

**Manuel de Validation****Fascicule V7.22 : Thermo-mécanique statique non linéaire des structures volumiques****Document : V7.22.104**

# **HSNV104 - Thermo-plasticité et métallurgie en déformations planes avec restauration d'écrouissage**

---

**Résumé :**

On traite la détermination de l'évolution mécanique d'un parallélépipède rectangle en déformations planes soumis à des évolutions thermique  $T(t)$  et métallurgique  $Z(t)$  connues et uniformes (la transformation métallurgique est de type bainitique).

Les éléments utilisés sont des éléments bidimensionnels en déformations planes et la relation de comportement est la plasticité de von Mises avec écrouissage isotrope linéaire. On tient compte de la restauration d'écrouissage, mais non de la plasticité de transformation.

Le coefficient de dilatation  $\alpha$  dépend de la composition métallurgique.

La solution de référence est obtenue par la résolution analytique du problème.

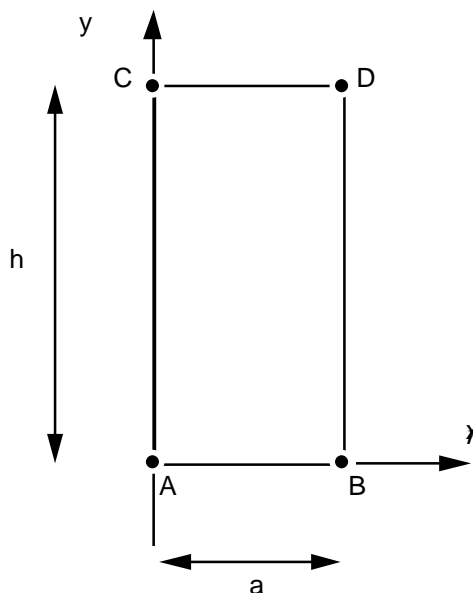
Les résultats fournis par le *Code\_Aster* sont très satisfaisants avec des erreurs inférieures à 0,8%.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Largeur :  $a = 0.05 \text{ m}$ .

Hauteur :  $h = 0.2 \text{ m}$ .



### 1.2 Propriétés des matériaux

$$E = 200000 \cdot 10^6 \text{ Pa} \quad \alpha^{fbm} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad \text{notons } H(t) = \frac{\alpha(T) \cdot E(T)}{E(T) - \alpha(T)}$$

$$v = 0.3 \quad \alpha_o^{aust} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad H^{aust} = 2000 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$\epsilon_{ref_{fbm}} = 2.52 \cdot 10^{-3} \quad T^{ref} = 900 \text{ } ^\circ\text{C} \quad H^{fbm} = 2000 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$cp = 2000000 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\lambda = 9999.9 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$$

- $*^{aust}$  = caractéristiques relatives à la phase austénitique,
- $*^{fbm}$  = caractéristiques relatives aux phases ferritique, bainitique et martensitique,
- $\alpha_{fbm}$  = coefficient de dilatation thermique des phases ferritique, bainitique et martensitique,
- $\alpha_{aust}$  = coefficient de dilatation de la phase austénitique
- $\epsilon_{ref_{fbm}}$  = déformation des phases ferritique, bainitique et martensitique à la température de référence, l'austénite étant considérée comme non déformée à cette température : traduit la différence de compacité entre les structures cristallographiques cubiques à faces centrées (austénite) et cubiques centrées (ferrite).

TRC pour modéliser une évolution métallurgique de type bainitique, sur toute la structure, de la forme :

$$Z_{fbm} = \begin{cases} 0. & \text{si } t \leq \tau_1 & \tau_1 = 60 \text{ s} \\ \frac{t - \tau_1}{\tau_2 - \tau_1} & \text{si } \tau_1 \leq t < \tau_2 & \tau_2 = 112 \text{ s} \\ 1. & \text{si } t \geq \tau_2 \end{cases}$$

Loi de plasticité de transformation :  $\dot{\epsilon}^{pt} = K^{fbm} F(Z_{fbm}) \langle \dot{Z}_{fbm} \rangle$

$$\text{avec } F(Z_{fbm}) = Z_{fbm} (Z - Z_{fbm})$$

on ne tient pas compte de la plasticité de transformation donc on prend  $K^{fbm} = 0$

Notations :  $T(\tau_1) = T_1$

$T(\tau_2) = T_2$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

- $u_Y = 0$  sur le côté AB ;  $u_X = 0$  en A.
- $T = T^o + \mu t$ ,  $\mu = -5^\circ\text{C.s}^{-1}$  sur toute la structure.
- Le chargement sur la structure est dû aux phénomènes de dilatation thermique et métallurgique contraints dans la direction z par la condition de déformations planes.

### 1.4 Conditions initiales

$$T^o = 900^\circ\text{C} = T^{ref}$$

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

**Avant transformation**, solution thermo-élastique jusqu'en  $t_1$  tel que en  $t_1$  :

$$\sigma_{zz} = -E\varepsilon^{th} = \sigma_y \Leftrightarrow T - T^0 = \frac{-\sigma_y^{aust}}{E\alpha + a} = -100^\circ C$$

$$\Leftrightarrow t_1 = 20s$$

$$\text{donc pour } t \leq t_1 \quad \sigma_{zz} = -E\alpha_\gamma(T - T^0)$$

**Avant transformation**, et pour  $t \geq t_1$ , solution thermo-élasto-plastique telle que :

$$\begin{cases} \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{zz}^{th} + \varepsilon_{zz}^p + \frac{\sigma}{E} = 0 \\ \sigma_{zz} = R_0 \varepsilon_{zz}^p + \sigma_y \end{cases}$$

$$\text{d'où } \sigma \left( \frac{1}{R_0^{aust}} + \frac{1}{E} \right) = \frac{\sigma_y^{aust}}{R_0^{aust}} - \alpha_\gamma(T - T^0) \quad \text{et} \quad \varepsilon_{zz}^p = p = \frac{\sigma - \sigma_y}{R_0^{aust}}$$

**Pendant la transformation**, on est en régime élastique, on a donc une solution thermo-élastique avec changement de phase.

$$\sigma = -E \left[ \alpha(T - T^0) + Z\varepsilon_{réf_{fbm}} + \varepsilon_{zz}^p(\tau_1) \right]$$

**Après la transformation**, on a toujours une solution thermo-élastique jusqu'en  $t_2$ .

$$\text{En } t_2 : \sigma_{zz} = R(T, Z, \varepsilon^{eff}) + \sigma_y(T, Z)$$

A cause de la restauration d'écroissage et du fait qu'on était en régime élastique pendant toute la transformation :  $R = 0$  avant replastification.

On a donc en  $t_2$  :

$$\sigma_{zz} = -E \left[ \alpha(T - T^0) + \varepsilon_{réf_{fbm}} + \varepsilon_{zz}^p(\tau_1) \right] = \sigma_y^{fbm} \Leftrightarrow (T - T^0) = -\frac{\left[ \sigma_y^{fbm} + E(\varepsilon_{réf_{fbm}} + \varepsilon_{zz}^p(\tau_1)) \right]}{E\alpha}$$

$$\Leftrightarrow (T - T^0) = -624^\circ C \quad t_2 \approx 125s$$

Pour  $T < 276^\circ\text{C}$  on a une solution thermo-élasto-plastique telle que :

$$\begin{cases} \varepsilon_{zz} = \varepsilon^{th} + \frac{\sigma}{E} + \varepsilon_{zz}^p(t) \\ \sigma_{zz} = R_0 [\varepsilon_{zz}^p(t) - \varepsilon_{zz}^p(\tau_1)] + \sigma_y \end{cases}$$

$$\text{d'où } \sigma \left( \frac{1}{R_0^{fbm}} + \frac{1}{E} \right) = \frac{\sigma_y^{fbm}}{R_0^{fbm}} - \alpha(T - T^0) - \varepsilon_{ref_{fbm}} - \varepsilon_{zz}^p(\tau_1)$$

## 2.2 Résultats de référence

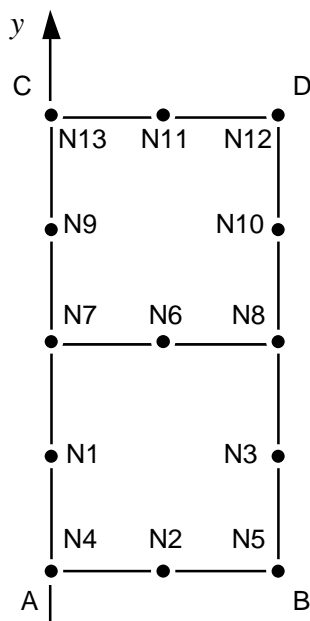
$$\begin{aligned} \sigma_{zz}, \quad \varepsilon_{\gamma}^{eff} \text{ et } \varepsilon_{\alpha}^{eff} & \text{ à } t = 60s \\ \sigma_{zz}, \quad \varepsilon_{\gamma}^{eff} \text{ et } \varepsilon_{\alpha}^{eff} & \text{ à } t = 89s \\ \sigma_{zz}, \quad \varepsilon_{\gamma}^{eff} \text{ et } \varepsilon_{\alpha}^{eff} & \text{ à } t = 112s \\ \sigma_{zz}, \quad \varepsilon_{\gamma}^{eff} \text{ et } \varepsilon_{\alpha}^{eff} & \text{ à } t = 176s \end{aligned}$$

## 2.3 Bibliographie

- [1] DONORE A.M. - WAECKEL F. - Influence des transformations structurales dans les lois de comportement élasto-plastiques Note HI-74/93/024.
- [2] DONORE.A.M. - WAECKEL.F. - RAZAKANAIVO.A. - Doc. Aster [R4.04.02].

3 Modélisation

3.1 Caractéristiques de la modélisation



A = N4, B = N5, C = N13, D = N12.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 13.  
Nombre de mailles et types : 2 mailles QUAD8, 6 mailles SEG3.

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
DEFI_MATERIAU	META_THER			[U4.23.01]
THER_LINEAIRE	OPTION	META_ELGA_TEMP		[U4.23.05]
DEFI_MATERIAU	META_MECA_FO			[U4.23.01]
	META_RE			
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	META_EP_RE	[U4.32.01]
CALC_ELEM	OPTION	EPSI_ELNO_DEPL		[U4.61.01]
RECU_CHAMP	NOM_CHAM	VARI_ELNO_ELGA		[U4.62.01]

## 4 Résultats

### 4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
$\sigma_{zz}$ t = 60s	4.0792E8	4.080E8	0.02%
$\varepsilon_{\gamma}^{eff}$ t = 60s	3.9604E-3	3.9599E-3	-0.02%
$\varepsilon_{\alpha}^{eff}$ t = 60s	0.	0.	0.0%
$\sigma_{zz}$ t = 89s	7.0684E8	7.0152E8	-0.752%
$\varepsilon_{\gamma}^{eff}$ t = 89s	3.9604E-3	3.9599E-3	-0.01%
$\varepsilon_{\alpha}^{eff}$ t = 89s	0.	0.	0.0%
$\sigma_{zz}$ t = 112s	9.4392E8	9.44E8	0.008%
$\varepsilon_{\gamma}^{eff}$ t = 112s	0.	0.	0.
$\varepsilon_{\alpha}^{eff}$ t = 112s	0.	0.	0.
$\sigma_{zz}$ t = 176s	12.101E8	12.102E8	0.012%
$\varepsilon_{\gamma}^{eff}$ t = 176s	0.	0.	0.
$\varepsilon_{\alpha}^{eff}$ t = 176s	5.068921E-3	5.0688E-3	-0.002%

### 4.2 Remarques

Dans cette modélisation :

$$\varepsilon_{zz}^{pt}(T, Z) = 0$$

L'erreur sur  $\sigma_{zz}$  à 89 secondes provient en fait de l'erreur commise sur la description numérique de la transformation métallurgique qui est, à cet instant, d'environ 56%.

### 4.3 Paramètres d'exécution

Version : 4.02.14

Machine : CRAY C90

Encombrement mémoire : 8 mégamots Temps CPU User : 188.88 secondes

## 5 Synthèse des résultats

---

Les résultats trouvés avec le *Code\_Aster* sont très satisfaisants, avec des pourcentages d'erreur inférieurs à 0.8%.