

**Manuel de Validation****Fascicule V6.03 : Statique non linéaire des systèmes plans****Document : V6.03.303**

# **SSNP303 - Elément en contrainte plane et traction - Plasticité parfaite**

---

**Résumé :**

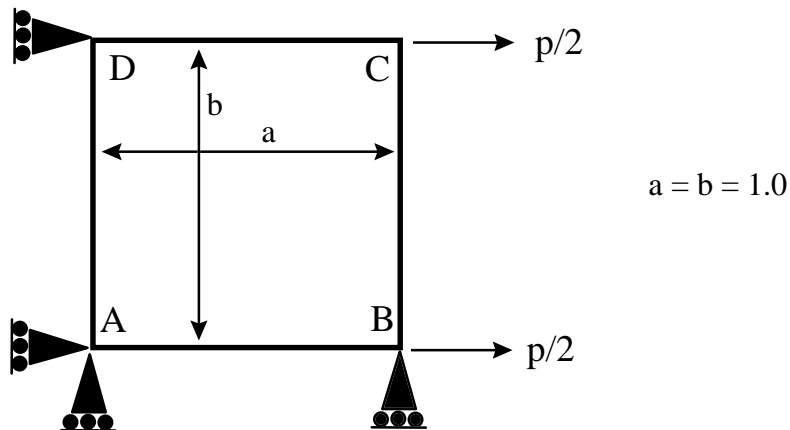
Ce test de mécanique quasi-statique non linéaire 2D consiste à charger trois éléments de plaque superposés (type d'élément mecpqu4). Les 4 nœuds sont communs aux 3 éléments. Les éléments ont des propriétés différentes (plasticité parfaite) pour obtenir une courbe de traction convenable. Ce test est tiré du guide NAFEMS.

Le but est de comparer les différentes méthodes de type Newton-Raphson permettant de résoudre le système d'équations non linéaires (NEWTON : (MATRICE 'ELASTIQUE') et NEWTON : (MATRICE 'TANGENTE') avec REAC\_INCR et REAC\_ITER). Le critère de convergence choisi correspond à 0.01% de la force résiduelle (RESI\_GLOB\_RELA).

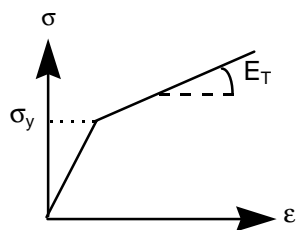
La modélisation est effectuée avec des éléments plans de type MECPU4.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



### 1.2 Propriétés de matériaux



#### Matériau 1

$E = 100000 \text{ MPa}$   
 $\nu = 0.25$   
 $\sigma_y = 3 \text{ MPa}$   
 $E_T = 0.0$

#### Matériau 2

$E = 60000 \text{ MPa}$   
 $\nu = 0.25$   
 $\sigma_y = 6 \text{ MPa}$   
 $E_T = 0.0$

#### Matériau 3

$E = 40000 \text{ MPa}$   
 $\nu = 0.25$   
 $\sigma_y = 8 \text{ MPa}$   
 $E_T = 0.0$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Point A :  $u_x = 0$ .

$u_y = 0$ .

Point B :  $u_y = 0$ .

Point D :  $u_x = 0$ .

Chargement par une force  $P/2$  sur le point B et C. La force  $P$  est augmentée en 6 étapes de la manière suivante :

Force P	3.00	6.00	9.00	12.95	15.00	16.93
---------	------	------	------	-------	-------	-------

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Les résultats considérés comme référence ont été obtenus par SAMCEF en utilisant 60 incréments pour chaque étape de chargement. Les caractéristiques des différentes méthodes de résolution sont les suivantes :

- A Utilisation de la matrice élastique.
- B Utilisation de la matrice tangente ; celle-ci n'est réévaluée qu'à la première itération de chaque incrément (REAC\_INCR = 1 et REAC\_ITER = 0). Il s'agit de la méthode de Newton modifiée.
- C Utilisation de la matrice tangente ; celle-ci est réévaluée à chaque itération de chaque incrément (REAC\_INCR = 1 et REAC\_ITER = 1). Il s'agit de la méthode de Newton classique.

### 2.2 Résultats de référence

Résultats obtenus avec 60 incréments pour chaque étape de chargement

Force	Elément 1		Elément 2		Elément 3	
	$\sigma_{xx}$	$\sigma_{yy}$	$\sigma_{xx}$	$\sigma_{yy}$	$\sigma_{xx}$	$\sigma_{yy}$
3.00	1.500000D+00	6.938894D-18	9.000000D-01	-1.040834D-17	6.000000D-01	-6.938894D-18
6.00	3.000000D+00	4.861944D-13	1.800000D+00	-2.081668D-17	1.200000D+00	-3.469447D-18
9.00	3.147155D+00	3.199571D-01	3.511707D+00	-1.900098D-01	2.341138D+00	-1.279828D-01
12.95	3.252919D+00	5.950074D-01	5.814267D+00	-3.523377D-01	3.878832D+00	-2.380030D-01
15.00	3.213822D+00	4.873069D-01	6.017834D+00	3.174572D-02	5.768340D+00	-5.231355D-01
16.93	3.2092970D+00	4.753345D-01	6.149462D+00	3.048490D-01	7.571241D+00	-7.863557D-01

### 2.3 Incertitude sur la solution

Incertitude inférieure à 1 %.

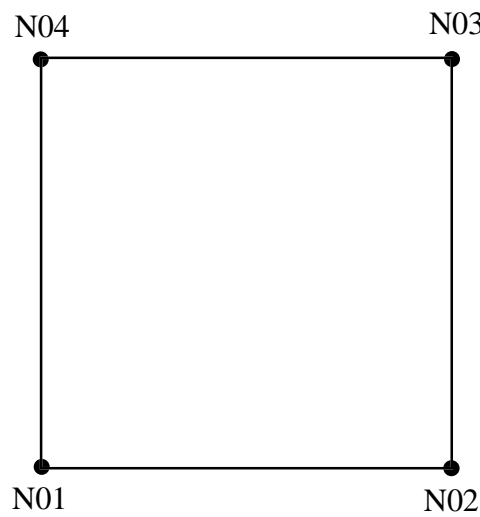
### 2.4 Références bibliographiques

- [1] Fundamental tests for two and three dimensional, small strain, elastoplastic finite element analysis, 1987, NAFEMS

### 3Modélisation A

#### 3.1Caractéristiques de la modélisation A

Utilisation des éléments QUAD4



Modélisation en contraintes planes : C\_PLAN

Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

- DDL\_IMPO : ( Noeud N01 DX = 0 , DY = 0 )  
( Noeud N02 DY = 0 )  
( Noeud N04 DX = 0 )
- des forces imposées aux noeuds NO2 et NO3.

#### 3.2Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4  
Nombre de mailles et types : 3 MECPQU4

#### 3.3Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
DEFI_MATERIAU	ECRO_LINE	D_SIGM_EPSI	SY	[U4.23.01]
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	DEFORMATION	'PETIT'	[U4.32.01]
	NEWTON	MATRICE	'ELASTIQUE'	

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

Identification	Instant	Référence	Aster	% différence
SIXX ( maille 1 )	1	1,500000E+00	1,500000E+00	0
SIYY ( maille 1 )	1	6,938894E-18	1,291047E-14	0
SIXX ( maille 2 )	1	9,000000E-01	9,000000E-01	0
SIYY ( maille 2 )	1	-1,040834E-17	-1,509903E-14	0
SIXX ( maille 3 )	1	6,000000E-01	6,000000E-01	0
SIYY ( maille 3 )	1	-6,938894E-18	-2,107830E-14	0
SIXX ( maille 1 )	2	3,000000E+00	3,000000E+00	0
SIYY ( maille 1 )	2	4,861944E-13	1,359551E-13	0
SIXX ( maille 2 )	2	1,800000E+00	1,800000E+00	0
SIYY ( maille 2 )	2	-2,081668E-17	-1,093097E-13	0
SIXX ( maille 3 )	2	1,200000E+00	1,200000E+00	0
SIYY ( maille 3 )	2	-3,469447E-18	-1,007126E-13	0
SIXX ( maille 1 )	3	3,147155E+00	3,145788E+00	-0,043
SIYY ( maille 1 )	3	3,199571E-01	3,167040E-01	-1,017
SIXX ( maille 2 )	3	3,511707E+00	3,512527E+00	0,023
SIYY ( maille 2 )	3	-1,900098E-01	-1,900224E-01	0,007
SIXX ( maille 3 )	3	2,341138E+00	2,341685E+00	0,023
SIYY ( maille 3 )	3	-1,279828E-01	-1,266816E-01	-1,017
SIXX ( maille 1 )	4	3,252919E+00	3,250728E+00	-0,067
SIYY ( maille 1 )	4	5,950074E-01	5,887464E-01	-1,052
SIXX ( maille 2 )	4	5,814267E+00	5,816159E+00	0,033
SIYY ( maille 2 )	4	-3,523377E-01	-3,521695E-01	-0,048
SIXX ( maille 3 )	4	3,878832E+00	3,882391E+00	0,092
SIYY ( maille 3 )	4	-2,380030E-01	-2,364650E-01	-0,646
SIXX ( maille 1 )	5	3,213822E+00	3,214367E+00	0,017
SIYY ( maille 1 )	5	4,873069E-01	4,887527E-01	0,297
SIXX ( maille 2 )	5	6,017834E+00	6,015985E+00	-0,031
SIYY ( maille 2 )	5	3,174572E-02	3,209818E-02	1,11
SIXX ( maille 3 )	5	5,768340E+00	5,769681E+00	0,023
SIYY ( maille 3 )	5	-5,231355E-01	-5,207413E-01	-0,458
SIXX ( maille 1 )	6	3,209297E+00	3,210194E+00	0,028
SIYY ( maille 1 )	6	4,753345E-01	4,777143E-01	0,501
SIXX ( maille 2 )	6	6,149462E+00	6,146791E+00	-0,043
SIYY ( maille 2 )	6	3,048490E-01	3,052330E-01	0,126
SIXX ( maille 3 )	6	7,571241E+00	7,572486E+00	0,016
SIYY ( maille 3 )	6	-7,863557E-01	-7,826545E-01	-0,471

## 4.2 Remarques

Pour obtenir une précision correcte, il faut imposer un nombre important d'incréments pour chaque étape de chargement ( 60 incréments ).

Le nombre d'itérations est égal à 411.

## 4.3 Paramètres d'exécution

Version : 3.09

Machine :

Encombrement mémoire : 8 mégamots

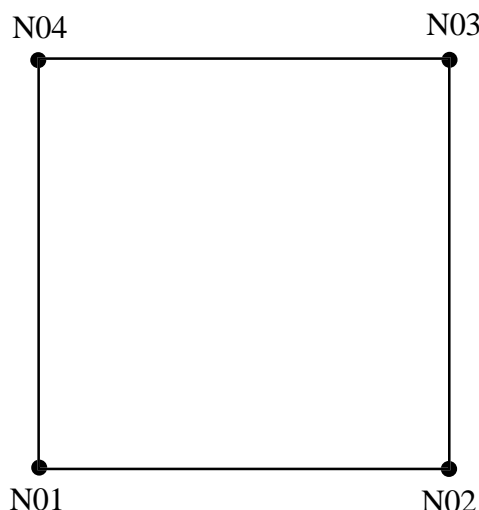
Système :

Temps CPU User : 507.8 secondes

## 5 Modélisation B

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation B

Utilisation des éléments QUAD4



### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4

Nombre de mailles et types : 3 MECPQU4

Modélisation en contraintes planes : C\_PLAN

Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

- DDL\_IMPO : ( Noeud NO1 DX = 0 , DY = 0 )  
 ( Noeud NO2 DX = 0 , DY = 0 )  
 ( Noeud NO4 DX = 0 )
- des forces imposées aux noeuds NO2 et NO3.

### 5.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
DEFI_MATERIAU	ECRO_LINE	D_SIGM_EPSI		[U4.23.01]
		SY		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	DEFORMATION	'PETIT'	[U4.32.01]
	NEWTON	MATRICE	'TANGENTE'	
		REAC_INCR	1	
		REAC_ITER	0	

## 6 Résultats de la modélisation B

### 6.1 Valeurs testées

Identification	Instant	Référence	Aster	% différence
SIXX ( maille 1 )	1	1,500000E+00	1,500000E+00	0.000
SIYY ( maille 1 )	1	6,938894E-18	1,351398E-14	0.000
SIXX ( maille 2 )	1	9,000000E-01	9,000000E-01	0.000
SIYY ( maille 2 )	1	-1,040834E-17	-2,142673E-14	0.000
SIXX ( maille 3 )	1	6,000000E-01	6,000000E-01	0.000
SIYY ( maille 3 )	1	-6,938894E-18	-2,924612E-14	0.000
SIXX ( maille 1 )	2	3,000000E+00	3,000000E+00	0.000
SIYY ( maille 1 )	2	4,861944E-13	9,617834E-14	0.000
SIXX ( maille 2 )	2	1,800000E+00	1,800000E+00	0.000
SIYY ( maille 2 )	2	-2,081668E-17	-8,301280E-14	0.000
SIXX ( maille 3 )	2	1,200000E+00	1,200000E+00	0.000
SIYY ( maille 3 )	2	-3,469447E-18	-9,360717E-14	0.000
SIXX ( maille 1 )	3	3,147155E+00	3,145788E+00	-0.043
SIYY ( maille 1 )	3	3,199571E-01	3,167038E-01	-1.017
SIXX ( maille 2 )	3	3,511707E+00	3,512527E+00	0.023
SIYY ( maille 2 )	3	-1,900098E-01	-1,900225E-01	0.007
SIXX ( maille 3 )	3	2,341138E+00	2,341685E+00	0.023
SIYY ( maille 3 )	3	-1,279828E-01	-1,266817E-01	-1.017
SIXX ( maille 1 )	4	3,252919E+00	3,250686E+00	-0.069
SIYY ( maille 1 )	4	5,950074E-01	5,886265E-01	-1.072
SIXX ( maille 2 )	4	5,814267E+00	5,816233E+00	0.034
SIYY ( maille 2 )	4	-3,523377E-01	-3,520332E-01	-0.086
SIXX ( maille 3 )	4	3,878832E+00	3,883081E+00	0.110
SIYY ( maille 3 )	4	-2,380030E-01	-2,365921E-01	-0.593
SIXX ( maille 1 )	5	3,213822E+00	3,214343E+00	0.016
SIYY ( maille 1 )	5	4,873069E-01	4,886891E-01	0.284
SIXX ( maille 2 )	5	6,017834E+00	6,015971E+00	-0.031
SIYY ( maille 2 )	5	3,174572E-02	3,207056E-02	1.023
SIXX ( maille 3 )	5	5,768340E+00	5,769686E+00	0.023
SIYY ( maille 3 )	5	-5,231355E-01	-5,207599E-01	-0.454
SIXX ( maille 1 )	6	3,209297E+00	3,210140E+00	0.026
SIYY ( maille 1 )	6	4,753345E-01	4,775720E-01	0.471
SIXX ( maille 2 )	6	6,149462E+00	6,146788E+00	-0.043
SIYY ( maille 2 )	6	3,048490E-01	3,052260E-01	0.124
SIXX ( maille 3 )	6	7,571241E+00	7,573072E+00	0.024
SIYY ( maille 3 )	6	-7,863557E-01	-7,827984E-01	-0.452



## 6.2 Remarques

Idem modélisation A concernant le nombre d'incréments sur la précision des résultats.

Le nombre d'itérations est égal à 361.

## 6.3 Paramètres d'exécution

Version : 3.09

Machine :

Encombrement mémoire :

8 mégamots

Système :

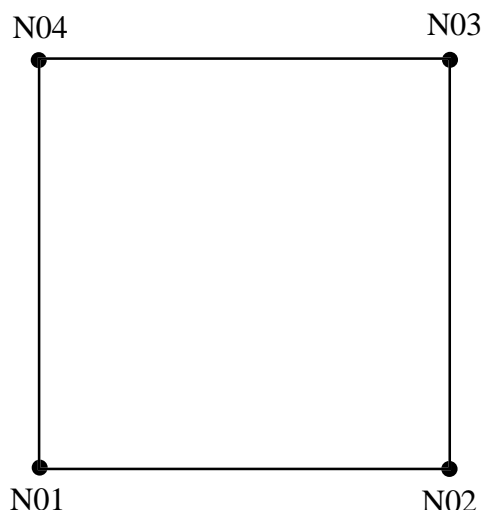
Temps CPU User :

504.9 secondes

## 7 Modélisation C

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation C

Utilisation des éléments QUAD4



### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4

Nombre de mailles et types : 3 MECPU4

Modélisation en contraintes planes : C\_PLAN

Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

- DDL\_IMPO : ( Noeud NO1 DX = 0 , DY = 0 )  
 ( Noeud NO2 DX = 0 , DY = 0 )  
 ( Noeud NO4 DX = 0 )
- des forces imposées aux nœuds NO2 et NO3.

### 7.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
DEFI_MATERIAU	ECRO_LINE	D_SIGM_EPSI		[U4.23.01]
		SY		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	DEFORMATION	'PETIT'	[U4.32.01]
	NEWTON	MATRICE	'TANGENTE'	
		REAC_INCR	1	
		REAC_ITER	1	

## 8 Résultats de la modélisation C

### 8.1 Valeurs testées

Identification	Instant	Référence	Aster	% différence
SIXX ( maille 1 )	1	1,500000E+00	1,500000E+00	0
SIYY ( maille 1 )	1	6,938894E-18	1,351398E-14	0
SIXX ( maille 2 )	1	9,000000E-01	9,000000E-01	0
SIYY ( maille 2 )	1	-1,040834E-17	-2,142673E-14	0
SIXX ( maille 3 )	1	6,000000E-01	6,000000E-01	0
SIYY ( maille 3 )	1	-6,938894E-18	-2,924612E-14	0
SIXX ( maille 1 )	2	3,000000E+00	3,000000E+00	0
SIYY ( maille 1 )	2	4,861944E-13	9,617834E-14	0
SIXX ( maille 2 )	2	1,800000E+00	1,800000E+00	0
SIYY ( maille 2 )	2	-2,081668E-17	-8,301280E-14	0
SIXX ( maille 3 )	2	1,200000E+00	1,200000E+00	0
SIYY ( maille 3 )	2	-3,469447E-18	-9,360717E-14	0
SIXX ( maille 1 )	3	3,147155E+00	3,145788E+00	-0,043
SIYY ( maille 1 )	3	3,199571E-01	3,167040E-01	-1,017
SIXX ( maille 2 )	3	3,511707E+00	3,512527E+00	0,023
SIYY ( maille 2 )	3	-1,900098E-01	-1,900224E-01	0,007
SIXX ( maille 3 )	3	2,341138E+00	2,341685E+00	0,023
SIYY ( maille 3 )	3	-1,279828E-01	-1,266816E-01	-1,017
SIXX ( maille 1 )	4	3,252919E+00	3,250686E+00	-0,069
SIYY ( maille 1 )	4	5,950074E-01	5,886268E-01	-1,072
SIXX ( maille 2 )	4	5,814267E+00	5,816233E+00	0,034
SIYY ( maille 2 )	4	-3,523377E-01	-3,520328E-01	-0,087
SIXX ( maille 3 )	4	3,878832E+00	3,883081E+00	0,11
SIYY ( maille 3 )	4	-2,380030E-01	-2,365919E-01	-0,593
SIXX ( maille 1 )	5	3,213822E+00	3,214343E+00	0,016
SIYY ( maille 1 )	5	4,873069E-01	4,886892E-01	0,284
SIXX ( maille 2 )	5	6,017834E+00	6,015971E+00	-0,031
SIYY ( maille 2 )	5	3,174572E-02	3,207066E-02	1,024
SIXX ( maille 3 )	5	5,768340E+00	5,769686E+00	0,023
SIYY ( maille 3 )	5	-5,231355E-01	-5,207598E-01	-0,454
SIXX ( maille 1 )	6	3,209297E+00	3,210140E+00	0,026
SIYY ( maille 1 )	6	4,753345E-01	4,775721E-01	0,471
SIXX ( maille 2 )	6	6,149462E+00	6,146788E+00	-0,043
SIYY ( maille 2 )	6	3,048490E-01	3,052262E-01	0,124
SIXX ( maille 3 )	6	7,571241E+00	7,573072E+00	0,024
SIYY ( maille 3 )	6	-7,863557E-01	-7,827982E-01	-0,452

## 8.2 Remarques

Idem modélisation A concernant le nombre d'incréments sur la précision des résultats.

Le nombre d'itérations est égal à 360.

## 8.3 Paramètres d'exécution

Version : 3.09

Machine :

Encombrement mémoire : 8 mégamots

Système :

Temps CPU User : 471.2 secondes

## 9 Synthèse des résultats

---

Un nombre important d'incréments est nécessaire pour obtenir une précision correcte : pour information, dix incréments par étape de chargement ne sont pas suffisants.

Le tableau suivant récapitule, pour chaque modélisation, les performances en nombre d'itérations et de temps CPU.

Identification	Modélisation A	Modélisation B	Modélisation C
Nombre d'itérations	411	361	360
Temps CPU (secondes)	507.8	504.9	471.2