœud de choc dans la direction considérée est précisée par l'opérande `DIST_1` de la commande `DEFI_MATERIAU`. Dans le cas traité, on choisit `DIST_1` = 0.4495 et `JEU` = 0.45 pour qu'à l'instant initial, le nœud de choc et l'obstacle soient séparés du jeu  $j = 5 \cdot 10^{-4}$  mm (cf. [Figure 5.1-a]).

Le chargement sismique, dû aux déplacements imposés du nœud NO1, est calculé par l'opérateur `CALC_CHAR_SEISME`. On crée ensuite un concept `charge` à partir de l'opérande `VECT_ASSE` de la commande `AFFE_CHAR_MECA`.

On utilise le schéma d'intégration de NEWMARK explicite de type `DIFFERENCES CENTREES` avec un pas de temps de  $10^{-3}$  s. Le calcul par `DYNA_TRAN_EXPLI` est effectué dans l'espace modal, la non-linéarité étant due au choc et donc demeurant locale.

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage associé au modèle est constitué de 2 nœuds, d'une maille `SEG2` de type `DIS_T` et d'une maille ponctuelle `POI1` de type `DIS_T`.

## 7.3 Fonctionnalités testées

### Commandes

AFFE_MODELE	GROUP_MA	'MECANIQUE '	'DIS_T'
AFFE_CARA_ELEM	DISCRET	GROUP_MA	M_T_D_N
		GROUP_MA	K_T_D_L
DEFI_MATERIAU	DIS_CONTACT	DIST_1	
		DIST_2	
		JEU	
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO	GROUP_NO	
	VECT_ASSE		
MODE_STATIQUE	DDL_IMPO		
CALC_CHAR_SEISME	MONO_APPUI		'OUI '
DYNA_NON_LINE	AMOR_MODAL		
	MODE_STAT		
	COMP_INCR	DIS_CHOC	
DYNA_TRAN_EXPLI	AMOR_MODAL		
	PROJ_MODAL		
	COMP_INCR	DIS_CHOC	
RECU_FONCTION			

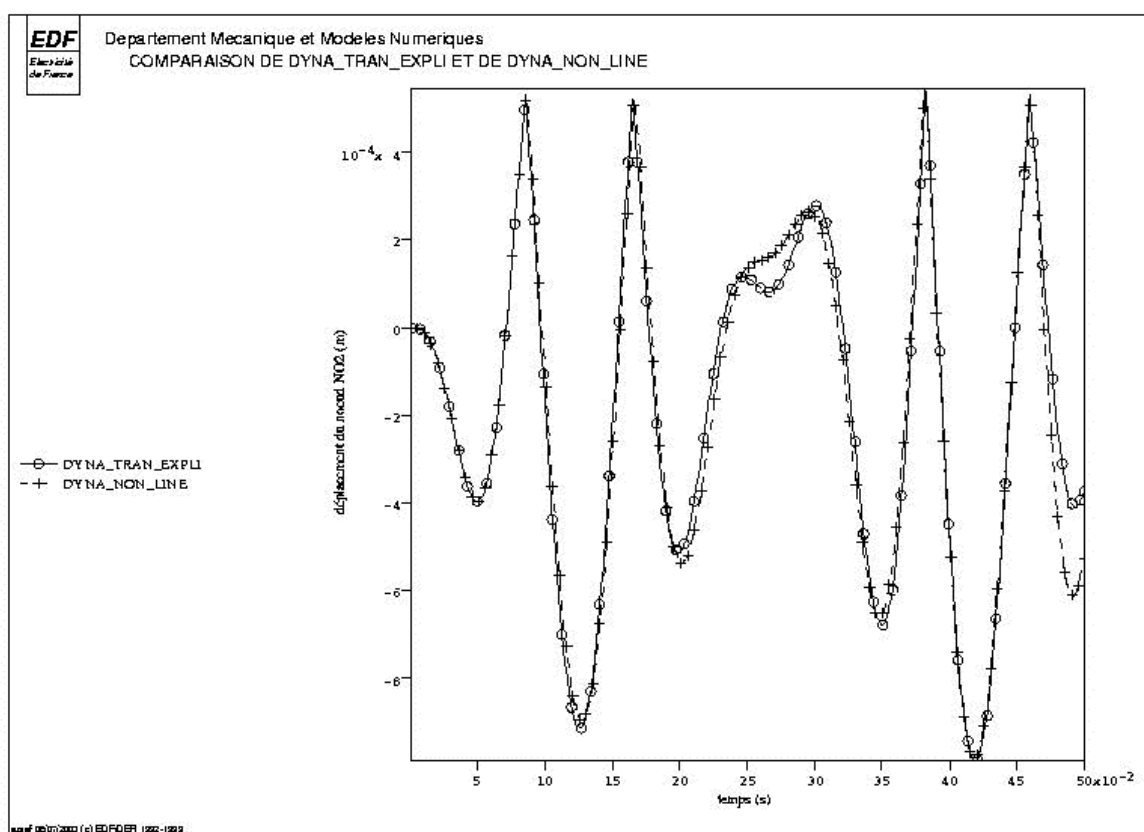
## 8 Résultats de la modélisation C

### 8.1 Valeurs testées de la modélisation C

Le calcul est non-linéaire à cause du choc et on ne dispose pas de solution analytique. On teste donc le calcul sur des valeurs de non-régression sur le déplacement selon x du nœud NO2.

Temps (s)	Référence	Aster	Erreur relative
0,1	-15,6520E-3	-15,6520E-3	<1E-3%
0,2	-51,4832E-3	-51,4832E-3	<1E-3%
0,3	28,1291E-3	28,1291E-3	<1E-3%
0,4	-44,9343E-3	-44,9343E-3	<1E-3%
0,5	-37,7508E-3	-37,7508E-3	<1E-3%

On compare les déplacements absolus issus de DYNA\_TRAN\_EXPLI avec ceux donnés par DYNA\_NON\_LINE.



## 9 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus avec le *Code\_Aster* sont conformes à ceux attendus (erreur inférieure au millième).

Sur cet exemple, le calcul non linéaire direct est beaucoup plus coûteux en temps de calcul, d'un facteur 20, que celui sur base modale.

La modélisation C montre que l'on obtient bien des résultats semblables avec une méthode d'intégration temporelle explicite (DYNA\_TRAN\_EXPLI) et implicite (DYNA\_NON\_LINE).

Page laissée intentionnellement blanche.