

Manuel de Validation**Fascicule V3.04 : Statique linéaire des structures volumiques****Document : V3.04.307**

SSLV307 - Cylindre oblique sous charge axiale uniforme

Résumé :

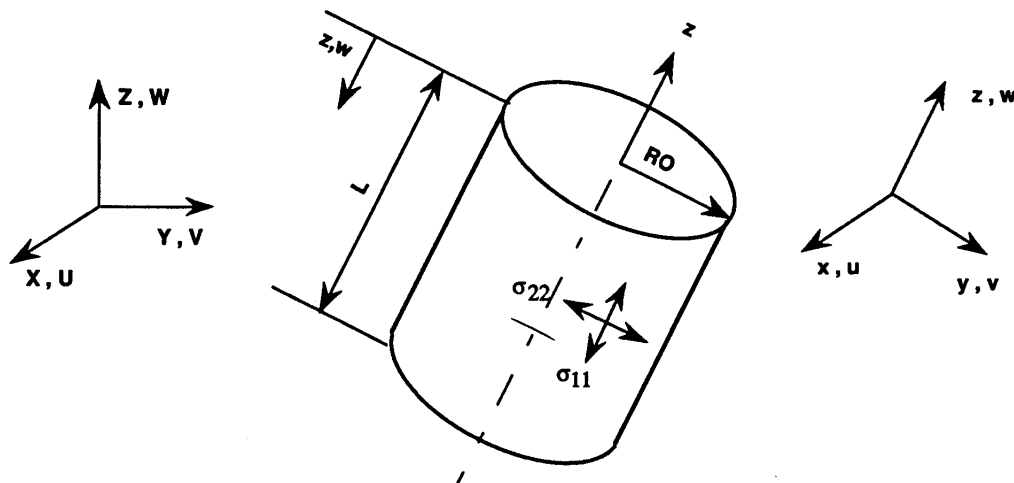
Le test a pour but de valider les divers types de relations linéaires, définis par les mots-clés LIAISON_DDL, LIAISON_OBLIQUE, LIAISON_GROUP.

Il permet aussi de tester l'option « symétries cycliques » à partir de la modélisation d'un secteur du cylindre.

L'analyse est réalisée en 3D.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Rayon moyen : $R_0 = 1 \text{ m}$
Epaisseur : $h = 0.02 \text{ m}$
Hauteur : $L = 4 \text{ m}$

Cosinus directeurs de l'axe du cylindre : $(0.0, 0.5, \frac{\sqrt{3}}{2})$

Axe local x parallèle à l'axe global X .

1.2 Propriétés de matériaux

$E = 2.1 \times 10^{11} \text{ Pa}$

$\nu = 0.3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Déplacement axial nul à l'extrémité basse ($w = 0$)
Pour les autres conditions aux limites (relations linéaires), voir paragraphe [§3].
- Charge axiale uniforme par unité de longueur $q = 10000 \text{ N/m}$, appliquée à l'extrémité haute.

1.4 Conditions initiales

Sans objet pour l'analyse statique.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

- Déplacement radial en repère local (x, y, z) :

$$u_r = \frac{qvRo}{Eh} = - \left[U^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} V - 0.5 W \right)^2 \right]^{1/2}$$

où U, V, W = composantes du déplacement dans le repère global (X, Y, Z) .

- Si $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz} = \sigma_{11}$ sont les contraintes dans le repère local, les contraintes exprimées dans le repère global valent :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma_{xx} \\ &= 3/4 \sigma_{yy} + 1/4 \sigma_{11} & \sigma_{11} &= q/h \\ \sigma_{zz} &= 1/4 \sigma_{yy} + 3/4 \sigma_{11} \\ \sigma_{yz} &= -\frac{\sqrt{3}}{4} \sigma_{yy} + \frac{\sqrt{3}}{4} \sigma_{11} \end{aligned}$$

Dans le plan local (x, z) , $\sigma_{yy} = 0$ (contrainte circonférentielle),

d'où $\sigma_{yy} = 1/4 \sigma_{11}, \sigma_{zz} = 3/4 \sigma_{11}$

2.2 Résultats de référence

- Déplacement radial : $u_r = -7.14 \times 10^{-7}$ m
- Dans le plan local (x, z) , $\sigma_{yy} = 1.25 \times 10^5$ Pa, $\sigma_{zz} = 3.75 \times 10^5$ Pa

2.3 Incertitude sur la solution

- Solution analytique

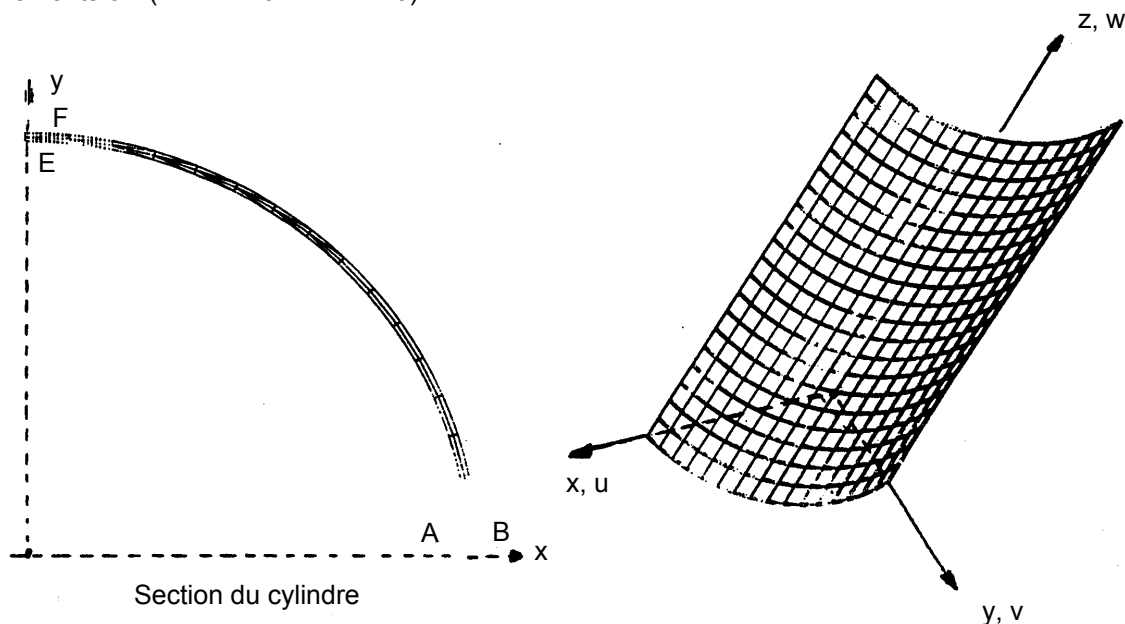
2.4 Références bibliographiques

- [1] R. J. ROARK et W. C. YOUNG : Formulas for stress and strain, 5^e édition. New-York, Mc Graw-Hill, 1975

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments 3D (PENTA15 + HEXA20)



Modélisation :

1/4 du cylindre suivant la circonférence

2 zones : zone 1 = partie inférieure ($0 \leq z \leq L/2$)
zone 2 = partie supérieure ($L/2 \leq z \leq L$)

Découpage :

20 éléments suivant la longueur

16 éléments suivant la circonférence

2 éléments dans l'épaisseur

Coordonnées des points (r, θ , z)

	A	G	B	E	G1	F	A2 A'2	H H'	B2 B'2	E2 E'2	H1 H'1	F2 F'2	A3	I	B3	E3	I1	F3
r	Ri	R	Re	Ri	R	Re	Ri	R	Re	Ri	R	Re	Ri	R	Re	Ri	R	Re
θ	0.	0.	0.	90.	90.	90.	0.	0	0.	90.	90.	90.	0.	0.	0.	90.	90.	90.
z	0.	0.	0.	0.	0.	0.	L/2	L/2	L/2	L/2	L/2	L/2	L	L	L	L	L	L

Ri = rayon intérieur

Re = rayon extérieur

les points A2, H, B2, E2, H2, F2 sont dans la section $z = L/2$ de la zone 1

les points A'2, H', B'2, E'2, H'2, F'2 sont les vis-à-vis respectifs dans la zone 2

Conditions aux limites :

- Conditions d'appui $w = 0$ à la base (section $z = 0.$) introduits par le mot-clé `LIAISON_OBLIQUE`
- Conditions de symétrie $v = 0.$ sur la face AB introduites par le mot-clé `LIAISON_OBLIQUE`
- Conditions de symétrie $u = 0.$ sur la face EF introduites par le mot-clé `LIAISON_OBLIQUE`
- Identification des noeuds communs aux 2 zones (section $z = L/2$) par le mot-clé `LIAISON_GROUP`.

Chargement :

Charge surfacique $p = q/h = 500000 \text{ N/m}^2$, suivant l'axe, soit en repère global :

$$F_x = 0.$$

$$F_y = p/2$$

$$F_z = p \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Nom des noeuds :

plan $z = 0.$	A = N 1	B = N 321	E = N 1740	F = N 1541	G = N 1540		
plan $z = 2$ (zone 1)	A2 = N 961	B2 = N 993	E2 = N 2141	F2 = N 2122	H = N 962	H1 = N 2121	
plan $z = 2$ (zone 2)	A'2 = N 3361	B'2 = N 3364	E'2 = N 2159	F'2 = N 2155	H' = N 3360	H'1 = N 2156	
plan $z = 4$	A3 = N 3359	B3 = N 3355	I = N 3356	E3 = N 2151	F3 = N 2154	I1 = N 2150	

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 4298

Nombre de mailles et types : 160 HEXA20, 320 PENTA15

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE-MODELE	'MECANIQUE'	'3D'
AFFE_CHAR_MECA	FORCE_CONTOUR	
	LIAISON_OBLIQUE	
	LIAISON_GROUP	
AFFE_CHAR_MECA_F	LIAISON_DDL	
CALC-CHAM-ELEM	OPTION	'SIGM_ENLO-DEPL'

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Valeurs des déplacements U, V, W lues sur fichier

Localisation	Type de valeur	Référence	Aster	% différence
Point G	U (m)	-7.143×10^{-7}	-7.13895×10^{-7}	0.057
	V (m)	0.	$\approx 10^{-22}$	-
	W (m)	0.	$\approx 10^{-23}$	-
Point H, H'	U (m)	-7.143×10^{-7}	-7.13859×10^{-7}	0.062
Point I	U (m)	-7.143×10^{-7}	-7.13739×10^{-7}	0.078
Point G1	U (m)	0.	$\approx 10^{-23}$	-
Points H1, H'1	U(m)	0.	$\approx 10^{-22}$	-

Valeurs des déplacements u, v, u_r en repère local calculés à partir de U, V, W

Localisation	Type de valeur	Référence	Aster	% différence
Point G	u _r (m)	-7.143×10^{-7}	-7.13895×10^{-7}	0.057
	v (m)	0.	$\approx 10^{-22}$	-
Point H, H'	u _r (m)	-7.143×10^{-7}	-7.13859×10^{-7}	0.062
	v (m)	0.	$\approx 10^{-12}$	-
Point I	u _r (m)	-7.143×10^{-7}	-7.13739×10^{-7}	0.078
	v (m)	0.	$\approx 10^{-12}$	-
Point A2, A'2	v (m)	0.	$\approx 10^{-12}$	-
Points B2, B'2				-
Point G1	u (m)	0.	$\approx 10^{-23}$	-
	u _r (m)	-7.143×10^{-7}	-7.14676×10^{-7}	-0.053
Points H1, H'1	u (m)	0.	$\approx 10^{-22}$	-
	u _r (m)	-7.143×10^{-7}	-7.14708×10^{-7}	-0.057
Point I1	u (m)	0.	$\approx 10^{-22}$	-
	u _r (m)	-7.143×10^{-7}	-7.14796×10^{-7}	-0.069
Points E2, E'2	u (m)	0.	$\approx 10^{-21}$	-
Points F2, F'2	u (m)	0.	$\approx 10^{-22}$	-
Points A, B, G				
A2, B2, H	σ_{YY} (Pa)	1.25×10^5	1.2500×10^5	0.
A'2, B'2, H'				
A3, B3, I				

Points A, B, G

A2, B2, H	σ_{zz} (Pa)	3.75×10^5	3.700×10^5	0.
-----------	--------------------	--------------------	---------------------	----

A'2, B'2, H'

A3, B3, I

4.2 Remarques

- Le déplacement radial u_r est obtenu avec une bonne précision.
- Les conditions de symétrie sur la face AB ($v = 0$ en local, soit $\frac{\sqrt{3}}{2} V - 0.5 W = 0$) sont vérifiées aux points A2, A'2, G, B2, B'2, H, H', I considérés.
De même, les conditions de symétrie sur la face EF ($u = U = 0$) sont vérifiées aux points E2, E'2, F2, F'2, G1, H1, H'1, I1 envisagés.
Le mot-clé `LIAISON_OBLIQUE` est ainsi validé.
- L'identification des noeuds communs aux 2 zones par le mot-clé `LIAISON_GROUP` est également validée : les déplacements U, V, W sont identiques aux points A'2, B'2, H', E'2, F'2, H'1 en comparaison des déplacements aux vis-à-vis respectifs A2, B2, H, E2, F2, H1.

Page laissée intentionnellement blanche.