

Manuel de Validation**Fascicule V3.04 : Statique linéaire des structures volumiques****Document : V3.04.112**

SSLV112 - Calcul de G par la méthode lagrangienne pour une fissure circulaire

Résumé

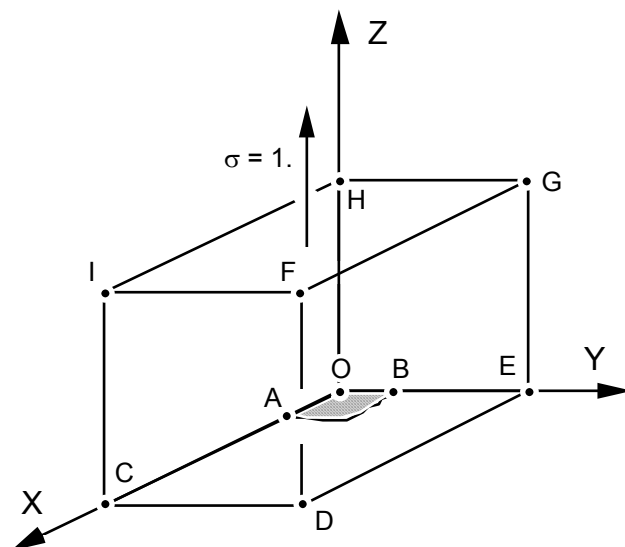
Il s'agit d'un test en statique pour un problème tridimensionnel. Ce test permet le calcul du taux de restitution de l'énergie local par la méthode Lagrangienne de propagation pour une fissure initiale quasi-circulaire plongée dans un milieu supposé infini. On la transforme en fissure circulaire de rayon plus important.

L'intérêt du test est d'étudier la validité du calcul du taux de restitution de l'énergie local après extension de la fissure. C'est également de pouvoir calculer le taux de restitution d'énergie à partir d'un maillage fixé sur une fissure de géométrie variable (en élasticité). Les méthodes de calcul de `G_LOCAL`, `THETA_LAGRANGE` et de `THETA_LEGENDRE` sont utilisées.

Le test comprend deux modélisations.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Grand axe initial : $OA = 35 \text{ mm}$

Petit axe initial : $OB = 33.95 \text{ mm}$

SupX = Face OEGH

SupY = Face OCIH

Supfissz : Face ABEDC

mailpress : Face IFGH

1.2 Propriétés de matériaux

Module d'Young : $E = 2.10^5 \text{ MPa}$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Face OEGH : $u_x = 0$

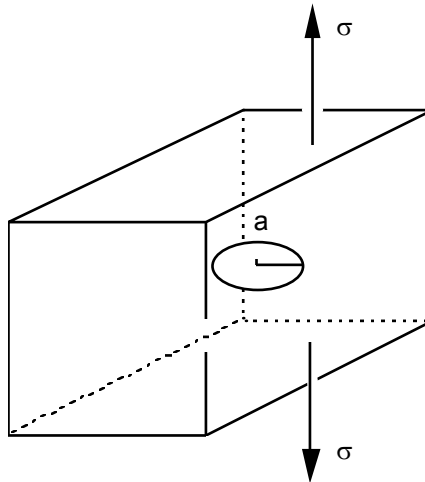
Face OCIH : $u_y = 0$

Face ABEDC : $u_z = 0$

Face IFGH : contrainte uniforme de traction $\sigma_z = 1 \text{ MPa}$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence



Pour une fissure circulaire de rayon a dans un milieu infini, le taux de restitution d'énergie G est égal à :

$$G = \frac{(1 - \nu^2)}{\pi E} 4 \sigma^2 a$$

Application Numérique :

Initialement, la fissure n'est pas strictement circulaire (OA = 35 mm, OB = 33.95 mm).

On la transforme en fissure circulaire de rayon $a = 42$ mm sans toucher au maillage, (c'est le but de cette méthode) mais en formant sur les modules du champ θ en chaque noeud du fond. On a alors

en tout point $G = 2.433 \cdot 10^{-4} \frac{N}{mm}$.

2.2 Résultats de référence

Valeurs de G local en fond de fissure.

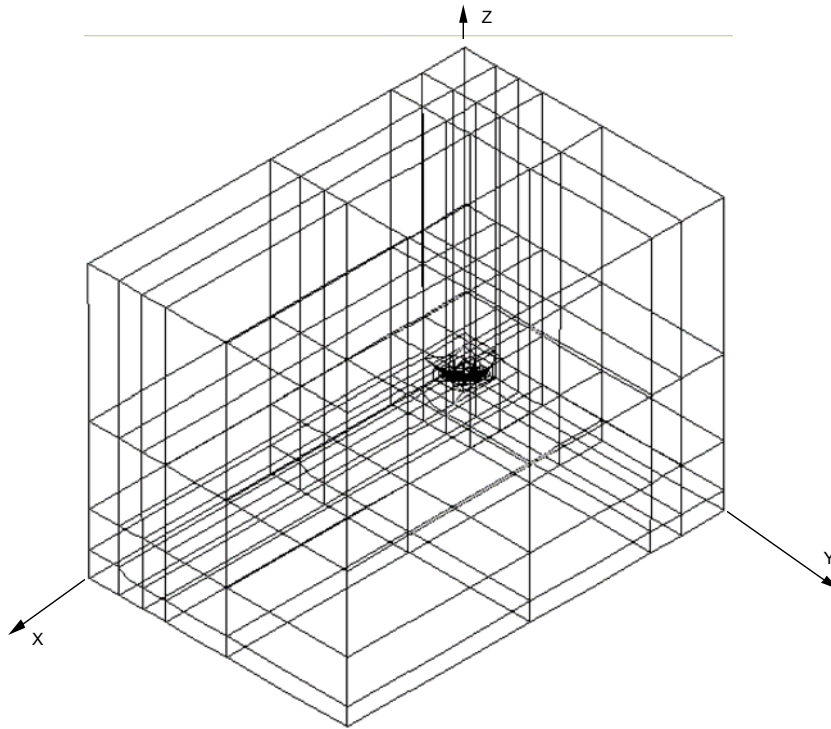
Les solutions données dans le "handbook" de SIH donnent la valeur de K_I divisé par $\sqrt{\pi}$ par rapport à la définition traditionnelle [bib1].

2.3 Références bibliographiques

- [1] Solution de Sneddon (1946) dans G.C. SIH : Handbook of stress-intensity factors Institute of Fracture and Solid Mechanics - Lehigh University Bethlehem, Pennsylvannie

3 Modélisation A : méthode THETA_LAGRANGE

3.1 Caractéristiques de la modélisation



3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 1754

Nombre de mailles et types : 304 PENTA 15 et 131 HEXA 20

3.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_MODELE	MECANIQUE	3D	TOUT
CALC_MATR_ELEM	OPTION	'RIGI_MECA_LAGR '	
CALC_G_LOCAL_T	'THETA_LAGRANGE '		
	PROPAGATION : 1		
	DEGRE : 4		

3.4 Remarque

La fissure initiale n'est pas circulaire (OA = 35 mm, OB = 33.95 mm) mais la transformation lagrangienne la rend circulaire grâce au champ θ de module différent de 1 en chaque noeud du fond de fissure (OA = OB = 42 mm dans la configuration finale).

- Le degré des polynômes de LEGENDRE utilisés pour calculer $g(s)$ est 4.

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Le nombre entre parenthèses indique la $n^{\text{ème}}$ position du noeud sur le fond

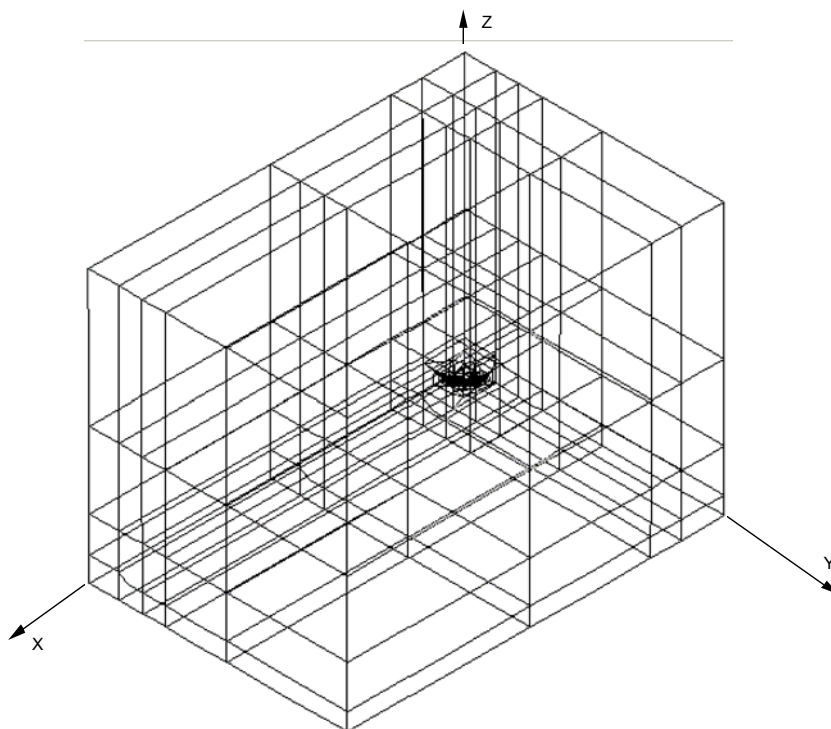
Identification	Référence	Aster	% différence
G local Nœud A (1)	1.2165 10^{-4}	1.2406 10^{-4}	1.98
G local Nœud (5)	1.2165 10^{-4}	1.1268 10^{-4}	7.96
G local Nœud (10)	1.2165 10^{-4}	1.1406 10^{-4}	6.65
G local Nœud (15)	1.2165 10^{-4}	1.1892 10^{-4}	2.30
G local Nœud (20)	1.2165 10^{-4}	1.2013 10^{-4}	1.26
G local Nœud (25)	1.2165 10^{-4}	1.1825 10^{-4}	2.88
G local Nœud B (33)	1.2165 10^{-4}	1.3042 10^{-4}	7.21

4.2 Remarque

Dans le calcul Aster, le G local correspond à l'extension virtuelle d'une seule lèvres de la fissure (demi-couronne), la valeur obtenue est donc à comparer avec $\frac{G_{\text{réf}}}{2} = 1.2165 \frac{N}{mm}$

5 Modélisation B : méthode THETA_LEGENDRE

5.1 Caractéristiques de la modélisation



5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 1754

Nombre de mailles et types : 304 PENTA 15 et 131 HEXA 20

5.3 Fonctionnalités testées

Commandes

AFFE_MODELE	MECANIQUE	3D	TOUT
CALC_MATR_ELEM	OPTION	'RIGI_MECA_LAGR'	
CALC_THETA	THETA_3D		
CALC_G_LOCAL_T	'THETA_LEGENDRE'		
	PROPAGATION : 1		
	DEGRE : 4		

5.4 Remarque

La fissure initiale n'est pas circulaire (OA = 35 mm, OB = 33.95 mm) mais la transformation lagrangienne la rend circulaire grâce au champ θ de module différent de 1 en chaque noeud du fond de fissure (OA = OB = 42 mm dans la configuration finale).

- Le degré des polynômes de LEGENDRE utilisés pour calculer $g(s)$ est 4.

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Le nombre entre parenthèses indique la $n^{\text{ème}}$ position du noeud sur le fond

Identification	Référence	Aster	% différence
G local Nœud A (1)	$1.2165 \cdot 10^{-4}$	$1.1455 \cdot 10^{-4}$	6.20
G local Nœud (5)	$1.2165 \cdot 10^{-4}$	$1.1258 \cdot 10^{-4}$	8.06
G local Nœud (10)	$1.2165 \cdot 10^{-4}$	$1.1476 \cdot 10^{-4}$	6.00
G local Nœud (15)	$1.2165 \cdot 10^{-4}$	$1.1797 \cdot 10^{-4}$	3.12
G local Nœud (20)	$1.2165 \cdot 10^{-4}$	$1.1974 \cdot 10^{-4}$	1.60
G local Nœud (25)	$1.2165 \cdot 10^{-4}$	$1.1960 \cdot 10^{-4}$	1.71
G local Nœud B (33)	$1.2165 \cdot 10^{-4}$	$1.1929 \cdot 10^{-4}$	1.98

7 Synthèses des résultats

Calcul de g local :

- les 2 méthodes (THETA_LEGENDRE et THETA_LAGRANGE) donnent sensiblement les mêmes résultats (8 % d'erreur au maximum par rapport à la solution analytique),
- la précision des résultats est moyenne car l'extension de la fissure est d'environ 1.2, ce qui est proche du maximum d'extension raisonnable pour cette méthode pour une fissure 3D,
- la méthode LEGENDRE est moins coûteuse en temps CPU.