Organisme(s) : EDF-R&D/AMA

Manuel d'Utilisation
Fascicule U5.0- : Structure de données `resultat`
Document : U5.01.23

Structure de données mode_meca et mode_meca_C

1 Signification

Structure de données regroupant les résultats provenant d'un calcul modal linéaire (modes propres réels ou complexes).

2 Opérateurs produisant cette structure de données

Opérateur	Référence	Création	Modification
MODE_ITER_INV	[U4.52.04]	Oui	Non
MODE_ITER_SIMULT	[U4.52.03]	Oui	Non
NORM_MODE	[U4.52.11]	Oui	Oui
EXTR_MODE	[U4.52.12]	Oui	Oui
MACRO_MODE_MECA	[U4.52.02]	Oui	Non

3 Opérateurs utilisant cette structure de données

Opérateur	Référence
PROJ_MATR_BASE	[U4.63.12]
PROJ_VECT_BASE	[U4.63.13]
DEFI_BASE_MODALE	[U4.64.02]
CALC_AMOR_MODAL	[U4.52.13]
CALC_FLUI_STRU	[U4.66.02]
CALC_MATR_AJOU	[U4.66.01]
COMB_SISM_MODAL	[U4.84.01]
DYNA_ALEA_MODAL	[U4.53.22]
IMPR_CLASSI	[U7.04.21]
MACRO_MADMACS	[U7.03.21]
MACRO_PROJ_BASE	[U4.63.11]
MODI_BASE_MODALE	[U4.66.21]
REST_BASE_PHYS	[U4.63.21]
REST_SPEC_PHYS	[U4.63.22]

4 Variables d'accès

Variable d'accès	Signification	Type
NUME_ORDRE	Numéro d'ordre du champ recherché (position du mode dans la partie calculée du spectre)	I
FREQ	Fréquence du mode	R
NUME_MODE	Position du mode dans le spectre global	I

Particularité :

NUME_ORDRE > 0

5 Paramètres associés

Paramètres	Signification	Type
NORME	Norme du mode propre	K24
OMEGA2	Carré de la pulsation	R
AMOR_REDUIT	Amortissement réduit	R
ERREUR	Erreur modale	R
MASS_GENE	Masse généralisée du mode	R
RIGI_GENE	Raideur généralisée du mode	R
AMOR_GENE	Amortissement généralisé du mode	R
MASS_EFFE_DX	Masse modale effective dans la direction DX (translation)	R
MASS_EFFE_DY	Masse modale effective dans la direction DY (translation)	R
MASS_EFFE_DZ	Masse modale effective dans la direction DZ (translation)	R
MASS_EFFE_DRX	Masse modale effective dans la direction DRX (rotation)	R
MASS_EFFE_DRY	Masse modale effective dans la direction DRY (rotation)	R
MASS_EFFE_DRZ	Masse modale effective dans la direction DRZ (rotation)	R
FACT_PARTICI_DX	Facteur de participation dans la direction DX (translation)	R
FACT_PARTICI_DY	Facteur de participation dans la direction DY (translation)	R
FACT_PARTICI_DZ	Facteur de participation dans la direction DZ (translation)	R
FACT_PARTICI_DRX	Facteur de participation dans la direction DRX (rotation)	R
FACT_PARTICI_DRY	Facteur de participation dans la direction DRY (rotation)	R
FACT_PARTICI_DRZ	Facteur de participation dans la direction DRZ (rotation)	R
MASS_EFFE_UN_DX	Masse modale effective unitaire dans la direction DX (translation)	R
MASS_EFFE_UN_DY	Masse modale effective unitaire dans la direction DY (translation)	R
MASS_EFFE_UN_DZ	Masse modale effective unitaire dans la direction DZ (translation)	R
MASS_EFFE_UN_DRX	Masse modale effective unitaire dans la direction DRX (rotation)	R
MASS_EFFE_UN_DRY	Masse modale effective unitaire dans la direction DRY (rotation)	R
MASS_EFFE_UN_DRZ	Masse modale effective unitaire dans la direction DRZ (rotation)	R
MASS_GENE_DX	Masse généralisée dans la direction DX (translation)	R
MASS_GENE_DY	Masse généralisée dans la direction DY (translation)	R
MASS_GENE_DZ	Masse généralisée dans la direction DZ (translation)	R

Remarque :

Les paramètres qui concernent les degrés de liberté de rotation ne sont pas calculés.

6 Champs accessibles

La liste des champs accessibles étant longue, on renvoie le lecteur au document [U5.01.01] qui synthétise sous forme de tableaux la liste des champs accessibles pour les différentes structures de données.

7 Définition des paramètres modaux associés aux `mode_meca`

Les modes propres d'une structure (non amortie) sont définis par l'équation modale :

$$\mathbf{K}\phi_i = \omega_i^2 \mathbf{M}\, \phi_i$$

le mode étant le couple $\left(\omega_i^2,\ \phi_i\right)$ ou $\left(\dfrac{\omega_i}{2\pi},\ \phi_i\right)$ selon que l'on considère le carré de la pulsation, ou la fréquence associée.

7.1 Propriété d'orthogonalité des modes propres

Les modes sont : $\mathbf{M}$ - orthogonaux et $\mathbf{K}$ - orthogonaux, d'où les relations

$$\phi_i^T\, \mathbf{M}\ \phi_j = \delta_{ij}.\alpha$$

$$\alpha,\ \beta \in R$$

$$\phi_i^T\, \mathbf{K}\ \phi_j = \delta_{ij}.\beta$$

7.2 Paramètres généralisés

7.2.1 Masse et raideur généralisées

On définit la masse et la raideur généralisées d'un mode propre d'une structure par :

$\mu_i = \phi_i^T \mathbf{M}\, \phi_i$ masse généralisée (`MASS_GENE`)

$k_i = \phi_i^T \mathbf{K}\, \phi_i$ raideur généralisée (`RIGI_GENE`)

et nous avons la relation : $k_i = \omega_i^2\ \mu_i$

Remarque :

Du point de vue physique, la masse généralisée (qui est une valeur positive) peut s'interpréter comme la masse en mouvement

$\mu_i \cong \int \rho\, u^2\ dv$ où u est le déplacement

et plus précisément on peut constater que l'énergie potentielle de déformation du ième mode est :

$$\frac{1}{2}\phi_i^T \mathbf{K}\, \phi_i$$

et que l'énergie cinétique de la structure vibrant selon son ième mode est : $\dfrac{1}{2}\ \omega_i^2\ \phi_i^T \mathbf{M}\, \phi_i$

Remarque :

Du fait que les modes propres sont définis à une constante près, la masse et la raideur généralisées dépendent de la normalisation du mode.

7.2.2 Déplacement unitaire généralisé

On appelle déplacement unitaire généralisé ou masse généralisée du mode ϕ_i dans la direction (unitaire) d la quantité

$q_{id} = \phi_i^T \mathbf{M}\, U_d$ où U_d est le vecteur unité dans la direction d .

Le déplacement généralisé est de signe quelconque, voire de valeur nulle et est dépendant de la norme du mode propre.

La notion de déplacement généralisé ne se limite pas aux translations mais peut être étendue aux rotations en considérant la définition suivante :

$$q_i = \phi_i^T \mathbf{M}\ \mathbf{U}_d^*$$

où $\mathbf{U}_d^*$ est la matrice dont les termes sont les matrices $\mathbf{u}_k$ où k est un nœud du maillage (supportant des rotations).

Explicitons la matrice $\mathbf{u}_k$, dans le cas où tous les nœuds du maillage supportent 3 ddl de translation et 3 ddl de rotation ; les matrices $\mathbf{u}_k$ sont les matrices 6x6 suivantes :

$$\mathbf{u}_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_k & -y_{ka} \\ 0 & 1 & 0 & -z_k & 0 & x_k \\ 0 & 0 & 1 & y_k & -x_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ avec $\left(x_k\, ,\, y_k\, ,\, z_k\right)$ les coordonnées du nœud k.

Notons qu'implicitement nous considérons ici que le centre de rotation (centre de gravité de la structure) est confondu avec l'origine des coordonnées.

7.3 Les facteurs de participation

On note a_{id} le facteur de participation du ième mode dans la direction d , par définition :

$$a_{id} = \frac{q_{id}}{\mu_i} = \frac{\phi_i^T\, \mathbf{M}\, U_d}{\phi_i^T\, \mathbf{M}\, \phi_i}$$

7.4 Masse modale effective et masse modale effective unitaire

On note m_{id} la masse modale effective du ième mode dans la direction d , par définition :

$$m_{id} = \frac{q_{id}^2}{\mu_i} = \frac{\left(\phi_i^T\, \mathbf{M}\, U_d\right)^2}{\phi_i^T\, \mathbf{M}\, \phi_i}$$

Propriété [R4.05.03] :

La somme des masses modales effectives dans une direction est égale à la masse totale (M_T) de la structure.

On utilisera donc plutôt la notion de masse modale effective unitaire associée au mode, qui est la fraction (pourcentage) de la masse totale qui est excitée par le ième mode dans la direction unitaire d

$$m_{id}^{*} = \frac{m_{id}}{M_T} = \frac{1}{M_T} \frac{\left(\phi_i^T \mathbf{M}\, U_d\right)^2}{\phi_i^T \mathbf{M}\, \phi_i}$$

La masse modale effective et la masse modale unitaire effective sont indépendantes de la normalisation du mode propre.

7.5 Paramètres modaux indépendants de la normalisation des modes

A titre indicatif, nous donnons la liste des valeurs modales indépendantes de la normalisation des modes.

- le facteur de participation réduit

  $-\frac{q_{id}}{\mu_i} .\, \phi_i^{\max}$ où $\phi_i^{\max}$ est la plus grande des composantes de ϕ_i

- la raideur associée au facteur de participation réduit : $-\frac{q_{id}}{\mu_i} .\, \phi_i^{\max} = \frac{1}{\omega^2} \frac{q_{id}}{\mu_i} \phi_i^{\max}$

- la masse modale effective unitaire $m_{id}^{*} = \frac{1}{M_T} \frac{q_{id}^2}{\mu_i}$

8 Définition des paramètres modaux associés aux MODE_MECA_C

Les modes propres d'une structure amortie sont définis par l'équation modale

$$\left(\lambda_i^2\, \mathbf{M} + \lambda_i\, \mathbf{C} + \mathbf{K}\right) \phi_i = 0$$

le mode étant le triplet $\left(\left|\lambda_i\right|, \frac{-R_e\left(\lambda_i\right)}{\left|\lambda_i\right|}, \phi_i\right)$

où $\left|\lambda_i\right| = \omega_i$ est la pulsation du système

$-\frac{R_e\left(\lambda_i\right)}{\left|\lambda_i\right|} = \xi_i$ est l'amortissement réduit

ϕ_i le vecteur propre ou mode de vibration

Ce problème peut se mettre sous une forme de "problème généralisé"

$$\mathbf{A}.z = \lambda \mathbf{B}.z$$

où $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & O \\ O & -\mathbf{M} \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\mathbf{C} & -\mathbf{M} \\ -\mathbf{M} & O \end{bmatrix}$, $z = \begin{Bmatrix} \phi \\ y \end{Bmatrix}$, $y = \lambda \phi$

Dès lors, il est possible de définir les notions de masse et de raideur généralisée, ainsi que facteur de participation et masse modale effective en prenant la matrice $\mathbf{A}$ comme matrice de rigidité et la matrice $\mathbf{B}$ comme matrice de masse.