

Manuel de Validation**Fascicule V6.04 : Statique non linéaire des structures volumiques****Document : V6.04.138**

SSNV138 - Plaque Cantilever en grandes rotations soumise à un moment

Résumé :

Calcul quasi-statique d'une plaque élastique encastree sur un côté et soumise à un moment de flexion à l'autre côté, conduisant à de grandes rotations de la plaque.

Intérêt :

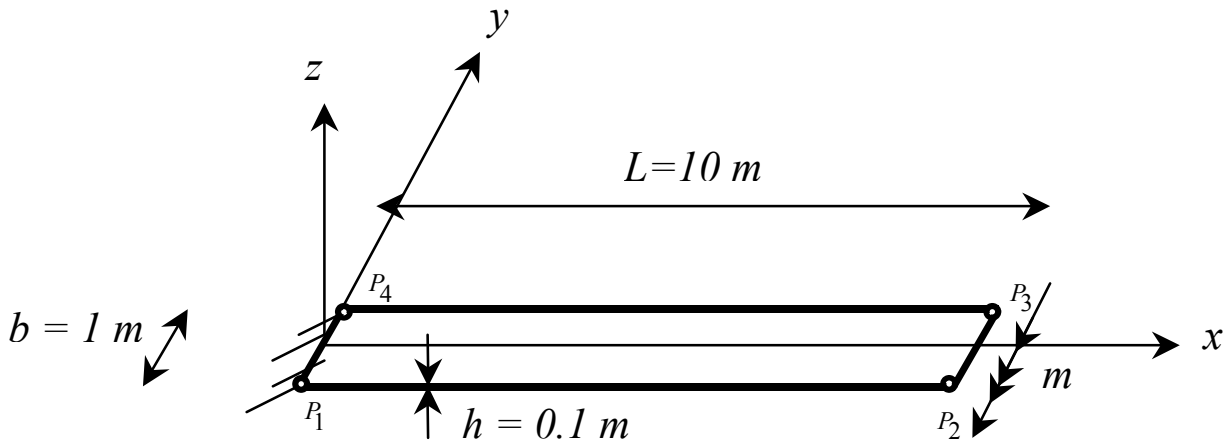
Tester les éléments finis non linéaires géométriques COQUE_3D (modélisations A et C) et POU_D_T_GD (modélisation B) utilisant l'algorithme de mise à jour des grandes rotations 3D GREEN_GR dans STAT_NON_LINE.

Remarque :

Ce test est la version plaque du cas test de poutre SSNL103. Les caractéristiques mécaniques ont été modifiées de façon à supporter une modélisation surfacique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Plaque rectangulaire encastée en P_1P_4 et soumise en P_2P_3 à un couple linéique :

$$\mathbf{m} = -m\mathbf{e}_y \quad ; \quad m > 0$$

1.2 Propriétés de matériaux et caractéristiques de section

Comportement élastique :

$$E = 12 \times 10^6 \text{ Pa} \quad ; \quad \nu = 0$$

Le fait que le coefficient de Poisson soit nul rend la solution de plaque identique à celle de poutre.

I_y est l'inertie de la section avec un modèle de poutre :

$$I_y = \frac{b h^3}{12} = \frac{1}{12} \times 10^{-3}$$

1.3 Conditions aux limites et chargement

Encastrement en P_1P_4 . On cherche les états successifs d'équilibre sous le chargement constitué du couple linéique en P_2P_3 :

$$m(t) = 100 t \quad ; \quad t \text{ pseudo-temps.}$$

On s'intéresse particulièrement aux déplacements horizontal et vertical et à la rotation de la ligne P_2P_3 .

2 Solution de référence

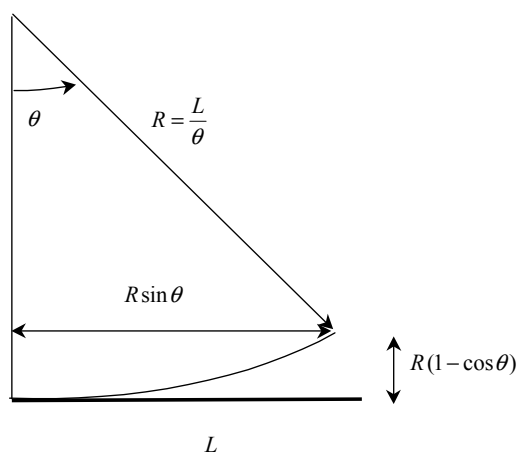
2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Avec une cinématique de poutre et un modèle en efforts résultants, la courbure (en grandes rotations) du cantilever soumis au moment de flexion $M = mb$ est, avec les données numériques précédentes :

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{mb}{EI_y} = \frac{t}{L}$$

C'est la solution d'Euler.

2.2 Résultats de référence



Suivant la solution d'Euler, la déformée est un arc de cercle. A la section $P_2 P_3$ ($x = L$), la rotation vaut :

$$\theta(x = L) = t.$$

En l'absence d'effort normal, la surface moyenne reste inextensible et le rayon de courbure est donné par :

$$R = \left(\frac{d\theta}{dx} \right)^{-1} = \frac{L}{t}$$

Le déplacement horizontal est alors

$$u = R \sin \theta - L = L \left(\frac{\sin t}{t} - 1 \right)$$

et le déplacement vertical est

$$v = R(1 - \cos \theta) = \frac{L}{t}(1 - \cos t)$$

2.3 Références bibliographiques

- [1] M. AL MIKDAD : Statique et Dynamique des Poutres en Grandes Rotations et Résolution des Problèmes d'Instabilité Non Linéaire. Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Compiègne (1998).
- [2] J.C. SIMO and L. VU QUOC : A Three-dimensional Finite Strain Rod Model. Part II : Computational Aspects. Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg. 58, 79-116 (1986).
- [3] J.C. SIMO, D.D. FOX and M.S. RIFAI : On a Stress Resultant Geometrically Exact Shell Model. Part III : Computational Aspects of the Nonlinear Theory. Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg. 79, 21-70 (1990).

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation COQUE_3D

3.2 Caractéristiques du maillage



1 élément

10 éléments

Nombre de nœuds : 54

Nombre de mailles et type : 10 QUAD9 et 1 SEG3

3.3 Fonctionnalités testées

- La modélisation COQUE_3D en non linéaire géométrique.
- L'algorithme statique de mise à jour des grandes rotations GREEN_GR de STAT_NON_LINE.

Commandes

STAT_NON_LINE	COMP_ELAS	RELATION	:	'ELAS'
		COQUE_NCOU	:	1
		DEFORMATION	:	'GREEN_GR'

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

L'analyse incrémentale est réalisée dans l'intervalle de pseudo-temps [0 : 2.4] en quatorze pas de charge.

4.1.1 Histoire de la rotation horizontale DRY aux nœuds chargés

Instant	Couple m	Aster DRY (radians)	Référence DRY (radians)	% différence
0.6	60.	-0.6000E+00	-0.6000E+00	+0.000
1.2	120	-1.20003E+00	-1.2000E+00	+0.003
1.8	180	-1.80011E+00	-1.8000E+00	+0.006
2.4	240	-2.40021E+00	-2.4000E+00	+0.009

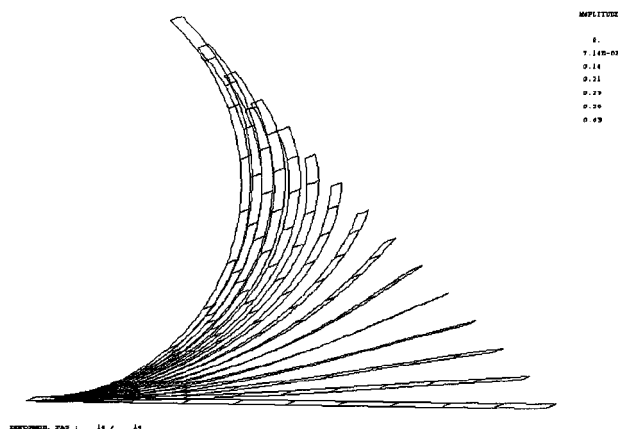
4.1.2 Histoire du déplacement horizontal DX aux nœuds chargés

Instant	Couple m	Aster	Référence	% différence
0.6	60.	-5.89343E-01	-5.8929E-01	+0.009
1.2	120	-2.23316E+00	-2.23300E+00	+0.012
1.8	180	-4.59041E+00	-4.58973E+00	+0.015
2.4	240	-7.1866E+00	-7.18557E+00	+0.015

4.1.3 Histoire du déplacement vertical DZ aux nœuds chargés

Instant	Couple m	Aster	Référence	% différence
0.6	60.	2.91108E+00	2.91107E+00	+0.000
1.2	120	5.31370E+00	5.31368E+00	+0.000
1.8	180	6.817704E+00	6.81778E+00	-0.001
2.4	240	7.2386 E+00	7.23914E+00	-0.007

Nous présentons ci-après une visualisation de la déformée au cours des 14 pas de charge :



4.2 Remarques

On utilise COEF_RIGI_DRZ = 0.001. La valeur de l'angle de rotation atteinte est de 135 degrés.

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

POU_D_T_GD (poutre 3D en grandes rotations).

modélisation POU_D_T_GD.

5.2 Caractéristiques du maillage

10 éléments

Nombre de nœuds : 11

Nombre de mailles et type : 10 SEG2

5.3 Fonctionnalités testées

- L'élément non linéaire géométrique POU_D_T_GD.
- L'algorithme statique de mise à jour des grandes rotations ELAS_POUTRE_GD de STAT_NON_LINE.

Commandes

STAT_NON_LINE	COMP_ELAS	RELATION	:	'ELAS_POUTRE_GD'
		DEFORMATION	:	'GREEN_GR'

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

L'analyse incrémentale est réalisée dans l'intervalle de pseudo-temps [0 : 6] en 60 pas de charge.

6.1.1 Histoire de la rotation horizontale DRY (radians) aux nœuds chargés

Instant	Moment m	Aster	Référence	% différence
0.3	30.	-0.3000E+00	-0.3000E+00	+0.000
0.6	60.	-0.6000E+00	-0.6000E+00	+0.000
3.0	300.	-3.0000E+00	-3.0000E+00	+0.000
6	600	-6	-6	0

6.1.2 Histoire du déplacement horizontal DX (m) aux nœuds chargés

Instant	Moment m	Aster	Référence	% différence
0.3	30.	-1.4895E-01	-1.4932E-01	-0.247
0.6	60.	-5.8788E+01	-5.8934E+01	-0.240
3.0	300.	-9.5278	-9.5296	-0.02
6	600	-10.4729	-10.4657	0.07

6.1.3 Histoire du déplacement vertical DZ (m) aux nœuds chargés

Instant	Moment m	Aster	Référence	% différence
0.3	30.	1.4888E+01	1.4887E+01	+0.004
0.6	60.	2.9115E+00	2.9110E+00	+0.015
3.0	300.	6.6582	6.6333	0.38
6	600	6.74377	6.638286	1.6

7 Modélisation C

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation COQUE_3D

7.2 Caractéristiques du maillage



1 élément

10 éléments

Nombre de nœuds : 64

Nombre de mailles et type : 20 TRIA7 et 1 SEG3

7.3 Fonctionnalités testées

- La modélisation COQUE_3D en non linéaire géométrique.
- L'algorithme statique de mise à jour des grandes rotations GREEN_GR de STAT_NON_LINE.

Commandes

STAT_NON_LINE	COMP_ELAS	RELATION	:	'ELAS'
		COQUE_NCOU	:	1
		DEFORMATION	:	'GREEN_GR'

8 Résultats de la modélisation C

8.1 Valeurs testées

L'analyse incrémentale est réalisée dans l'intervalle de pseudo-temps [0 : 2.2] en huit pas de charge.

8.1.1 Histoire de la rotation horizontale DRY aux nœuds chargés

Instant	Couple m	Aster	Référence	% différence
0.6	60	-0.5993E+00	-0.6000E+00	-0.107
1.2	120	-1.1950E+00	-1.2000E+00	-0.411
1.8	180	-1.7843E+00	-1.8000E+00	-0.868
2.2	220	-2.2000E+00	-2.1728E+00	-1.235

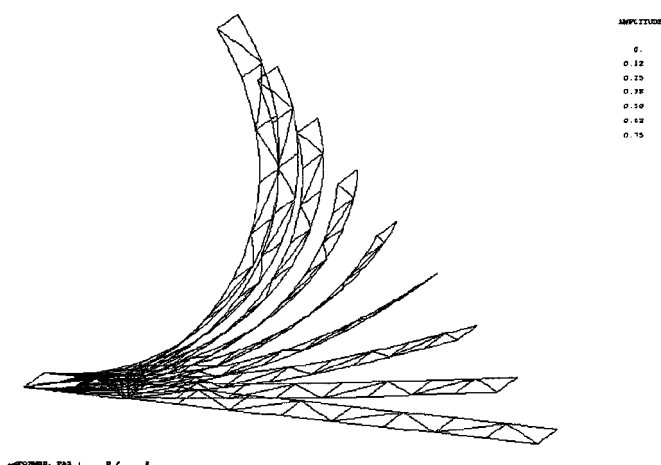
8.1.2 Histoire du déplacement horizontal DX aux nœuds chargés

Instant	Couple m	Aster	Référence	% différence
0.6	60	-5.88149E-01	-5.8929E-01	-0.194
1.2	120	-2.21699E+00	-2.23300E+00	-0.717
1.8	180	-4.52666E+00	-4.58973E+00	-1.374
2.2	220	-6.21278E+00	-6,3250163463	-1.774

8.1.3 Histoire du déplacement vertical DZ aux nœuds chargés

Instant	Couple m	Aster	Référence	% différence
0.6	60	2.90827E+00	2.91107E+00	-0.096
1.2	120	5.29785 E+00	5.31368E+00	-0.298
1.8	180	6.79264E+00	6.81778E+00	-0.369
2.2	220	7.207771E+00	7,22046E+00	-0.176

Nous présentons ci-après une visualisation de la déformée au cours des 8 pas de charge :



8.2 Remarques

On utilise COEF_RIGI_DRZ = 0.001. La valeur de l'angle de rotation atteinte est de 125 degrés.

9 Synthèse des résultats

On remarque des difficultés de convergence qui disparaissent en multipliant l'épaisseur par 3 ou 4.

Il est nécessaire d'augmenter la valeur du `COEF_RIGI_DRZ` qui attribue une rigidité autour de la normale des éléments de coque qui vaut par défaut 10^{-5} (la plus petite rigidité de flexion autour des directions dans le plan de la coque) de façon à pouvoir augmenter la valeur de l'angle de rotation que l'on peut atteindre. Des valeurs de ce coefficient jusqu'à 10^{-3} restent licites.

Durant les itérations de Newton, des déformations de membrane apparaissent et s'annulent à convergence.

Les vitesses de convergence des algorithmes de NEWTON sont comparables pour les modélisations `POU_D_T_GD` et `COQUE_3D`.

Page laissée intentionnellement blanche.