

**Manuel de Validation****Fascicule V3.05 : Statique linéaire des structures assemblées****Document : V3.05.100**

---

**SSLX100 - Mélange 3D - Coque - Poutre en flexion**

---

**Résumé :**

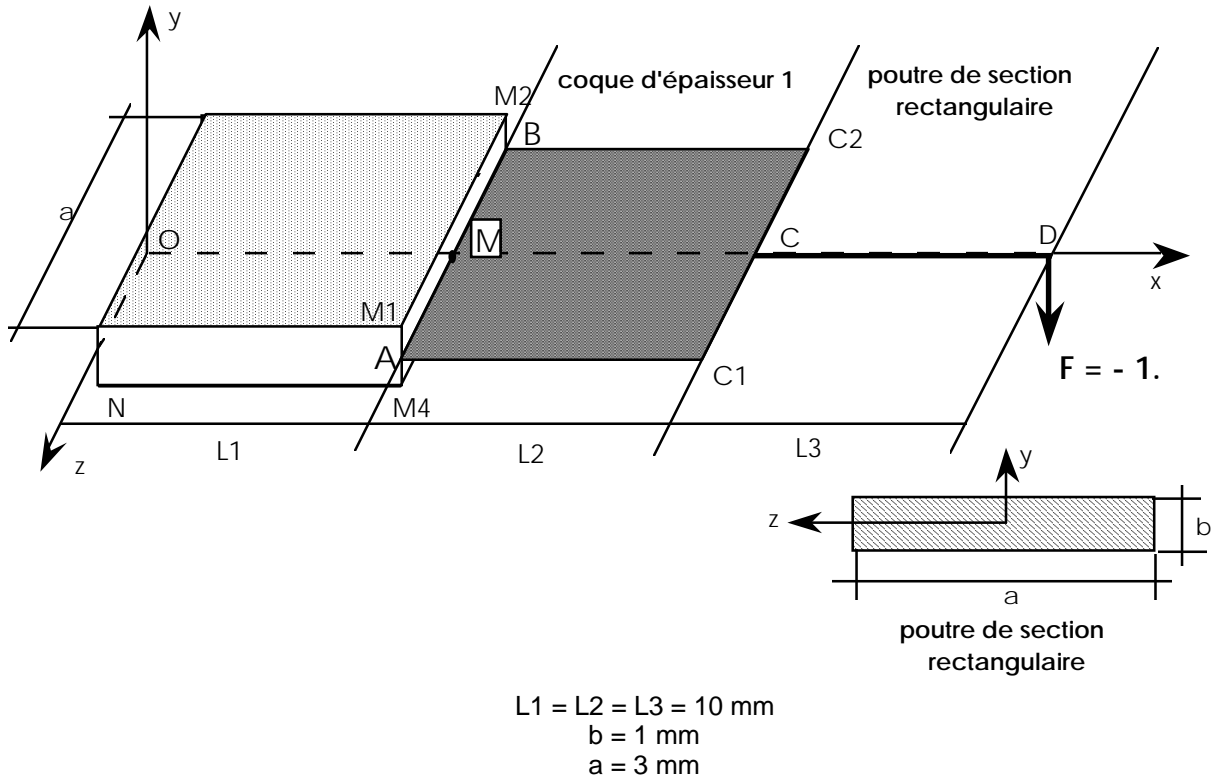
Ce test permet de valider pour un calcul élastique linéaire :

- un mélange de différents modèles mécaniques : modèle 3D (élément HEXA20), modèle de coque (élément DKT) et modèle de poutre (éléments POU\_D\_E, ou éléments COQUE\_C\_PLAN),
- des relations linéaires entre degrés de liberté.

Le test s'appuie sur la solution analytique **élastique** d'une poutre en flexion, le nombre réduit d'éléments pour les différents **modèles** conduit à une solution médiocre, qui est cependant améliorée nettement avec l'emploi de conditions aux limites appropriées à la théorie des poutres.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



### 1.2 Propriétés de matériaux

$E = 200\,000 \text{ MPa}$

$\nu = 0.3$

$\nu = 0.0$  permet d'éviter la variation de courbure orthogonale induite par l'effet de Poisson dans les plaques, qui provoque un écart entre les théories de poutres et de plaques, hors de la fibre moyenne.

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

- force  $F_y = -1$  (charge 1) ou couple  $C_z = 1$  (charge 2)
- définies ou appliqués sur la fibre neutre
- encastrement de la section  $x = 0$
- continuité des déplacements de translation sur AB
- continuité des déplacements de translation en C
- égalité des déplacements de rotation autour de z sur C1-C2
- pour les points M de la section (M1 M2 M4 ) les déplacements de translation  $u(M)$  dépendent linéairement du déplacement de rotation  $\varphi_z$  des points P de AB

$$u(M) = -\varphi_z(P) \cdot y + dx(P)$$

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Solution analytique, *structure isostatique*.

La flèche élastique, les contraintes et déformations axiales élastiques et le moment fléchissant en tout point d'abscisse  $x$  sont donnés par :

- Charge n°1 : force  $F_y = -1$

$$\begin{aligned} M_y(x) &= F_y \cdot L \cdot (1 - x/L) & (= E \cdot I_z \cdot u_y''(x) \text{ en élasticité}) \\ u_y(x) &= F_y \cdot L \cdot x^2 \cdot (3 - x/L) / (6 \cdot E \cdot I_z) & (\text{en élasticité}) \\ \varepsilon_{xx}(x,y) &= -F_y \cdot L \cdot (1 - x/L) \cdot y / (E \cdot I_z) & (\text{en élasticité}) \\ \sigma_{xx}(x,y) &= -F_y \cdot L \cdot (1 - x/L) \cdot y / I_z & (\text{en élasticité}) \end{aligned}$$

- Charge n°2 : couple  $C_z=1$  ou rotation  $dr_z = C_z \cdot L / (E \cdot I_z)$

$$\begin{aligned} M_y(x) &= C_z & (= E \cdot I_z \cdot u_y''(x) \text{ en élasticité}) \\ u_y(x) &= C_z \cdot x^2 / (2 \cdot E \cdot I_z) & (\text{en élasticité}) \\ \sigma_{xx}(x,y) &= -C_z \cdot y / I_z & (\text{en élasticité}) \\ \varepsilon_{xx}(x,y) &= -C_z \cdot y / (E \cdot I_z) & (\text{en élasticité}) \end{aligned}$$

avec :

$$L = L1 + L2 + L3 = 30 \text{ mm}$$

$$I_z = a \cdot h^3 / 12 = 0.25 \text{ mm}^4$$

$$dr_z = 0.0006$$

### 2.2 Résultats de référence

Flèches, contraintes et déformations axiales et moments fléchissants en 4 points de l'axe de la poutre.

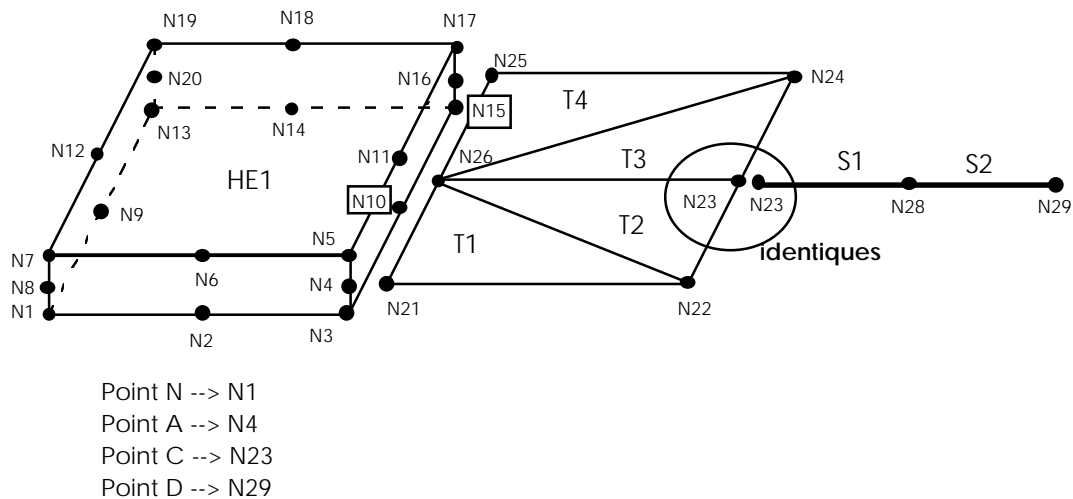
### 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

### 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments HEXA20, DKT et POU\_D\_E



Charge n°1 : force  $F_y$   
Encastrement total sur la section en O

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 28

Nombre de mailles et types : 1 HEXA20 , 4 TRIA3 / DKT , 2 SEG2/ POU\_D\_E

### 3.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION	'3D'	[U4.22.01]
	AFFE	MODELISATION	'DKT'	
	AFFE	MODELISATION	'POU_D_E'	
AFFE_CARA_ELEM	COQUE			[U4.24.01]
	POUTRE			
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO			[U4.25.01]
	LIAISON_GROUP			
	LIAISON_DDL			
	FORCE_NODALE			
MECA_STATIQUE				[U4.31.01]

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

- Charge n°1 : force  $F_y$

	Identification	Référence	Aster	% différence
uN	(nœud N1)	0.	0.	0.
uM	(nœud N26)	-0.0267	-0.0231	-13.5
uA	(nœud N4)	-0.0267	-0.0230	-13.8
uC1	(nœud N22)	-0.0933	-0.0855	-8.4
uC	(nœud N23)	-0.0933	-0.0856	-8.3
uD	(nœud N29)	-0.18	-0.1686	-6.4
$M_{yN}$	(nœud N1)	-30.		
$M_{yM}$	(nœud N26)	-20.		
$M_{yA}$	(nœud N4)	-20.		
$M_{yC1}$	(nœud N22)	-10.		
$M_{yC}$	(nœud N23)	-10.		
$M_{yD}$	(nœud N29)	0.		

### 4.2 Paramètres d'exécution

Version : 4.00.02

Machine : CRAY C98

Encombrement mémoire : 8 Mw

Système :

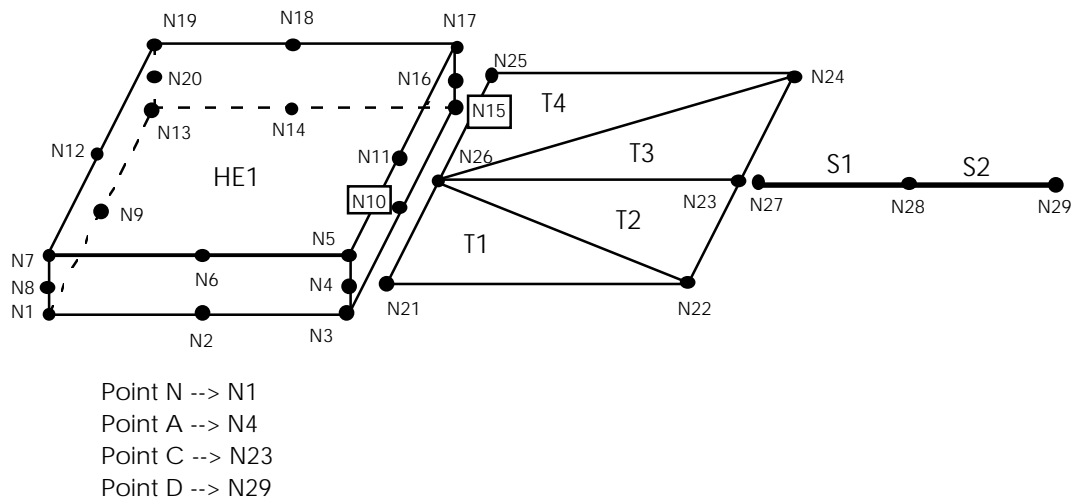
Temps CPU User : UNICOS 9.0

4 secondes

## 5 Modélisation B

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments HEXA20, DKT et POU\_D\_E



Charge n°1 : force  $F_y$

Encastrement sur la section en O réalisé par une liaison 3D\_POUTRE entre la face N1 N13 N19 N7 et un élément discret situé sur l'origine.

Relation supplémentaire, par rapport à la modélisation A, entre  $C_1$   $C_2$  et C, introduite par LIAISON\_ELEM : 'COQ\_POU'.

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 29

Nombre de mailles et types : 1 HEXA20 , 4 TRIA3 / DKT , 2 SEG2/ POU\_D\_E , 1 POI1/DIS\_TR , 1 QUAD8 , 2 SEG2/BORD\_DKT

### 5.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION	' 3D '	[U4.22.01]
	AFFE	MODELISATION	' DKT '	
	AFFE	MODELISATION	' POU_D_E '	
AFFE_CARA_ELEM	COQUE POUTRE DISCRET			[U4.24.01]
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO			[U4.25.01]
	LIAISON_GROU			
	LIAISON_ELEM	OPTION	' 3D_POU '	
	FORCE_NODALE		' COQ_POU '	
MECA_STATIQUE	OPTION	' SIEF_ELGA_DEPL '		[U4.31.01]
		' EFGE_ELNO_DEPL '		
POST_RELEVE_T	ACTION	OPERATION	' MOYENNE '	[U4.74.04]
		RESULTANTE	' DX' 'DY' 'DZ '	
		MOMENT	' DRX' 'DRY' 'DRZ '	

## 6 Résultats de la modélisation B

### 6.1 Valeurs testées

- Charge n°1 : force  $F_y$

Identification		Référence	Aster	% différence
uN	(nœud N1)	0.	-3.81 E-18	0.
uM	(nœud N26)	-0.0267	-0.0260	-2.6
uA	(nœud N4)	-0.0267	-0.0259	-2.9
uC1	(nœud N22)	-0.0933	-0.0928	-0.5
uC	(nœud N23)	-0.0933	-0.0929	-0.4
uD	(nœud N29)	-0.18	-0.1804	+0.2
M <sub>Z</sub>	(point O)	-30.	-30.	0
M <sub>Z</sub>	(point M)	-20.	-20.	0
M <sub>Z</sub>	(point C)	-10.	-10.	0
M <sub>Z</sub>	(nœud N23)	-10.	-10.	0
M <sub>Z</sub>	(nœud N29)	0.	0.	0

### 6.2 Remarques

Les moments résultants aux points O, M et C sont obtenus par POST\_RELEVÉ (moment issu des forces nodales sur les bords A B et C1 C2).

### 6.3 Paramètres d'exécution

Version : 4.00.02

Machine : CRAY C98

Encombrement mémoire : 8 Mw

Système :

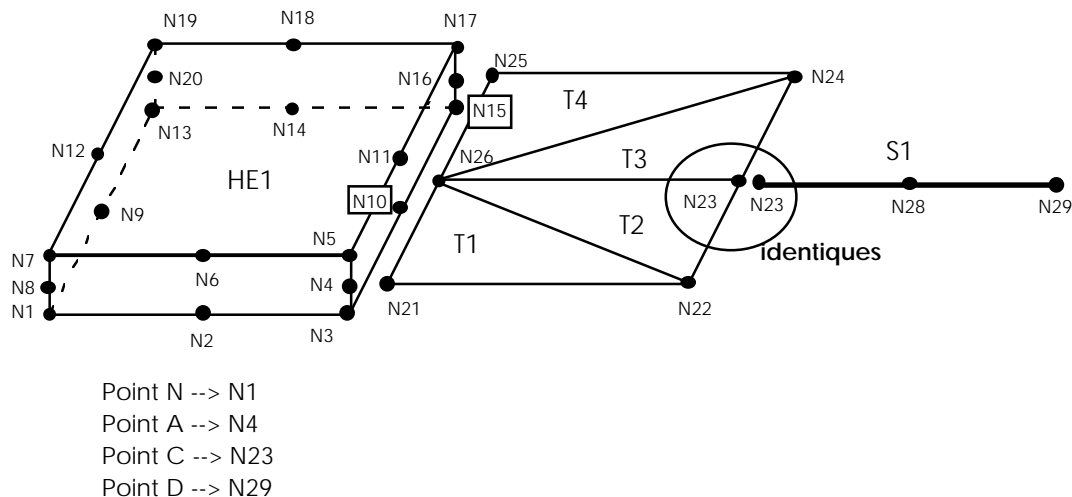
Temps CPU User : UNICOS 9.0

4 secondes

## 7 Modélisation C

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments HEXA20, DKT et COQUE\_C\_PLAN



En N29 : charge n°1 : force  $F_y$ , charge n°2 : couple  $C_z$  ou rotation  $dr_z$   
 Déplacements DY et DZ sur la section 0 nuls en moyenne (commande LIAISON\_DDL).

**Remarque :**

Comme la largeur de la poutre est  $a=3\text{mm}$ , le module d'Young est multiplié par 3 dans le matériau de la Coque\_C\_Plan.

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 29

Nombre de mailles et types : 1 HEXA20 , 4 TRIA3 / DKT , 1 SEG3/ COQUE\_C\_PLAN

### 7.3 Fonctionnalités testées

Commandes				Clés
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION	' 3D '	[U4.22.01]
	AFFE	MODELISATION	' DKT '	
	AFFE	MODELISATION	' COQUE_C_PLAN '	
AFFE_CARA_ELEM	COQUE			[U4.24.01]
	POUTRE			
AFFE_CHAR_MECA	DDL_IMPO			[U4.25.01]
	LIAISON_GROU			
	LIAISON_DDL			
	FORCE_NODALE			
MECA_STATIQUE				[U4.31.01]
RECU_CHAMP	RESULTAT	NOM_CHAM	' DEPL '	[U4.62.01]
CALC_ELEM	RESULTAT	OPTION	' EFGE_ELNO_DEPL '	[U4.61.02]
			' SIGM_ELNO_DEPL '	
			' EPSI_ELNO_DEPL '	



## 8 Résultats de la modélisation C

### 8.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster ( $\nu = 0.3$ )	% différence
Charge 1 : force $F_y$			
uN (nœud N8)	0.	$5.97 \cdot 10^{-5}$	0.00
uM (nœud N26)	-0.0267	-0.02528	-5.30
uA (nœud N4)	-0.0267	-0.02519	-5.64
uC1 (nœud N22)	-0.0933	-0.09136	-2.08
uC (nœud N23)	-0.0933	-0.09148	-1.95
uD (nœud N29)	-0.18	-0.1766	-1.90
M <sub>yN</sub> (nœud N8)	-30.	n.c.	
M <sub>yM</sub> (nœud N26)	-20.	n.c.	
M <sub>yA</sub> (nœud N4)	-20.	n.c.	
M <sub>yC1</sub> (nœud N22)	-10.	n.c.	
M <sub>yC</sub> (nœud N23)	-10.	n.c.	
M <sub>yD</sub> (nœud N28)	-5.	-5.0012	0.025
$\sigma_{xx}(x, h/2)$ (nœud N28)	-30.0000	-30.0007	0.025
$\varepsilon_{xx}(x, h/2)$ (nœud N28)	$-5.0 \cdot 10^{-5}$	$5.0012 \cdot 10^{-5}$	0.025
Charge 2 : couple $C_z$			
uN (nœud N1)	0.	$-2.28 \cdot 10^{-6}$	0.00
uM (nœud N26)	-0.0010	-0.001005	0.451
uA (nœud N4)	-0.0010	-0.000998	-0.224
uC1 (nœud N22)	-0.0040	-0.003998	-0.052
uC (nœud N23)	-0.0040	-0.004005	0.117
uD (nœud N29)	-0.0090	-0.009005	0.058
M <sub>yD</sub> (nœud N28)	1.0	0.99952	-0.048
$\sigma_{xx}(x, h/2)$ (nœud N28)	6.0000	5.9971	-0.048
$\varepsilon_{xx}(x, h/2)$ (nœud N28)	$1.0 \cdot 10^{-5}$	$0.9995 \cdot 10^{-5}$	-0.048

### 8.2 Remarques

Le calcul des efforts et du moment dans l'élément Coque\_C\_Plan est effectué au nœud milieu N28 pour que l'interpolation soit correcte ; sachant que le module d'Young est triple pour que le produit  $E \cdot I_z$  soit identique dans tout le modèle, les contraintes le sont aussi.

### 8.3 Paramètres d'exécution

Version : 4.02.12  
Machine : CRAY C98  
Encombrement mémoire : 8 Mw  
Système : UNICOS 9.0  
Temps CPU User : 16,2 secondes

## 9 Synthèse des résultats

---

- Le maillage est très grossier en éléments 3D et plaque. Le test mérite une modélisation plus fine, étant donné que les résultats sont influencés par la façon de décrire les conditions d'encastrement en O. La modélisation A conduit à une erreur de 14% au maximum,
- cependant qu'avec une bonne prise en compte de ces conditions, la solution est nettement meilleure (la modélisation B conduit à une erreur de 3% maximum).
- Les comparaisons des contraintes et efforts donnent de bons résultats (modélisation B). Pour l'élément de coque 1D, les résultats sont très bons.