

Manuel de Validation**Fascicule V6.04 : Statique non linéaire des structures volumiques****Document V6.04.143**

SSNV143 - Traction biaxiale avec la loi de comportement `BETON_DOUBLE_DP`

Résumé :

Ce cas de validation est destiné à vérifier le modèle de comportement 3D `BETON_DOUBLE_DP` formulé dans le cadre de la thermo-plasticité, pour la description du comportement non linéaire du béton, en traction, et en compression, avec la prise en compte des variations irréversibles des caractéristiques thermiques et mécaniques du béton, particulièrement sensibles à haute température.

La description de la fissuration est traitée dans le cadre de la plasticité, à l'aide d'une équivalence énergétique, en identifiant la densité d'énergie de fissuration en mode I, avec le travail plastique d'un milieu homogène équivalent, où la déformation plastique est uniformément répartie, dans une zone "élémentaire". Cette approche préserve la continuité de la formulation du modèle, sur l'ensemble de son comportement, et contribue à éviter les difficultés numériques possibles lors du changement d'état du matériau.

La sensibilité pathologique de la solution numérique à la discrétisation spatiale (maillage), engendrée par l'introduction d'un comportement adoucissant du béton en traction et en compression, est partiellement résolue en introduisant une énergie de fissuration ou de rupture, dépendant d'une longueur caractéristique l_c , liée à la taille des éléments.

Le cas test comprend deux modélisations 3D, le chargement consiste en une charge suivie d'une décharge.

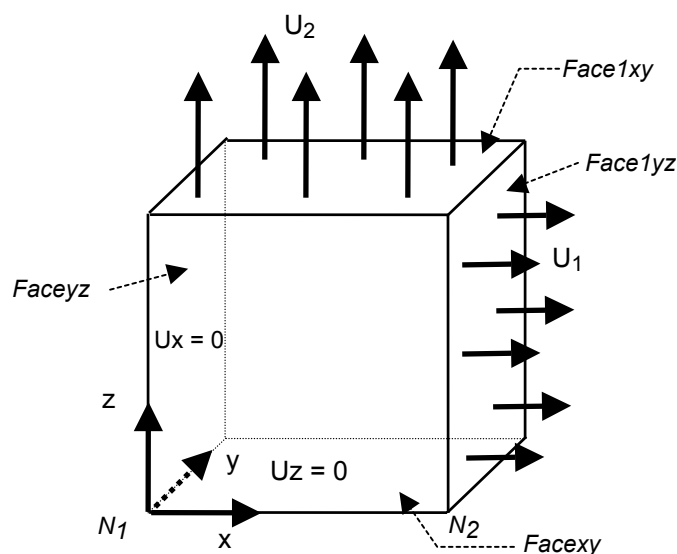
1 Problème de référence

1.1 Géométrie

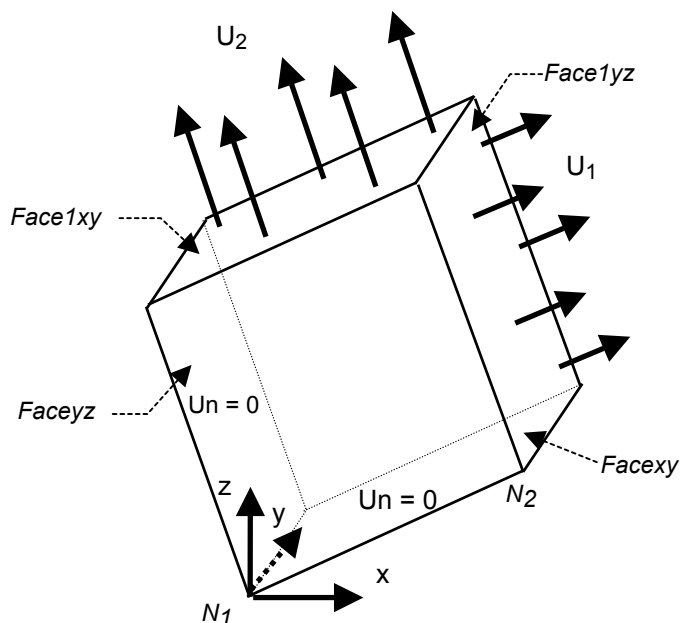
Il s'agit d'un cube à 8 nœuds, dont deux faces ont un déplacement normal nul, et les deux faces opposées ont un déplacement normal imposé, différent l'un de l'autre d'un coefficient 2.

Le cube fait 1 mm de côté. Les cas tests sont composés d'une charge, suivie d'une décharge. Dans la modélisation A, le cube est orienté suivant le repère Oxyz. Dans la modélisation B, il est tourné de 30° par autour de l'axe Oy.

Modélisation A



Modélisation B



$$U_2 = 2.U_1$$

1.2 Propriétés de matériaux

Pour tester l'évolution des caractéristiques mécaniques de façon irréversible avec la température, on applique un champ de température décroissant. Certaines variables dépendent de la température, d'autres du séchage. Enfin, on applique un coefficient de retrait de dessiccation non nul, égal au coefficient de dilatation thermique, pour tester le fonctionnement "informatique". Les déformations thermiques seront ainsi égales et opposées aux déformations de retrait de dessiccation. Ces dépendances n'interviennent que pour des vérifications purement informatique, les caractéristiques mécaniques peuvent être considérées comme constantes.

Pour les caractéristiques mécaniques linéaires usuelles :

Module d'Young :	$E = 32\,000\text{ MPa}$	de	0°C à 20°C
	$E = 15\,000\text{ MPa}$	à	400°C (décroissance linéaire)
	$E = 5\,000\text{ MPa}$	à	800°C (décroissance linéaire)
Coefficient de Poisson :	$\nu = 0.18$		
Coefficient de dilatation thermique :	$\alpha = 10^{-5}$		
Coefficient de retrait de dessiccation :	$\kappa = 10^{-5}$		

Pour les caractéristiques mécaniques non linéaires du modèle *BETON_DOUBLE_DP*:

Résistance en compression uniaxiale :	$f_c = 40\text{ N/mm}^2$	de	0°C à 400°C
	$f_c = 15\text{ N/mm}^2$	à	800°C (décroissance linéaire)
Résistance en traction uniaxiale :	$f_t = 4\text{ N/mm}^2$	de	0°C à 400°C
	$f_t = 1.5\text{ N/mm}^2$	à	800°C (décroissance linéaire)
Rapport des résistances en compression biaxiale/compression uniaxiale :	$\beta = 1.16$		
Énergie de rupture en compression :	$G_c = 10\text{ Nmm/mm}^2$		
Énergie de rupture en traction :	$G_t = 0.1\text{ Nmm/mm}^2$		
Rapport de la limite d'élasticité à la résistance en compression uniaxiale :	30%		

1.3 Conditions aux limites et chargements mécaniques

Champ de température décroissant de 20°C à 0°C .

Face inférieure du cube (facexy) :	bloquée suivant oz.
Face supérieure du cube (face1xy) :	déplacement 0.30 mm imposé suivi d'une décharge de 0.1 mm
Face gauche du cube (faceyz) :	bloquée suivant ox.
Face droite du cube (face1yz) :	déplacement 0.15 mm imposé suivi d'une décharge de 0.05 mm
Nœuds inférieurs face avant (N_1, N_2) :	bloqué suivant oy (Suppression des mouvements de corps solide).

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est calculée de façon semi-analytique, sachant qu'en traction, seul le critère de traction est activé. Il faut donc résoudre un système d'une équation à une inconnue, qui permet d'obtenir par dichotomie par exemple, la déformation plastique cumulée en traction. Celle-ci permet de calculer ensuite déformations et contraintes. Ceci est possible, connaissant le déplacement, et donc la déformation dans les deux directions imposées. Le déplacement dans la troisième direction est alors une inconnue du problème.

La solution de référence est calculée uniquement en traction. La solution est déterminée par un programme de résolution par dichotomie en fortran indépendant. En compression, en décharge, la solution exacte n'a pas été recalculée, et constitue une solution de non régression du code, liée à la version 5.02.14.

Pour la modélisation B, les résultats se déduisent par rotation du tenseur de contrainte de la modélisation A, du repère intrinsèque du cube au repère utilisateur, le champ de contrainte des deux configurations étant identique dans le repère intrinsèque du cube.

2.2 Calcul de la solution de référence de référence

Pour plus de détails sur les notations et la mise en équation, on se reportera au document de référence. Seules, les principales équations sont rappelées ici.

On note "a", le déplacement imposé suivant la direction x, et "2.a" le déplacement imposé suivant la direction z. Le tenseur de déformation est de la forme (a, ϵ_y , 2.a, 0., 0., 0.) en prenant les notations usuelles du *Code_Aster* (trois composantes principales, trois composantes de cisaillement).

Le tenseur de contrainte est de la forme (σ_x , 0., σ_z , 0., 0., 0.), dans la modélisation A.

Le critère de traction s'exprime sous la forme :

$$f_{trac} = \frac{\tau_{oct} + c \cdot \sigma_{oct}}{d} - f_t(\lambda_t) = \frac{\sqrt{2}}{3d} \sigma^{eq} + \frac{c}{d} \sigma_H - f_t(\lambda_t)$$

Les équations constitutives sont écrites en distinguant la partie isotrope de la partie déviatorique des tenseurs de contraintes et de déformations.

$$\sigma_H = \frac{1}{3} tr(\sigma) \quad s = \sigma - \frac{1}{3} tr(\sigma) I \quad \epsilon_H = \frac{1}{3} tr(\epsilon) \quad \tilde{\epsilon} = \epsilon - \frac{1}{3} tr(\epsilon) I$$

$$\sigma = s + \sigma_H I$$

$$\epsilon = \tilde{\epsilon} + \epsilon_H I$$

La contrainte équivalente s'écrit alors : $\sigma^{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} tr(s)}$

Dans le cas d'une formulation incrémentale, et d'une loi de comportement variable, en notant avec un exposant "e" les composantes élastiques de la contrainte et de la déformation, on obtient :

$$s^e = \frac{\mu^+}{\mu^-} s^- + 2\mu^+ \Delta \tilde{\epsilon} \quad \text{et} \quad \sigma_H^e = \frac{K^+}{K^-} \sigma_H^- + 3K^+ \Delta \epsilon_H$$

Les critères en compression et en traction s'expriment de la manière suivante :

$$f_{comp} = \frac{\tau_{oct} + a \cdot \sigma_{oct}}{b} - f_c(\lambda_c) = \frac{\sqrt{2}}{3b} \sigma^{eq} + \frac{a}{b} \sigma_H - f_c(\lambda_c)$$

$$f_{trac} = \frac{\tau_{oct} + c \cdot \sigma_{oct}}{d} - f_t(\lambda_t) = \frac{\sqrt{2}}{3d} \sigma^{eq} + \frac{c}{d} \sigma_H - f_t(\lambda_t)$$

Les déformations plastiques en traction et en compression s'expriment :

$$\Delta \tilde{\epsilon}^p_c = \frac{\Delta \lambda_c}{\sqrt{2}b} \frac{s}{\sigma^{eq}} \quad \Delta \epsilon^p_{H_c} = \Delta \lambda_c \frac{a}{3b}$$

$$\Delta \tilde{\epsilon}^p_t = \frac{\Delta \lambda_t}{\sqrt{2}d} \frac{s}{\sigma^{eq}} \quad \Delta \epsilon^p_{H_t} = \Delta \lambda_t \frac{c}{3d}$$

On obtient pour la contrainte :

$$s = s^e - 2\mu^+ (\Delta \tilde{\epsilon}^p_c + \Delta \tilde{\epsilon}^p_t) \quad \sigma_H = \sigma_H^e - 3K^+ (\Delta \epsilon^p_{H_c} + \Delta \epsilon^p_{H_t})$$

$$s = \left(1 - 2\mu^+ \left(\frac{\Delta \lambda_c}{\sqrt{2}b} + \frac{\Delta \lambda_t}{\sqrt{2}d} \right) \frac{1}{\sigma^{eq}} \right) s^e \quad \sigma_H = \sigma_H^e - 3K^+ \left(\Delta \lambda_c \frac{a}{3b} + \Delta \lambda_t \frac{c}{3d} \right)$$

pour la contrainte équivalente :

$$\sigma^{eq} = \sigma^{eq,e} - 2\mu^+ \left(\frac{\Delta \lambda_c}{\sqrt{2}b} + \frac{\Delta \lambda_t}{\sqrt{2}d} \right)$$

Les deux critères conduisent alors à un système de deux équations à deux inconnues $\Delta \lambda_c$ et $\Delta \lambda_t$ à résoudre :

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{3b} \sigma^{eq} + \frac{a}{b} \sigma_H^e - \Delta \lambda_c \left(\frac{2\mu^+}{3b^2} + \frac{K^+ a^2}{b^2} \right) - \Delta \lambda_t \left(\frac{2\mu^+}{3bd} + \frac{K^+ ac}{bd} \right) - f_c(\lambda_c^- + \Delta \lambda_c) = 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{3d} \sigma^{eq} + \frac{c}{d} \sigma_H^e - \Delta \lambda_c \left(\frac{2\mu^+}{3bd} + \frac{K^+ ac}{bd} \right) - \Delta \lambda_t \left(\frac{2\mu^+}{3d^2} + \frac{K^+ c^2}{d^2} \right) - f_t(\lambda_t^- + \Delta \lambda_t) = 0 \end{cases}$$

De façon analogue, dans le cas du seul critère de traction activé, **configuration du cas test**, on obtient un système d'une équation à une inconnue $\Delta \lambda_t$ à résoudre :

$$\left\{ \frac{\sqrt{2}}{3d} \sigma^{eq} + \frac{c}{d} \sigma_H^e - \Delta \lambda_t \left(\frac{2\mu^+}{3d^2} + \frac{K^+ c^2}{d^2} \right) - f_t(\lambda_t^- + \Delta \lambda_t) = 0 \right.$$

On cherche donc à résoudre ce système, en utilisant la forme particulière des tenseurs de contraintes et de déformations, uniformes sur la structure.

En partant de $\varepsilon = (a, \varepsilon_y, 2a, 0, 0, 0)$ et de $\sigma = (\sigma_x, 0, \sigma_z, 0, 0, 0)$, on obtient :

Le tenseur de contrainte élastique
$$\begin{cases} \sigma_x = a(\lambda + 2\mu) + \varepsilon_y \lambda + 2a\lambda \\ \sigma_y = a\lambda + \varepsilon_y(\lambda + 2\mu) + 2a\lambda \\ \sigma_z = a\lambda + \varepsilon_y \lambda + 2a(\lambda + 2\mu) \end{cases}$$

Le déviateur de contrainte élastique
$$\begin{cases} s_x = -\frac{2}{3} \cdot \mu \cdot \varepsilon_y \\ s_y = -2 \cdot \mu \cdot a + \frac{4}{3} \cdot \mu \cdot \varepsilon_y \\ s_z = 2 \cdot \mu \cdot a - \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot \varepsilon_y \end{cases}$$

La contrainte hydrostatique élastique
$$\sigma^e_H = (3\lambda + 2\mu) \left(a + \frac{1}{3} \cdot \varepsilon_y \right)$$

La contrainte équivalente élastique
$$\sigma^e_{eq} = \mu \sqrt{4\varepsilon_y^2 - 12a \cdot \varepsilon_y + 12a^2}$$

Dans le cas d'une courbe d'érouissage post-pic linéaire en traction, l'expression du paramètre d'érouissage est le suivant :

$$f_t(\theta, \|\varepsilon_t^p\|) = \tau(\theta, \kappa) = f_t'(\theta) \left(1 - \frac{\|\varepsilon_t^p\|}{\kappa_u(\theta)} \right) \text{ avec } \kappa_u(\theta) = \frac{2 \cdot G_f(\theta)}{l_c \cdot f_t'(\theta)}$$

On cherche donc à résoudre l'équation :

$$\left\{ \frac{\sqrt{2}}{3d} \sigma^e_{eq} + \frac{c}{d} \sigma^e_H - \Delta\lambda_t \left(\frac{2\mu^+}{3d^2} + \frac{K^+ c^2}{d^2} \right) - f_t' \left(1 - \Delta\lambda_t \frac{l_c \cdot f_t'}{2 \cdot G_t} \right) \right\} = 0 \quad \text{éq 2.2-1}$$

Sachant que la contrainte dans la direction y est nulle, on obtient une seconde équation :

$$\sigma_y = s_y + \sigma_H = 0 = \left(1 - \sqrt{2} \mu^+ \frac{\Delta\lambda_t}{d} \frac{1}{\sigma^e_{eq}} \right) s_y^e + \sigma^e_H$$

$$\sigma_y = 0 = \left(1 - \sqrt{2} \mu^+ \frac{\Delta\lambda_t}{d} \frac{1}{\sigma^e_{eq}} \right) \left(\frac{4}{3} \mu \varepsilon_y - 2 \cdot \mu \cdot a \right) + \sigma^e_H - K \frac{c \cdot \Delta\lambda_t}{d}$$

$$\text{D'où : } \Delta\lambda_t = \frac{\left(\frac{4}{3} \mu \varepsilon_y - 2 \cdot \mu \cdot a \right) + \sigma^e_H}{\frac{\sqrt{2} \mu}{d \cdot \sigma^e_{eq}} \left(\frac{4}{3} \mu \varepsilon_y - 2 \cdot \mu \cdot a \right) + K \frac{c}{d}} \text{ que l'on peut substituer dans l'expression du critère}$$

[éq 2.2-1].

Connaissant a, le déplacement imposé, on obtient une équation non linéaire à une inconnue, que l'on peut résoudre simplement par dichotomie, et qui permet de calculer la déformation ε_y , puis l'ensemble des inconnues du système.

2.3 Incertitude sur la solution

Elle est négligeable, de l'ordre de la précision machine.

2.4 Références bibliographiques

Le modèle a été défini à partir des thèses suivantes :

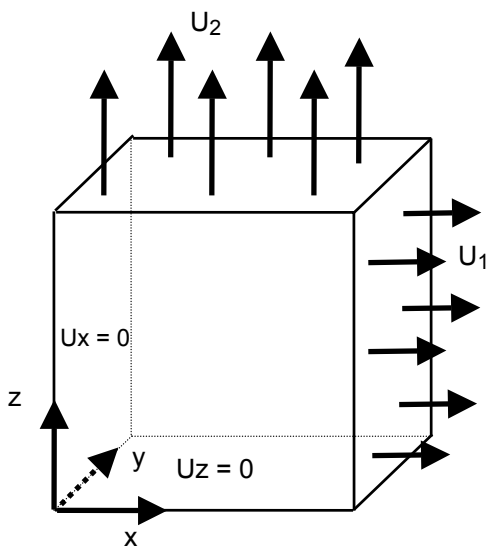
- [1] J. F. GEORGIN, lors de sa thèse "Contribution à la modélisation numérique du comportement du béton et des structures en béton armé sous sollicitations thermo-mécaniques à haute température",
- [2] G. HEINFLING, lors de sa thèse "Contribution à la modélisation du béton sous sollicitation de dynamique rapide. La prise en compte de l'effet de vitesse par la viscoplasticité", et est décrit dans le rapport de spécification :
- [3] SCSA/128IQ1/RAP/00.034 Version 1.2, Développement d'un modèle de comportement 3D béton avec double critère de plasticité dans le *Code_Aster* - Spécifications ".

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

3D (HEXA8)

1 élément, champ de contrainte et déformation uniforme.



3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et type : 1 HEXA8

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Options	
AFFE_MODELE	'MECANIQUE '	' 3D '
DEFI_MATERIAU	' BETON_DOUBLE_DP '	
DEFI_MATERIAU	' ELAS_FO '	' K_DESSIC '
AFFE_CHAR_MECA	' SECH_CALCULEE '	
STAT_NON_LINE	' BETON_DOUBLE_DP '	

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Ont été testées les composantes non nulles du champ de contraintes *SIEF_ELNO_ELGA* (composante *xx* et *zz*), la composante *yy* du champ de déformation *EPSI_ELNO_DEPL*, qui constitue une inconnue du système (les déformations dans les deux autres directions étant imposées), la déformation plastique cumulée en traction (deuxième variable interne, deuxième composante du champ *VARI_ELNO_ELGA*), et enfin, uniquement pour le quatrième cas de chargement (décharge), la déformation plastique cumulée en compression, (première variable interne, première composante du champ *VARI_ELNO_ELGA*).

Les trois premiers chargements correspondent à la charge, et possèdent des résultats de référence. Le quatrième chargement correspond à la décharge, et constitue un résultat de non régression du code.

Champ *SIEF_ELNO_ELGA* composante *SIXX*

Identification	Référence	Aster	% différence
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.1$ et $U_2=0.05$	0.1235611	0.1235380	0.019
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.2$ et $U_2=0.10$	$6.882374 \cdot 10^{-2}$	$6.878218 \cdot 10^{-2}$	0.060
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.3$ et $U_2=0.15$	$1.408764 \cdot 10^{-2}$	$1.402639 \cdot 10^{-2}$	0.435
Pour un déplacement imposé en décharge $U_1=0.1$ et $U_2=0.05$	(*)	$-4.195092 \cdot 10^{-5}$	-

(*) en décharge, on effectue un test de non régression. Il n'y a pas de solution analytique calculée.

Champ *SIEF_ELNO_ELGA* composante *SIZZ*

Identification	Référence	Aster	% différence
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.1$ et $U_2=0.05$	0.239212	0.239174	0.016
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.2$ et $U_2=0.10$	0.133243	0.133165	0.059
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.3$ et $U_2=0.15$	$2.727403 \cdot 10^{-2}$	$2.725569 \cdot 10^{-2}$	0.434
Pour un déplacement imposé en décharge $U_1=0.1$ et $U_2=0.05$	(*)	$-4.959258 \cdot 10^{-5}$	-

(*) en décharge, on effectue un test de non régression. Il n'y a pas de solution analytique calculée.

Champ EPSI_ELNO_DEPL composante EPYY

Identification	Référence	Aster	% différence
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.1$ et $U_2 = 0.05$	$-3.419463.10^{-3}$	$-3.419464.10^{-3}$	2.10^{-7}
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.2$ et $U_2 = 0.10$	$-6.835813.10^{-3}$	$-6.835815.10^{-3}$	2.10^{-7}
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.3$ et $U_2 = 0.15$	$-1.025216.10^{-2}$	$-1.025216.10^{-2}$	2.10^{-7}
Pour un déplacement imposé en décharge $U_1=0.1$ et $U_2 = 0.05$	(*)	$-4.357498.10^{-1}$	-

(*) en décharge, on effectue un test de non régression. Il n'y a pas de solution analytique calculée.

Champ VARI_ELNO_ELGA composante VARI_2 (déformation plastique cumulée en traction)

Identification	Référence	Aster	% différence
Pour un déplacement imposé $U_1=0.1$ et $U_2 = 0.05$	$1.085728.10^{-2}$	$1.085728.10^{-2}$	5.10^{-9}
Pour un déplacement imposé $U_1=0.2$ et $U_2 = 0.10$	$2.171556.10^{-2}$	$2.171556.10^{-2}$	5.10^{-9}
Pour un déplacement imposé $U_1=0.3$ et $U_2 = 0.15$	$3.257385.10^{-2}$	$3.257385.10^{-2}$	4.10^{-9}
Pour un déplacement imposé $U_1=0.1$ et $U_2 = 0.05$	$3.257385.10^{-2}$	$3.257385.10^{-2}$	4.10^{-9}

(*) en décharge, on effectue un test de non régression. Il n'y a pas de solution analytique calculée.

Champ VARI_ELNO_ELGA composante VARI_1 (déformation plastique cumulée en compression)

Identification	Référence	Aster	% différence
Pour un déplacement imposé en décharge $U_1=0.1$ et $U_2 = 0.05$	(*)	$3.528401.10^{-1}$	-

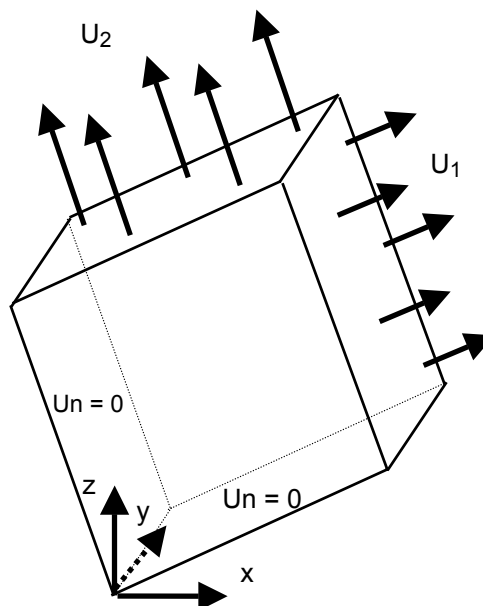
(*) en décharge, on effectue un test de non régression. Il n'y a pas de solution analytique calculée.

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

3D (HEXA8)

1 élément, champ de contrainte et déformation uniforme.



5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et type : 1 HEXA8

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Options	
AFFE_MODELE	'MECANIQUE'	'3D'
DEFI_MATERIAU	'BETON_DOUBLE_DP'	
DEFI_MATERIAU	'ELAS_FO'	'K_DESSIC'
AFFE_CHAR_MECA	'SECH_CALCULEE'	
STAT_NON_LINE	'BETON_DOUBLE_DP'	

6 Résultats de la modélisation B

Ont été testées les composantes non nulles du champ de contraintes *SIEF_ELNO_ELGA* (composante *xx*, *zz* et *xz*), la déformation plastique cumulée en traction (deuxième variable interne, deuxième composante du champ *VARI_ELNO_ELGA*), et enfin, uniquement pour le quatrième cas de chargement (décharge), la déformation plastique cumulée en compression, (première variable interne, première composante du champ *VARI_ELNO_ELGA*).

Les trois premiers chargements correspondent à la charge, et possèdent des résultats de référence. Le quatrième chargement correspond à la décharge, et constitue un résultat de non régression du code.

6.1 Valeurs testées

Champ *SIEF_ELNO_ELGA* composante *SIXX*

Identification	Référence	Aster	% différence
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.1$ et $U_2 = 0.05$	0.152474	0.1524472	0.018
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.2$ et $U_2 = 0.10$	$8.492877 \cdot 10^{-2}$	$8.487797 \cdot 10^{-2}$	0.060
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.3$ et $U_2 = 0.15$	$1.732484 \cdot 10^{-2}$	$1.730871 \cdot 10^{-2}$	0.434
Pour un déplacement imposé en décharge $U_1=0.1$ et $U_2 = 0.05$	(*)	$-4.386134 \cdot 10^{-5}$	-

(*) en décharge, on effectue un test de non régression. Il n'y a pas de solution analytique calculée.

Champ *SIEF_ELNO_ELGA* composante *SIZZ*

Identification	Référence	Aster	% différence
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.1$ et $U_2 = 0.05$	0.210300	0.210265	0.016
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.2$ et $U_2 = 0.10$	0.117138	0.117069	0.059
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.3$ et $U_2 = 0.15$	$2.397743 \cdot 10^{-2}$	$2.387336 \cdot 10^{-2}$	0.434
Pour un déplacement imposé en décharge $U_1=0.1$ et $U_2 = 0.05$	(*)	$-4.768217 \cdot 10^{-5}$	-

(*) en décharge, on effectue un test de non régression. Il n'y a pas de solution analytique calculée.

Champ SIEF_ELNO_ELGA composante SIXZ

Identification	Référence	Aster	% différence
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.1$ et $U_2 = 0.05$	$-5.007871.10^{-2}$	$-5.007226.10^{-2}$	0.013
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.2$ et $U_2 = 0.10$	$-2.789472.10^{-2}$	$-2.787871.10^{-2}$	0.057
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.3$ et $U_2 = 0.15$	$-5.709873.10^{-3}$	$-5.685155.10^{-3}$	0.433
Pour un déplacement imposé en décharge $U_1=0.1$ et $U_2 = 0.05$	(*)	$-3.308936.10^{-6}$	-

(*) en décharge, on effectue un test de non régression. Il n'y a pas de solution analytique.

Champ VARI_ELNO_ELGA composante VARI_2 (déformation plastique cumulée en traction)

Identification	Référence	Aster	% différence
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.1$ et $U_2 = 0.05$	$1.085728.10^{-2}$	$1.085728.10^{-2}$	5.10^{-9}
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.2$ et $U_2 = 0.10$	$2.171556.10^{-2}$	$2.171556.10^{-2}$	5.10^{-9}
Pour un déplacement imposé en charge $U_1=0.3$ et $U_2 = 0.15$	$3.257385.10^{-2}$	$3.257385.10^{-2}$	4.10^{-9}
Pour un déplacement imposé en décharge $U_1=0.1$ et $U_2 = 0.05$	$3.257385.10^{-2}$	$3.257385.10^{-2}$	4.10^{-9}

(*) en décharge, on effectue un test de non régression. Il n'y a pas de solution analytique calculée.

Champ VARI_ELNO_ELGA composante VARI_1 (déformation plastique cumulée en compression)

Identification	Référence	Aster	% différence
Pour un déplacement imposé en décharge $U_1=0.1$ et $U_2 = 0.05$	(*)	$3.528401.10^{-1}$	-

(*) en décharge, on effectue un test de non régression. Il n'y a pas de solution analytique calculée.

7 Synthèse des résultats

Ce cas test offre des résultats satisfaisants par rapport aux résultats de référence, inférieurs à 0.06% pour les deux premiers cas de chargement, plus important pour le troisième, ce qui s'explique par un niveau de contrainte relativement faible (on atteint la fin de la courbe d'écrouissage en traction).

Le test en décharge (quatrième chargement) permet de vérifier la non régression du code.

Le nombre d'itérations est relativement important au premier pas de calcul, de l'ordre de 13, puis baisse à 7, 4 et 1, ce qui s'explique par le passage du seuil plastique au premier pas de calcul, pour atteindre un comportement quasi linéaire par la suite (courbes post-pic linéaires).

On obtient aussi un nombre plus important d'itérations au pas 31 (début du quatrième cas de chargement), puis un nombre d'itérations baissant jusqu'à 1, du fait du passage en décharge, avec un changement de comportement, suivi d'un comportement quasi linéaire par la suite (courbes post-pic linéaires).