

Manuel de Validation
Fascicule V6.05 : Statique non linéaire
Document : V6.05.100

SSNS100 - Comportement non linéaire d'une nappe d'armatures sous chargement thermique

Résumé :

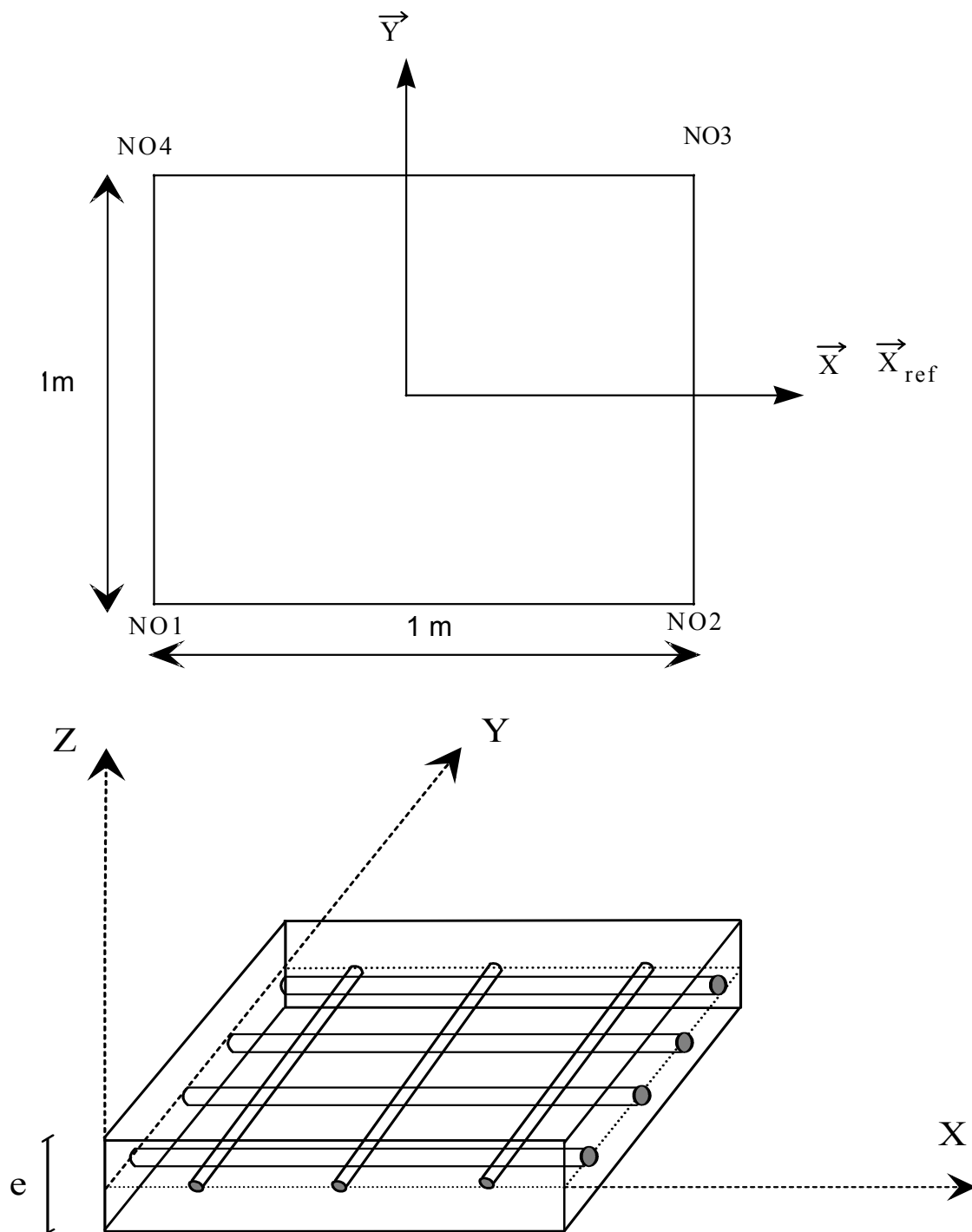
Une nappe d'armatures non excentrée par rapport au feuillet moyen et encastrée sur ses quatre côtés est soumise à un chargement thermique. Les orientations des armatures sont confondues avec les axes (X,Y) du repère global.

L'intérêt principal de ce test est de valider l'intégration numérique des modèles de comportement élasto-plastique `GRILLE_ISOT_LINE`, `GRILLE_CINE_LINE` et `GRILLE_PINTO_MEN` d'une nappe d'armatures associée à l'élément fini `GRILLE` (plaque orthotrope avec excentrement par rapport au plan de référence), dans l'algorithme général `STAT_NON_LINE`.

Afin d'obtenir des solutions de référence, des solutions analytiques ont été établies pour les deux comportements élasto-plastiques à écrouissage isotrope linéaire et cinématique linéaire. Le comportement de Pinto-Menegotto est validé par non régression des résultats numériques obtenus avec *Aster* en version 5-3 (cf. [§1.3.3]).

1 Problème de référence

1.1 Géométrie de la plaque



1.2 Caractéristiques des modélisations

Ce cas test est composé de 7 modélisations. Le tableau ci-dessous résume leur caractéristiques :

Excentrement = 0 Epaisseur = 0,01m

Orientation des armatures

direction longitudinale (L) : OX

direction transversale (T) : OY

Modélisation	Loi de comportement	% armature longitudinale ρ_L	% armature transversale ρ_T	Mode d'application de la température
A	isotrope linéaire	1	0,1	aux nœuds
B	cinématique linéaire	1	0,1	aux nœuds
C	Pinto Menegotto	1	0,1	aux nœuds
D	Pinto Menegotto	1	0,1	aux éléments
E	Pinto Menegotto	1	0	aux éléments
F	isotrope linéaire	1	0	aux nœuds
G	cinématique linéaire	1	0	aux nœuds

1.3 Propriétés des matériaux

1.3.1 Propriétés communes à toutes les modélisations

Module d'Young : $E = 2.10^{11}$ MPa

Coefficient de Poisson : $\nu = 0$

Limite d'élasticité : $\sigma_y = 2.10^8$ MPa

Coefficient de dilatation thermique : $\alpha = 10^{-5}$ (°C⁻¹)

1.3.2 Comportement plastique isotrope et cinématique

Pour les comportements isotrope (GRILLE_ISOT_LINE) et cinématique (GRILLE_CINE_LINE)

Pente d'écrouissage: $E_T = 2.10^{10}$ MPa

1.3.3 Comportement de Pinto Menegotto

Pour le comportement PINTO MENEGOTTO (GRILLE_PINTO_MEN)

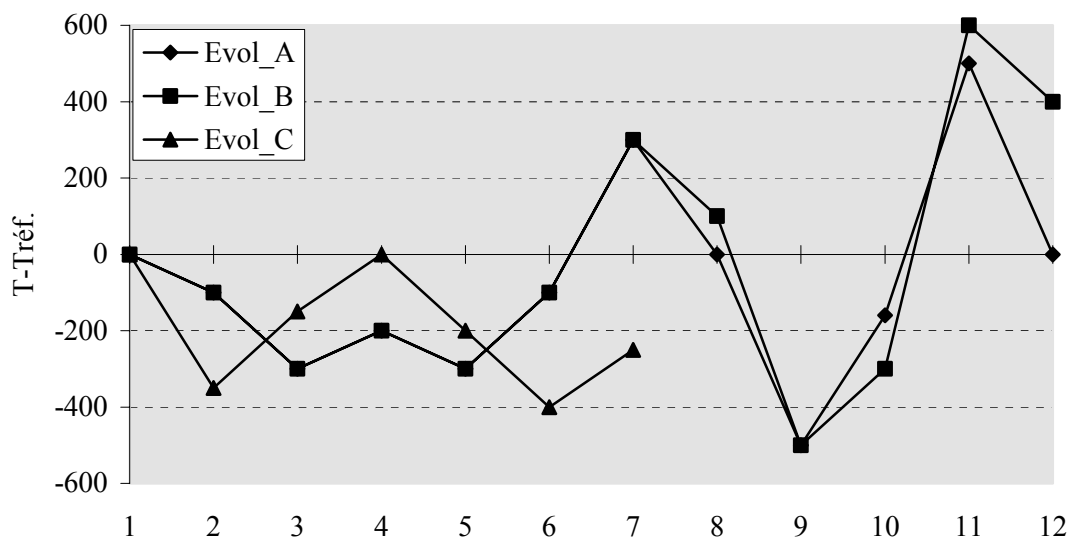
EPSI_ULTM : $3,0. 10^{-2}$
 SIGM_ULTM : $2,58. 10^8$
 EPSP_HARD : 0,0023
 R_PM : 20,0
 EP_SUR_E : 0,01
 A1_PM : 18,5
 A2_PM : 0,15
 ELAN : 4,9
 A6_PM : 620,0
 C_PM : 0,5
 A_PM : 0,008

1.4 Conditions aux limites et chargement

La plaque est entièrement encastree.

Le chargement est d'origine thermique. L'évolution de la température en fonction du temps est donnée pour chaque modélisation dans le tableau suivant. La température est appliquée aux noeuds ou aux éléments, selon la modélisation.

Instant	Evolution A T°	Evolution B T°	Evolution C T°
0	50	50	50
1	-50	-50	-300
2	-250	-250	-100
3	-150	-150	50
4	-250	-250	-150
5	-50	-50	-350
6	350	350	-200
7	50	150	
8	-450	-450	
9	-110	-250	
10	550	650	
11	50	450	



On a pris pour tous les tests une température de référence de 50°.

2 Solutions de référence

2.1 Comportement plastique isotrope

La solution de référence se calcule analytiquement.

On note T^+ , ε_p^+ , p^+ , ε^+ la température, la déformation plastique, la déformation plastique cumulée et la déformation totale à l'instant de calcul, et T^- , ε_p^- , p^- les mêmes quantités à l'instant précédent. $T_{\text{réf}}$ désigne la température de référence.

La solution se calcule de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \sigma_e &= E \left[\varepsilon^+ - \alpha (T^+ - T_{\text{réf}}) - \varepsilon_p^- \right] \\ R(p) &= \frac{E \cdot E_T}{E - E_T} p + \sigma_y \\ \text{si } |\sigma_e| &\leq R(p^-) \\ &\left| \begin{aligned} \varepsilon_p^+ &= \varepsilon_p^- ; p^+ = p^- ; \sigma^+ = \sigma_e \end{aligned} \right. \\ \text{sinon} \\ \text{si } \sigma_e &> R(p^-) \\ &\left| \begin{aligned} \varepsilon_p^+ &= \frac{E - E_T}{E} \left[\varepsilon^+ - \alpha (T^+ - T_{\text{réf}}) - \frac{\sigma_y}{E} \right] + \frac{E_T}{E} [\varepsilon_p^- - p^-] \\ p^+ &= p^- + \varepsilon_p^+ - \varepsilon_p^- \\ \sigma^+ &= R(p^+) \end{aligned} \right. \\ \text{sinon} \\ &\left| \begin{aligned} \varepsilon_p^+ &= \frac{E - E_T}{E} \left[\varepsilon^+ - \alpha (T^+ - T_{\text{réf}}) + \frac{\sigma_y}{E} \right] + \frac{E_T}{E} [\varepsilon_p^- + p^-] \\ p^+ &= p^- - \varepsilon_p^+ + \varepsilon_p^- \\ \sigma^+ &= -R(p^+) \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Ce calcul est fait dans chaque direction. Pour le cas traité, $\varepsilon^+ = 0$ à tout instant.

Dans la direction longitudinale, la contrainte mémorisée dans *Aster* est la contrainte réelle existant dans chaque grille de cette direction.

Dans la direction transversale, la contrainte mémorisée dans *Aster* est la contrainte réelle existant

dans chaque grille de cette direction multipliée par le coefficient $\frac{\rho_T}{\rho_L}$.

2.2 Comportement plastique cinématique

La solution de référence se calcule analytiquement.

On note T^+ , ε_p^+ , ε^+ , X^+ la température, la déformation plastique et la variable d'écrouissage cinématique à l'instant de calcul, et T^- , ε_p^- , X^- les mêmes quantités à l'instant précédent.

La solution se calcule de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \sigma_e &= E \left[\varepsilon^+ - \alpha (T^+ - T_{ref}) - \varepsilon_p^- \right] \\ \text{si } |\sigma_e - X^-| &\leq \sigma_y \\ &\quad \varepsilon_p^+ = \varepsilon_p^- ; X^+ = X^- ; \sigma^+ = \sigma_e \\ \text{sinon} \\ \text{si } \sigma_e - X^- &> \sigma_y \\ &\quad \left\{ \begin{aligned} \varepsilon_p^+ &= \frac{E - E_T}{E} \left[\varepsilon^+ - \alpha (T^+ - T_{ref}) - \frac{\sigma_y}{E} \right] \\ X^+ &= E_T \left[\varepsilon^+ - \alpha (T^+ - T_{ref}) - \frac{\sigma_y}{E} \right] \\ \sigma^+ &= E_T \left[\varepsilon^+ - \alpha (T^+ - T_{ref}) \right] + \frac{E - E_T}{E} \sigma_y \end{aligned} \right. \\ \text{sinon} \\ &\quad \left\{ \begin{aligned} \varepsilon_p^+ &= \frac{E - E_T}{E} \left[\varepsilon^+ - \alpha (T^+ - T_{ref}) + \frac{\sigma_y}{E} \right] \\ X^+ &= E_T \left[\varepsilon^+ - \alpha (T^+ - T_{ref}) + \frac{\sigma_y}{E} \right] \\ \sigma^+ &= E_T \left[\varepsilon^+ - \alpha (T^+ - T_{ref}) \right] - \frac{E - E_T}{E} \sigma_y \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Ce calcul est fait dans chaque direction. Pour le cas traité, $\varepsilon^+ = 0$ à tout instant.

Dans la direction longitudinale, la contrainte mémorisée dans *Aster* est la contrainte réelle existant dans chaque grille de cette direction.

Dans la direction transversale, la contrainte mémorisée dans *Aster* est la contrainte réelle existant

dans chaque grille de cette direction multipliée par le coefficient $\frac{\rho_T}{\rho_L}$.

2.3 Comportement Pinto Ménégotto

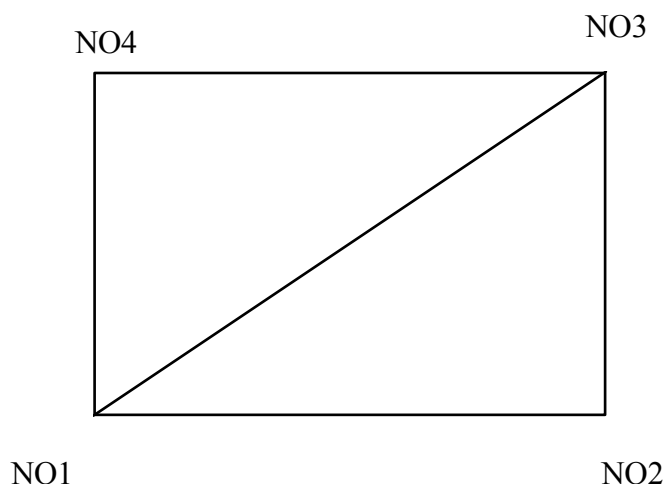
La solution de référence est celle obtenue par un calcul *Aster* avec le même maillage sur lequel on applique des cycles de charge/décharge, en déplacement imposé, permettant de recréer les déformations issues des calculs thermo-mécaniques présentés ci-après. Le test correspondant n'est donc qu'un test de non régression, en comparant les contraintes obtenues par ces deux types de modélisation : d'une part mécanique, et d'autre part thermo-mécanique.

Dans la direction longitudinale, la contrainte mémorisée dans *Aster* est la contrainte réelle existant dans chaque grille de cette direction.

Dans la direction transversale, la contrainte mémorisée dans *Aster* est la contrainte réelle existant dans chaque grille de cette direction multipliée par le coefficient $\frac{\rho_T}{\rho_L}$.

3 Modélisation A

L'éprouvette est maillée avec deux éléments 'GRILLE' à trois nœuds.



4 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_CARA_ELEM	GRILLE		
DEFI_MATERIAU	ECRO_LINE		
	PINTO_MENEGOTTO		
STAT_NON_LINE	COMP_INCR	RELATION	'GRILLE_ISOT_LINE'
			'GRILLE_CINE_LINE'
			'GRILLE_PINTO_MEN'
	NEWTON	MATRICE	'TANGENTE'
CALC_ELEM	OPTION	SIGM_ELNO_VARI	

5 Résultats modélisation A (écrouissage isotrope linéaire)

5.1 Chargement thermique pour la modélisation A

Température de référence : 50

Histoire du chargement : Evolution_A (cf. [§1.4])

Les températures sont rentrées comme un champ aux nœuds.

5.2 Résultats

Variable : SIGXX et SIGYY au nœud NO1

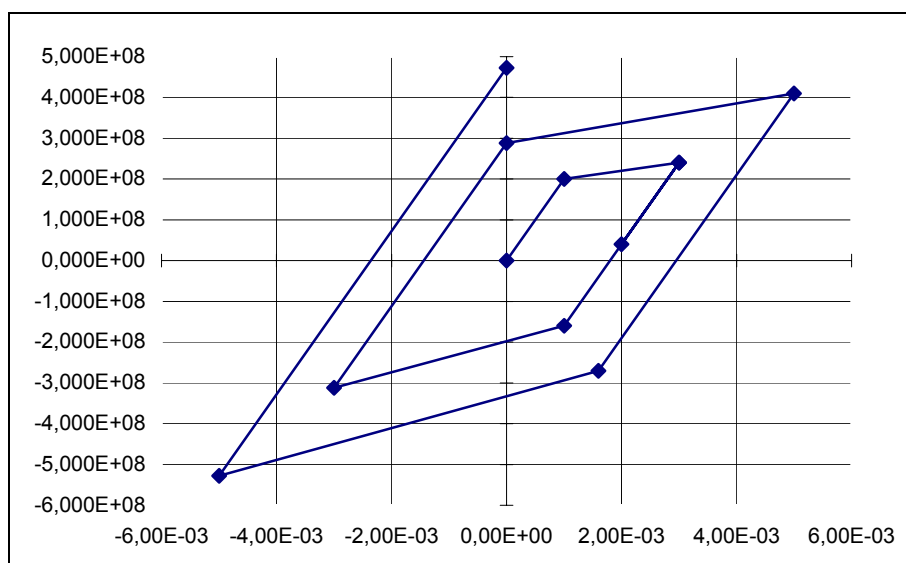
SIGXX				SIGYY		
Instant	Référence	Code_Aster	Ecart	Référence	Code_Aster	Ecart (%)
1	2,00000E+08	2,00000E+08	0	2,00000E+07	2,00000E+07	0
2	2,40000E+08	2,40000E+08	0	2,40000E+07	2,40000E+07	0
3	4,00000E+07	4,00000E+07	0	4,00000E+06	4,00000E+06	0
4	2,40000E+08	2,40000E+08	0	2,40000E+07	2,40000E+07	0
5	-1,60000E+08	-1,60000E+08	0	-1,60000E+07	-1,60000E+07	0
6	-3,12000E+08	-3,12000E+08	0	-3,12000E+07	-3,12000E+07	0
7	2,88000E+08	2,88000E+08	0	2,88000E+07	2,88000E+07	0
8	4,09600E+08	4,09600E+08	0	4,09600E+07	4,09600E+07	0
9	-2,70400E+08	-2,70400E+08	0	-2,70400E+07	-2,70400E+07	0
10	-5,27680E+08	-5,27680E+08	0	-5,27680E+07	-5,27680E+07	0
11	4,72320E+08	4,72320E+08	0	4,72320E+07	4,72320E+07	0

Remarques :

Les résultats présentés sont donnés dans le repère de référence (X_{ref} , Y_{ref}) faisant un angle de 0° par rapport à (X , Y).

Les contraintes SIGYY sont égales aux contraintes SIGXX multipliées par le rapport des pourcentages d'armature entre les directions transversale et longitudinale.

Le cas test étudié correspond au schémas suivant dans un plan contrainte déformation :



6 Résultats modélisation B (écrouissage cinématique linéaire)

6.1 Chargement thermique pour la modélisation B

Température de référence : 50°C

Histoire du chargement : Evolution_B (cf. [§1.4])

Les températures sont rentrées comme un champ aux nœuds.

6.2 Résultats

Variable : SIGXX et SIGYY au nœud NO1

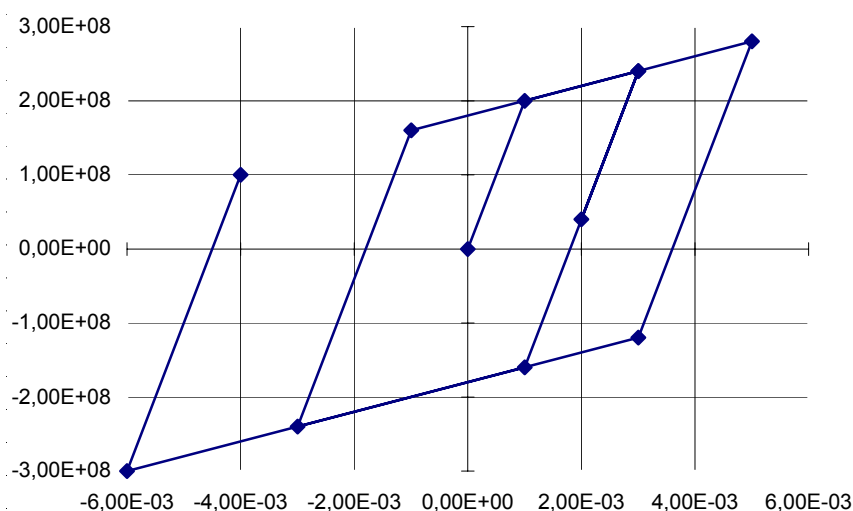
SIGXX				SIGYY		
Instant	Référence	Code_Aster	Ecart	Référence	Code_Aster	Ecart (%)
1	2,00E+08	2,00E+08	0	2,00E+07	2,00E+07	0
2	2,40E+08	2,40E+08	0	2,40E+07	2,40E+07	0
3	4,00E+07	4,00E+07	0	4,00E+06	4,00E+06	0
4	2,40E+08	2,40E+08	0	2,40E+07	2,40E+07	0
5	-1,60E+08	-1,60E+08	0	-1,60E+07	-1,60E+07	0
6	-2,40E+08	-2,40E+08	0	-2,40E+07	-2,40E+07	0
7	1,60E+08	1,60E+08	0	1,60E+07	1,60E+07	0
8	2,80E+08	2,80E+08	0	2,80E+07	2,80E+07	0
9	-1,20E+08	-1,20E+08	0	-1,20E+07	-1,20E+07	0
10	-3,00E+08	-3,00E+08	0	-3,00E+07	-3,00E+07	0
11	1,00E+08	1,00E+08	0	1,00E+07	1,00E+07	0

Remarques :

Les résultats présentés sont donnés dans le repère de référence (X_{ref} , Y_{ref}) faisant un angle de 0° par rapport à (X , Y).

Les contraintes SIGYY sont égales aux contraintes SIGXX multipliées par le rapport des pourcentages d'armature entre les directions transversale et longitudinale.

Le cas test étudié correspond au schéma suivant dans un plan contrainte déformation :



7 Résultats modélisation C (modèle de Pinto Menegotto)

7.1 Chargement thermique pour la modélisation C

Température de référence : 50°C

Histoire du chargement : Evolution_C (cf. [§1.4])

Les températures sont rentrées comme un champ aux nœuds.

7.2 Résultats

Variable : SIGXX et SIGYY au nœud NO1

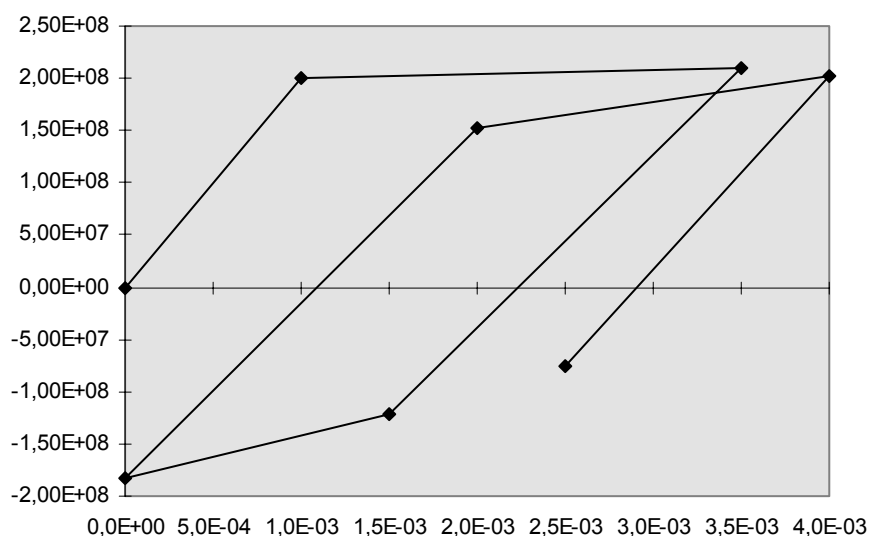
	SIGXX	SIGYY
Instant	Code_Aster	Code_Aster
1	2.00000E+08	2.00000E+07
2	2.09416E+08	2.09416E+07
3	-1.21555E+08	-1.21555E+07
4	-1.82862E+08	-1.82862E+07
5	1.52164E+08	1.52164E+07
6	2.02506E+08	2.02506E+07
7	-7.59307E+07	-7.59307E+06

Remarques :

Les résultats présentés sont donnés dans le repère de référence (X_{ref} , Y_{ref}) faisant un angle de 0° par rapport à (X, Y).

Les contraintes SIGYY sont égales aux contraintes SIGXX multipliées par le rapport des pourcentages d'armature entre les directions transversale et longitudinale.

Le cas test étudié correspond au schéma suivant dans un plan contrainte déformation :



8 Résultats modélisation D (modèle de Pinto-Menegotto)

La modélisation D est la même que la modélisation C, à la différence que les températures sont définies par une carte.
Les résultats sont identiques.

9 Résultats modélisation E (modèle de Pinto-Menegotto)

La modélisation E se rapproche de la modélisation D, à la différence qu'il n'y pas d'armature transversale ($\rho_T = 0$).

9.1 Résultats

Variable : SIGXX et SIGYY au nœud NO1

	SIGXX	SIGYY
Instant	Code_Aster	Code_Aster
1	2.00000E+08	0,0
2	2.09416E+08	0,0
3	-1.21555E+08	0,0
4	-1.82862E+08	0,0
5	1.52164E+08	0,0
6	2.02506E+08	0,0
7	-7.59307E+07	0,0

Remarques :

Les résultats présentés sont donnés dans le repère de référence (X_{ref} , Y_{ref}) faisant un angle de 0° par rapport à (X, Y).
Les contraintes SIGYY sont nulle, puisqu'il n'existe plus d'armatures transversales.

10 Résultats modélisation F (écrouissage isotrope linéaire)

La modélisation F se rapproche de la modélisation A, à la différence qu'il n'y pas d'armature transversale ($\rho_T = 0$).

10.1 Résultats

Variable : SIGXX et SIGYY au nœud NO1

	SIGXX	SIGYY
Instant	Code_Aster	Code_Aster
1	2.00000E+08	0,0
2	2.40000E+08	0,0
3	4.00000E+07	0,0
4	2.40000E+08	0,0
5	-1.60000E+08	0,0
6	-3.12000E+08	0,0
7	2.88000E+08	0,0
8	4.09600E+08	0,0
9	-2.70400E+08	0,0
10	-5.27680E+08	0,0
11	4.72320E+08	0,0

Remarques :

Les résultats présentés sont donnés dans le repère de référence (X_{ref} , Y_{ref}) faisant un angle de 0° par rapport à (X, Y).

Les contraintes SIGYY sont nulle, puisqu'il n'existe plus d'armatures transversales.

10.2 Paramètres d'exécution

Version : 5.03.13

Machine : SGI ORIGIN 2000 - R 12000

Encombrement mémoire : 32 Mo

Temps CPU User : 6, 43 s

11 Résultats modélisation G (modèle cinématique linéaire)

La modélisation F se rapproche de la modélisation B, à la différence qu'il n'y pas d'armature transversale ($\rho_T = 0$).

11.1 Résultats

Variable : SIGXX et SIGYY au nœud NO1

	SIGXX	SIGYY
Instant	Code_Aster	Code_Aster
1	2,00E+08	0,0
2	2,40E+08	0,0
3	4,00E+07	0,0
4	2,40E+08	0,0
5	-1,60E+08	0,0
6	-2,40E+08	0,0
7	1,60E+08	0,0
8	2,80E+08	0,0
9	-1,20E+08	0,0
10	-3,00E+08	0,0
11	1,00E+08	0,0

Remarques :

Les résultats présentés sont donnés dans le repère de référence (X_{ref} , Y_{ref}) faisant un angle de 0° par rapport à (X , Y).
Les contraintes SIGYY sont nulle, puisqu'il n'existe plus d'armatures transversales.

11.2 Paramètres d'exécution

Version : 5.03.13
Machine : SGI ORIGIN 2000 - R 12000
Encombrement mémoire : 32 Mo

Temps CPU User : 7, 52 s

12 Synthèse des résultats

Pour les comportements élasto-plastiques avec écrouissage linéaire, la solution analytique est parfaitement retrouvée.

Le comportement de Pinto-Menegotto est validé par non régression.