

Manuel de Validation
Fascicule V2.02 : Dynamique linéaire des poutres
Document V2.02.101

SDLL101 - Vibration d'une poutre avec pré-contrainte

Résumé :

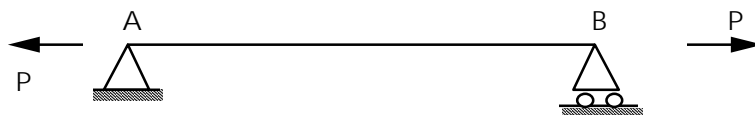
Ce problème plan consiste à chercher les fréquences de vibration d'une structure mécanique composée d'une poutre élancée, de section circulaire, sous tension encastree-glissière. Ce test de Mécanique des Structures correspond à une analyse dynamique d'un modèle linéique ayant un comportement linéaire. Ce test comporte deux modélisations.

Dans la première modélisation, on teste l'élément de poutre de Timoshenko soumis à une précontrainte, le calcul de la rigidité géométrique et le calcul des fréquences propres par la méthode de Lanczos. Dans la deuxième modélisation, on teste l'élément de poutre d'Euler-Bernouilli soumis à une précontrainte, le calcul de la rigidité géométrique et le calcul des fréquences propres par la méthode de Bathe et Wilson.

Les résultats obtenus sont en bon accord avec les résultats du guide VPCS. On remarque un décalage vers le haut des fréquences de vibration quand la précontrainte dans la poutre augmente.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Section circulaire pleine
diamètre d : 0.01 m

Longueur de la poutre
 L : 2 m

1.2 Propriétés de matériaux

$$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$$

$$\nu = 0.3$$

$$\rho = 7\,800. \text{ kg/m}^3$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Poutre posée-posée,
- 4 chargements sont étudiés $P = 0.$, $P = 10.$, $P = 100.$, $P = 1\,000.$ N

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

L'équation de vibration d'une poutre précontrainte est :

$$EI_z \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + P \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\rho S \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

précontrainte de traction si $P > 0$, de compression si $P < 0$, et conduit aux fréquences propres de flexion (hypothèse d'Euler-Bernoulli)

$$f_i = \frac{i^2 \pi}{2 L^2} \left(1 + \frac{PL^2}{EI_z i^2 \pi^2} \right)^{1/2} \left(\frac{EI_z}{\rho S} \right)^{1/2} \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

2.2 Résultats de référence

5 premières fréquences propres.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique (hypothèse des poutres d'Euler-Bernoulli).

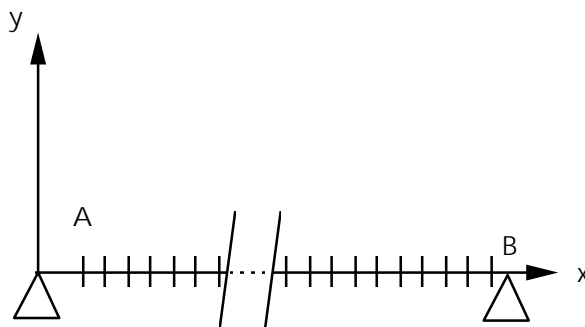
2.4 Références bibliographiques

- [1] Robert D. BLEVINS Formulas for natural frequency and mode shape - 1979 p.144 (formule 8.20 rectifiée).

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Éléments de poutre `POU_D_T` (Poutre droite de Timoshenko)



Découpage : 10 éléments de poutre

nœud A : translations en x et y bloqués
nœud B : translation en y bloqué.

Remarque :

La force P appliquée en B engendre une réaction $-P$ en A.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21
Nombre de mailles et types : 20 SEG2

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_CARA_ELEM	POUTRE	'CERCLE'		[U4.24.01]
AFFE_CHAR_MECA	FORCE_NODALE	NOEUD		[U4.25.01]
	DDL_IMPO			
AFFE_MATERIAU	TOUT			[U4.23.02]
AFFE_MODELE	'MECANIQUE'	'POU_D_T'	'TOUT'	[U4.22.01]
DEFI_MATERIAU	ELAS			[U4.23.01]
CALC_MATR_ELEM	OPTION	'RIGI_GEOM'		[U4.41.01]
	SIEF_ELGA			
CALC_VECT_ELEM	OPTION	CHAR_MECA		[U4.41.02]
CALC_CHAM_ELEM	DEPL			[U4.61.01]
	OPTION	SIEF_ELGA_DEPL		
MODE_ITER_SIMULT	METHODE	'TRI_DIAG'		[U4.52.02]
	CALC_FREQ	OPTION		
		NMAX_FREQ	'PLUS_PETITE'	
COMB_MATR_ASSE				[U4.53.01]

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Pré contrainte / ordre du mode propre		Référence	Aster	% différence
P = 0	1	4.97137	4.9711	0.01
	2	19.8851	19.8829	0.01
	3	44.7414	44.7320	0.02
	4	79.5403	79.5203	0.02
	5	124.2818	124.2706	0.01
P = 10	1	5.0728	5.0727	0.0
	2	19.9874	19.9852	0.01
	3	44.8439	44.8345	0.02
	4	79.6429	79.6229	0.03
	5	124.3844	124.3732	0.01
P = 100	1	5.9090	5.9088	0.00
	2	20.8860	20.8839	0.01
	3	45.7561	45.7467	0.02
	4	80.5600	80.5400	0.03
	5	125.3037	125.2923	0.01
P = 1 000	1	11.2577	11.2576	0.00
	2	28.3462	28.3442	0.01
	3	54.0370	54.0281	0.02
	4	89.2134	89.1935	0.02
	5	134.1511	134.1379	0.01

4.2 Paramètres d'exécution

Version : 3.02.21

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 8 mégamots

Système :

Temps CPU User :

UNICOS 8.0

10 secondes

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments de poutre POU_D_E (Poutre d'Euler-Bernoulli)



Découpage : 19 éléments de poutre
nœud A : translations en x et y bloqués
nœud B : translation en y bloqué.

Remarque :

La force P appliquée en B engendre une réaction - P en A.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21
Nombre de mailles et types : 20 SEG2

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_CARA_ELEM	POUTRE	'CERCLE '		[U4.24.01]
AFFE_CHAR_MECA	FORCE_NODALE	NOEUD		[U4.25.01]
	DDL_IMPO			
AFFE_MATERIAU	TOUT			[U4.23.02]
AFFE_MODELE	'MECANIQUE '	'POU_D_T '	'TOUT '	[U4.22.01]
DEFI_MATERIAU	ELAS			[U4.23.01]
CALC_MATR_ELEM	OPTION	'RIGI_GEOM '		[U4.41.01]
	SIEF_ELGA			
CALC_VECT_ELEM	OPTION	CHAR_MECA		[U4.41.02]
CALC_CHAM_ELEM	DEPL			[U4.61.01]
	OPTION	SIEF_ELGA_DEPL		
MODE_ITER_SIMULT	METHODE	'JACOBI '		[U4.52.02]
	CALC_FREQ	OPTION	'PLUS_PETITE '	
		NMAX_FREQ		
COMB_MATR_ASSE				[U4.53.01]

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Pré contrainte / ordre du mode propre		Référence	Aster	% différence
P = 0	1	4.97137	4.9713	0.00
	2	19.8851	19.8853	0.00
	3	44.7414	44.7439	0.01
	4	79.5403	79.5574	0.02
	5	124.2818	124.3594	0.06
P = 10	1	5.0728	5.0728	0.00
	2	19.9874	19.9876	0.00
	3	44.8439	44.8464	0.01
	4	79.6429	79.6599	0.02
	5	124.3844	124.4619	0.06
P = 100	1	5.9090	5.9090	0.00
	2	20.8860	20.8862	0.00
	3	45.7561	45.7585	0.01
	4	80.5600	80.5768	0.02
	5	125.3037	125.3807	0.06
P = 1 000	1	11.2577	11.2577	0.00
	2	28.3462	28.3463	0.00
	3	54.0370	54.0391	0.00
	4	89.2134	89.2287	0.02
	5	134.1511	134.2234	0.05

6.2 Paramètres d'exécution

Version : 3.02.21

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 8 mégamots

Système :

Temps CPU User :

UNICOS 8.0

11 secondes

7 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus sont en bon accord avec les résultats de référence. On remarque bien que les fréquences de vibration augmentent quand la précontrainte augmente.