

Manuel de Validation**Fascicule V6.03 : Statique non linéaire des systèmes plans****Document : V6.03.014**

SSNP14 - Plaque en traction-cisaillement - Von Mises (écrouissage cinématique)

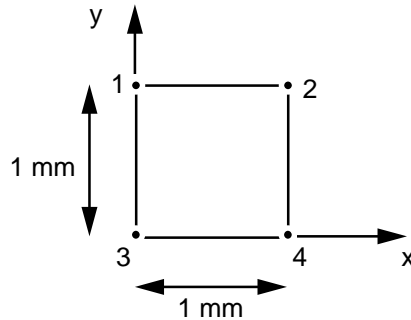
Résumé :

Ce test 2D contraintes planes quasi-statique, issu du guide VPCS, entre dans le cadre de la validation des relations de comportement élasto-plastique. Une plaque, constituée d'un matériau plastique à écrouissage cinématique linéaire, est soumise à la fois à un effort de traction et de cisaillement.

L'intérêt principal de ce test réside dans le caractère non radial du chargement.

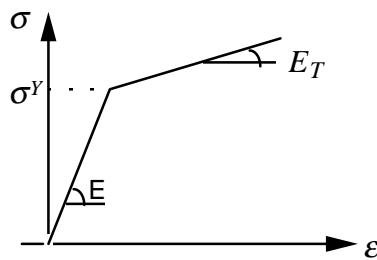
1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés de matériaux

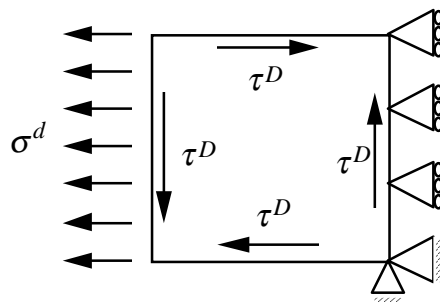
Loi de comportement élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire.



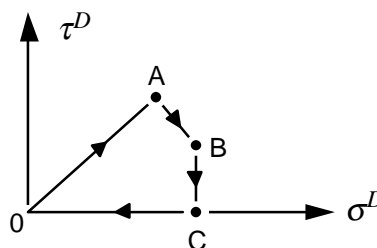
$$\begin{aligned} E &= 195000 \text{ MPa} \\ \nu &= 0.3 \\ \sigma^Y &= 181 \text{ MPa} \\ E_T &= 1930 \text{ MPa} \end{aligned}$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

La plaque est bloquée suivant Ox le long du côté [2,4] tout en étant soumise à une traction σ^D et un effort de cisaillement τ^D .



Le trajet de chargement est le suivant :



	σ^D (MPa)	τ^D (MPa)
A	151.2	93.1
B	257.2	33.1
C	259.3	0

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La contrainte est fixée par le trajet de chargement (pilotage en contrainte), soit :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma^D & \tau^D & 0 \\ \tau^D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

On en déduit la part élastique de la déformation :

$$\varepsilon^e = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} \sigma^D & (1+\nu)\tau^D & 0 \\ (1+\nu)\tau^D & -\nu\sigma^D & 0 \\ 0 & 0 & -\nu\sigma^D \end{bmatrix}$$

Si l'on suppose maintenant que l'on connaît la déformation totale ε , alors on peut en déduire la déformation plastique :

$$\varepsilon^p = \varepsilon - \varepsilon^e$$

Remarque :

$$\left| \varepsilon_{xx}^p + \varepsilon_{yy}^p + \varepsilon_{zz}^p = 0 \quad \text{et} \quad \varepsilon_{yy}^p = \varepsilon_{zz}^p \quad \text{donc} \quad \varepsilon_{yy}^p = \varepsilon_{zz}^p = -\frac{\varepsilon_{xx}^p}{2} \right.$$

puis la contrainte de rappel :

$$\chi = C \varepsilon^p \quad \text{avec} \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{C} = \frac{1}{E^T} - \frac{1}{E}$$

C : constante de Prager

2.2 Résultats de référence

La donnée de la déformation totale ε est nécessaire pour les calculs précédents. Elle est obtenue comme moyenne des résultats de plusieurs codes.

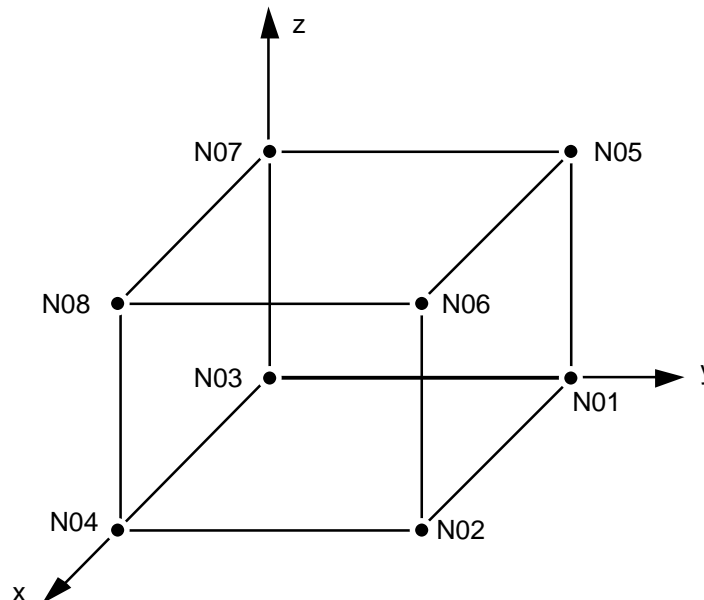
2.3 Références bibliographiques

- [1] Guide de Validation des Progiciels de Calcul de Structures - SFM. Afnor technique

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

HEXA8



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

- DDL_IMPO: (NOEUD: N08, DX: 0., DY:0., DZ:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N02, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N06, DX: 0.)
- des forces surfaciques imposées (mot clé FORCE_FACE) sur les faces (mailles de peau) (1, 5, 6, 2), (1, 5, 7, 3), (3, 4, 8, 7) et (4, 8, 6, 2).

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8

Nombre de mailles et types : 1 HEXA8 + 4 QUAD4 (faces)

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
DEFI_MATERIAU	ECRO_LINE	D_SIGM_EPSI		[U4.23.01]
		SY		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	VMIS_CINE_LINE	[U4.32.01]
CALC_ELEM	OPTION	EPSI_ELNO_DEPL		[U4.61.02]
RECU_CHAMP		NOM_CHAM	VARI_ELNO_ELGA	[U4.62.01]

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
σ_{xx}	A	151.2	151.2	0
σ_{xy}	A	93.1	93.1	0
ε_{xx}	A	1.48297 E-2	1.4818 E-2	0.079
ε_{xy}	A	1.36014 E-2	1.3586 E-2	0.113
X_{xx}	A	1.82640 E+1	1.82640 E+1	0
X_{xy}	A	1.68688 E+1	1.68688 E+1	0
X_{yy}	A	-0.91320 E+1	-0.91320 E+1	0
ε_{xx}	B	4.0444 E-2	4.0672 E-2	0.563
ε_{xy}	B	1.9917 E-2	1.9667 E-2	-1.253
ε_{xx}	C	4.4177 E-2	4.4104 E-2	-0.166
ε_{xy}	C	1.9205 E-2	1.8913 E-2	-1.520
ε_{xx}	o	4.2848 E-2	4.2774 E-2	-0.173
ε_{xy}	o	1.9203 E-2	1.8913 E-2	-1.510

4.2 Remarques

Pour obtenir une précision correcte, il faut utiliser un nombre d'incréments assez important pour le trajet AB, en l'occurrence, 20 dans le cas présent.

4.3 Paramètres d'exécution

Version : 4.03

Machine :

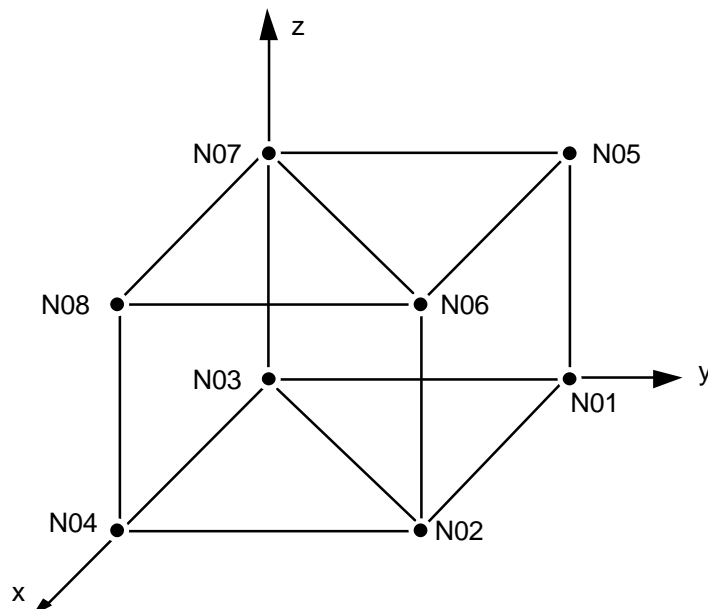
Encombrement mémoire : 8 mégamots

Temps CPU User : 83 secondes

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

PENTA6



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

- DDL_IMPO: (NOEUD: N04, DX: 0., DY:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N08, DX: 0., DY:0., DZ:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N02, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N06, DX: 0.)
- des forces surfaciques imposées (mot clé `FORCE_FACE`) sur les faces (mailles de peau) (1, 5, 6, 2), (1, 5, 7, 3), (3, 4, 8, 7) et (4, 8, 6, 2).

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8

Nombre de mailles et types : 1 PENTA6 + 4 QUAD4 (faces)

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
DEFI_MATERIAU	ECRO_LINE	D_SIGM_EPSI		[U4.23.01]
		SY		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	VMIS_CINE_LINE	[U4.32.01]
CALC_ELEM	OPTION	EPSI_ELNO_DEPL		[U4.61.02]
RECU_CHAMP		NOM_CHAM	VARI_ELNO_ELGA	[U4.62.01]

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
σ_{xx}	A	151.2	151.2	0
σ_{xy}	A	93.1	93.1	0
ε_{xx}	A	1.48297 E-2	1.4818 E-2	0.079
ε_{xy}	A	1.36014 E-2	1.3586 E-2	0.113
X_{xx}	A	1.82640 E+1	1.82640 E+1	0
X_{xy}	A	1.68688 E+1	1.68688 E+1	0
X_{yy}	A	-0.91320 E+1	-0.91320 E+1	0
ε_{xx}	B	4.0444 E-2	4.0672 E-2	0.563
ε_{xy}	B	1.9917 E-2	1.9667 E-2	-1.253
ε_{xx}	C	4.4177 E-2	4.4104 E-2	-0.166
ε_{xy}	C	1.9205 E-2	1.8913 E-2	-1.520
ε_{xx}	o	4.2848 E-2	4.2774 E-2	-0.173
ε_{xy}	o	1.9203 E-2	1.8913 E-2	-1.510

6.2 Paramètres d'exécution

Version : 4.03

Machine :

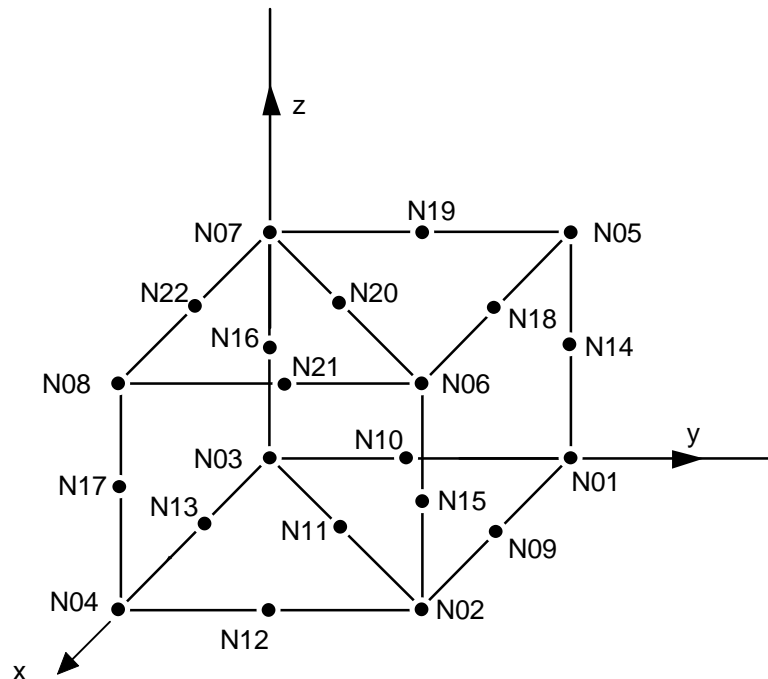
Encombrement mémoire : 8 mégamots

Temps CPU User : 32 secondes

7 Modélisation C

7.1 Caractéristiques de la modélisation

PENTA15



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

- DDL_IMPO: (NOEUD: N04, DX: 0., DY:0.)
 DDL_IMPO: (NOEUD: N08, DX: 0., DY:0., DZ:0.)
 DDL_IMPO: (NOEUD: N02, DX: 0.)
 DDL_IMPO: (NOEUD: N06, DX: 0.)
 DDL_IMPO: (NOEUD: N15, DX: 0.)
 DDL_IMPO: (NOEUD: N21, DX: 0.)
 DDL_IMPO: (NOEUD: N17, DX: 0.)
 DDL_IMPO: (NOEUD: N12, DX: 0.)
- des forces surfaciques imposées (mot clé FORCE_FACE) sur les faces (mailles de peau)
 (1, 14, 5, 18, 6, 15, 2, 9), (1, 14, 5, 19, 7, 16, 3, 10), (3, 13, 4, 17, 8, 22, 7, 16) et (4, 17, 8, 21, 6, 15, 2, 12).

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 22

Nombre de mailles et types : 1 PENTA15 + 4 QUAD8 (faces)

7.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
DEFI_MATERIAU	ECRO_LINE	D_SIGM_EPSI		[U4.23.01]
		SY		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	VMIS_CINE_LINE	[U4.32.01]
CALC_ELEM	OPTION	EPSI_ELNO_DEPL		[U4.61.02]
RECU_CHAMP		NOM_CHAM	VARI_ELNO_ELGA	[U4.62.01]

8 Résultats de la modélisation C

8.1 Valeurs testées

Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
σ_{xx}	A	151.2	151.2	0
σ_{xy}	A	93.1	93.1	0
ε_{xx}	A	1.48297 E-2	1.4818 E-2	0.079
ε_{xy}	A	1.36014 E-2	1.3586 E-2	0.113
X_{xx}	A	1.82640 E+1	1.82640 E+1	0
X_{xy}	A	1.68688 E+1	1.68688 E+1	0
X_{yy}	A	-0.91320 E+1	-0.91320 E+1	0
ε_{xx}	B	4.0444 E-2	4.0671 E-2	0.562
ε_{xy}	B	1.9917 E-2	1.9667 E-2	-1.254
ε_{xx}	C	4.4177 E-2	4.4103 E-2	-0.167
ε_{xy}	C	1.9205 E-2	1.8913 E-2	-1.521
ε_{xx}	o	4.2848 E-2	4.2773 E-2	-0.174
ε_{xy}	o	1.9203 E-2	1.8913 E-2	-1.511

8.2 Paramètres d'exécution

Version : 4.03

Machine :

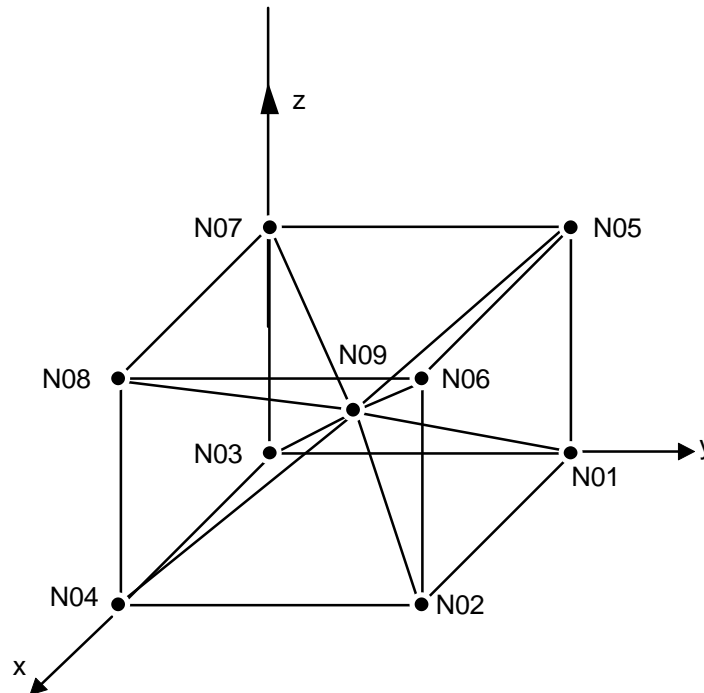
Encombrement mémoire : 8 mégamots

Temps CPU User : 42 secondes

9 Modélisation D

9.1 Caractéristiques de la modélisation

PYRAM5



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

- DDL_IMPO: (NOEUD: N04, DX: 0., DY:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N08, DX: 0., DY:0., DZ:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N02, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N06, DX: 0.)
- des forces surfaciques imposées (mot clé `FORCE_FACE`) sur les faces (mailles de peau) (1, 5, 6, 2), (1, 5, 7, 3), (3, 4, 8, 7) et (4, 8, 6, 2).

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9

Nombre de mailles et types : 6 PYRAM5 + 4 QUAD4 (faces)

9.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
DEFI_MATERIAU	ECRO_LINE	D_SIGM_EPSI		[U4.23.01]
		SY		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	VMIS_CINE_LINE	[U4.32.01]
CALC_ELEM	OPTION	EPSI_ELNO_DEPL		[U4.61.02]
RECU_CHAMP		NOM_CHAM	VARI_ELNO_ELGA	[U4.62.01]

10 Résultats de la modélisation D

10.1 Valeurs testées

Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
σ_{xx}	A	151.2	151.2	0
σ_{xy}	A	93.1	93.1	0
ε_{xx}	A	1.48297 E-2	1.4818 E-2	0.079
ε_{xy}	A	1.36014 E-2	1.3685 E-2	0.113
X_{xx}	A	1.82640 E+1	1.82640 E+1	0
X_{xy}	A	1.68688 E+1	1.68688 E+1	0
X_{yy}	A	-0.91320 E+1	-0.91320 E+1	0
ε_{xx}	B	4.0444 E-2	4.0672 E-2	0.563
ε_{xy}	B	1.9917 E-2	1.9667 E-2	-1.253
ε_{xx}	C	4.4177 E-2	4.4104 E-2	-0.166
ε_{xy}	C	1.9205 E-2	1.8913 E-2	-1.520
ε_{xx}	o	4.2848 E-2	4.2774 E-2	-0.173
ε_{xy}	o	1.9203 E-2	1.8913 E-2	-1.510

10.2 Paramètres d'exécution

Version : 4.03

Machine :

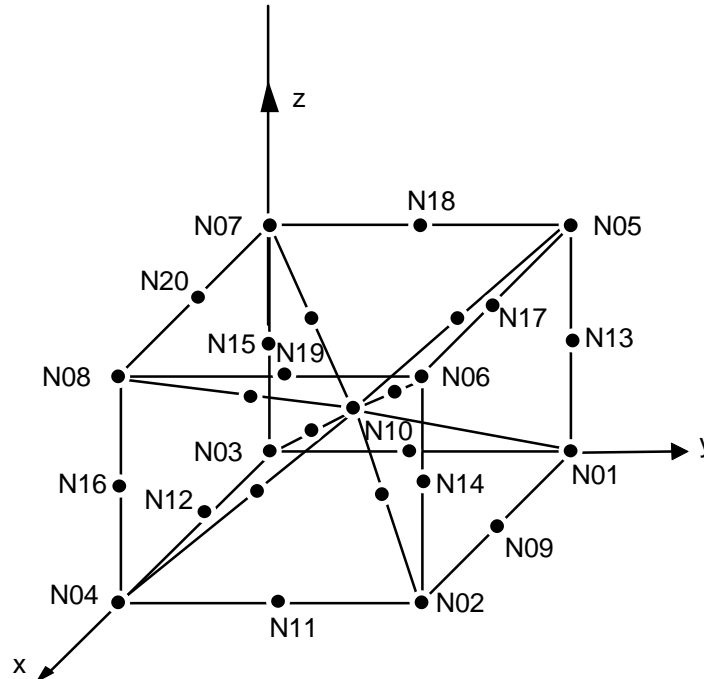
Encombrement mémoire : 8 mégamots

Temps CPU User : 32 secondes

11 Modélisation E

11.1 Caractéristiques de la modélisation

PYRAM13



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

- DDL_IMPO: (NOEUD: N04, DX: 0., DY:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N08, DX: 0., DY:0., DZ:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N02, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N06, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N11, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N14, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N16, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N19, DX: 0.)
- des forces surfaciques imposées (mot clé FORCE_FACE) sur les faces (mailles de peau) (1, 13, 5, 17, 6, 14, 2, 9), (1, 13, 5, 18, 7, 15, 3, 10), (3, 12, 4, 16, 8, 10, 7, 15) et (4, 16, 8, 19, 6, 14, 2, 11).

11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 29

Nombre de mailles et types : 6 PYRAM13 + 4 QUAD8 (faces)

11.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
DEFI_MATERIAU	ECRO_LINE	D_SIGM_EPSI		[U4.23.01]
		SY		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	VMIS_CINE_LINE	[U4.32.01]
CALC_ELEM	OPTION	EPSI_ELNO_DEPL		[U4.61.02]
RECU_CHAMP		NOM_CHAM	VARI_ELNO_ELGA	[U4.62.01]

12 Résultats de la modélisation E

12.1 Valeurs testées

Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
σ_{xx}	A	151.2	151.2	0
σ_{xy}	A	93.1	93.1	0
ε_{xx}	A	1.48297 E-2	1.4818 E-2	0.079
ε_{xy}	A	1.36014 E-2	1.3685 E-2	0.113
X_{xx}	A	1.82640 E+1	1.82640 E+1	0
X_{xy}	A	1.68688 E+1	1.68688 E+1	0
X_{yy}	A	-0.91320 E+1	-0.91320 E+1	0
ε_{xx}	B	4.0444 E-2	4.0671 E-2	0.562
ε_{xy}	B	1.9917 E-2	1.9667 E-2	-1.254
ε_{xx}	C	4.4177 E-2	4.4103 E-2	-0.167
ε_{xy}	C	1.9205 E-2	1.8913 E-2	-1.521
ε_{xx}	o	4.2848 E-2	4.2773 E-2	-0.174
ε_{xy}	o	1.9203 E-2	1.8913 E-2	-1.511

12.2 Paramètres d'exécution

Version : 4.03

Machine :

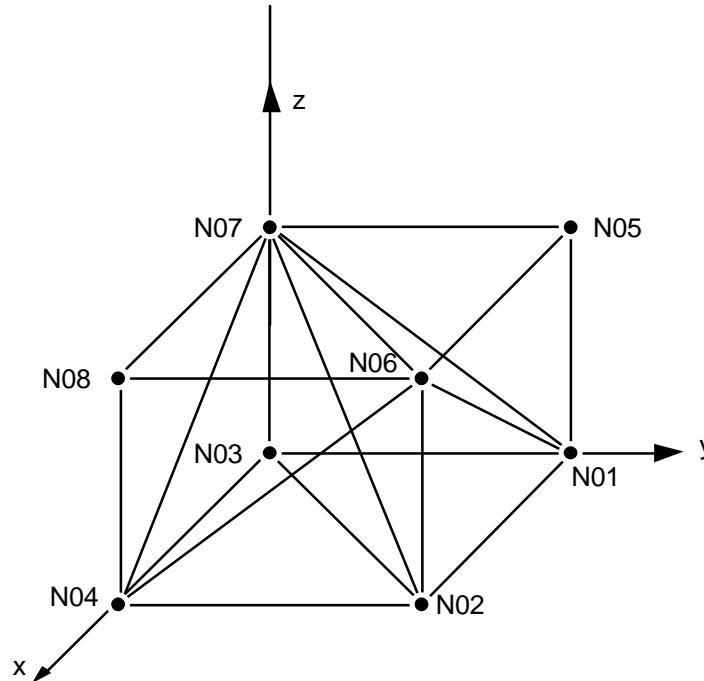
Encombrement mémoire : 8 mégamots

Temps CPU User : 65 secondes

13 Modélisation F

13.1 Caractéristiques de la modélisation

TETRA4



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

- DDL_IMPO: (NOEUD: N04, DX: 0., DY:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N08, DX: 0., DY:0., DZ:0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N02, DX: 0.)
DDL_IMPO: (NOEUD: N06, DX: 0.)
- des forces surfaciques imposées (mot clé FORCE_FACE) sur les faces (mailles de peau) (1, 5, 6), (1, 2, 6), (1, 5, 7), (1, 3, 7), (3, 4, 7), (4, 7, 8), (2, 4, 6) et (4, 6, 8).

13.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8

Nombre de mailles et types : 6 TETRA4 + 8 TRIA3 (faces)

13.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
DEFI_MATERIAU	ECRO_LINE	D_SIGM_EPSI		[U4.23.01]
		SY		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	VMIS_CINE_LINE	[U4.32.01]
CALC_ELEM	OPTION	EPSI_ELNO_DEPL		[U4.61.02]
RECU_CHAMP		NOM_CHAM	VARI_ELNO_ELGA	[U4.62.01]

14 Résultats de la modélisation F

14.1 Valeurs testées

Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
σ_{xx}	A	151.2	151.2	0
σ_{xy}	A	93.1	93.1	0
ε_{xx}	A	1.48297 E-2	1.4818 E-2	0.079
ε_{xy}	A	1.36014 E-2	1.3685 E-2	0.113
X_{xx}	A	1.82640 E+1	1.82640 E+1	0
X_{xy}	A	1.68688 E+1	1.68688 E+1	0
X_{yy}	A	-0.91320 E+1	-0.91320 E+1	0
ε_{xx}	B	4.0444 E-2	4.0671 E-2	0.562
ε_{xy}	B	1.9917 E-2	1.9667 E-2	-1.254
ε_{xx}	C	4.4177 E-2	4.4103 E-2	-0.167
ε_{xy}	C	1.9205 E-2	1.8913 E-2	-1.521
ε_{xx}	o	4.2848 E-2	4.2773 E-2	-0.174
ε_{xy}	o	1.9203 E-2	1.8913 E-2	-1.511

14.2 Paramètres d'exécution

Version : 4.03

Machine :

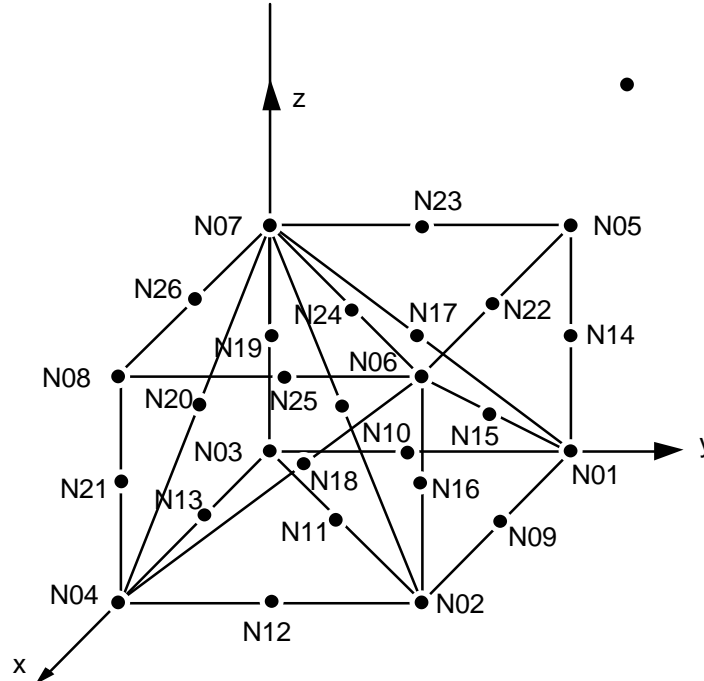
Encombrement mémoire : 8 mégamots

Temps CPU User : 31 secondes

15 Modélisation G

15.1 Caractéristiques de la modélisation

TETRA10



Le chargement et les conditions aux limites sont modélisés par :

- DDL_IMPO: (NOEUD: N04, DX: 0., DY:0.)
 DDL_IMPO: (NOEUD: N08, DX: 0., DY:0., DZ:0.)
 DDL_IMPO: (NOEUD: N02, DX: 0.)
 DDL_IMPO: (NOEUD: N06, DX: 0.)
 DDL_IMPO: (NOEUD: N12, DX: 0.)
 DDL_IMPO: (NOEUD: N16, DX: 0.)
 DDL_IMPO: (NOEUD: N18, DX: 0.)
 DDL_IMPO: (NOEUD: N21, DX: 0.)
 DDL_IMPO: (NOEUD: N25, DX: 0.)
- des forces surfaciques imposées (mot clé FORCE_FACE) sur les faces (mailles de peau) (1, 14, 5, 22, 6, 15), (1, 9, 2, 16, 6, 15), (1, 14, 5, 23, 7, 17), (1, 10, 3, 19, 7, 17), (3, 13, 4, 20, 7, 19), (4, 20, 7, 26, 8, 21), (2, 12, 4, 18, 6, 16) et (4, 18, 6, 25, 8, 21).

15.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 26

Nombre de mailles et types : 6 TETRA10 + 8 TRIA6 (faces)

15.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
DEFI_MATERIAU	ECRO_LINE	D_SIGM_EPSI		[U4.23.01]
		SY		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	VMIS_CINE_LINE	[U4.32.01]
CALC_ELEM	OPTION	EPSI_ELNO_DEPL		[U4.61.02]
RECU_CHAMP		NOM_CHAM	VARI_ELNO_ELGA	[U4.62.01]

16 Résultats de la modélisation G

16.1 Valeurs testées

Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
σ_{xx}	A	151.2	151.2	0
σ_{xy}	A	93.1	93.1	0
ε_{xx}	A	1.48297 E-2	1.4818 E-2	0.079
ε_{xy}	A	1.36014 E-2	1.3685 E-2	0.113
X_{xx}	A	1.82640 E+1	1.82640 E+1	0
X_{xy}	A	1.68688 E+1	1.68688 E+1	0
X_{yy}	A	-0.91320 E+1	-0.91320 E+1	0
ε_{xx}	B	4.0444 E-2	4.0672 E-2	0.563
ε_{xy}	B	1.9917 E-2	1.9667 E-2	-1.253
ε_{xx}	C	4.4177 E-2	4.4104 E-2	-0.166
ε_{xy}	C	1.9205 E-2	1.8913 E-2	-1.520
ε_{xx}	o	4.2848 E-2	4.2774 E-2	-0.173
ε_{xy}	o	1.9203 E-2	1.8913 E-2	-1.510

16.2 Paramètres d'exécution

Version : 4.03

Machine :

Encombrement mémoire : 8 mégamots

Temps CPU User : 44 secondes

17 Synthèse des résultats

Les résultats sont identiques quel que soit le type d'élément choisi. Les résultats sont proches de la solution de référence puisque les écarts sont globalement inférieurs à 1.52%.