

Manuel de Référence

Fascicule R4.08 : Influence de la thermique sur la mécanique

Document : R4.08.01

Calcul de la déformation thermique

Résumé

Ce document est consacré à la présentation du calcul de la déformation thermique. On y indique les informations nécessaires au calcul de la déformation thermique et les diverses possibilités de définition de ces informations par l'utilisateur.

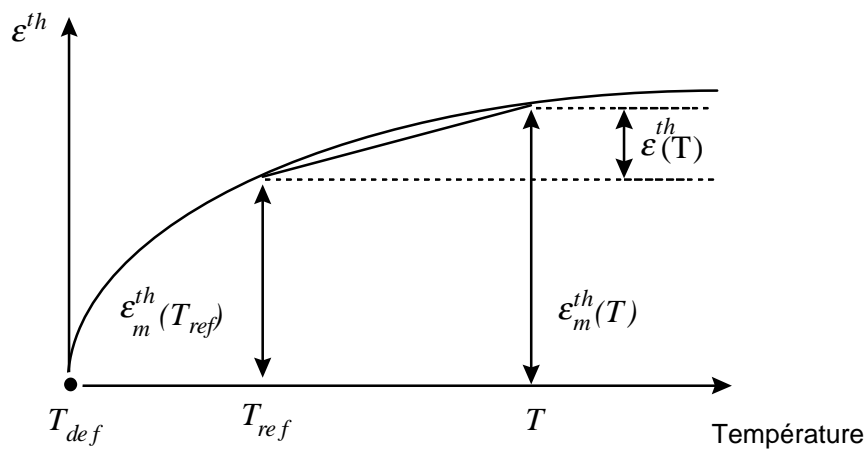
Table des matières

1 Introduction	3
2 Coefficient de dilatation thermique connu par rapport à T_{ref}	4
3 Coefficient de dilatation connu par rapport à une température $T_{def} \neq T_{ref}$	4
3.1 Calcul de $\hat{\alpha}(T_i)$ en des températures différentes de T_{ref} (à une précision près).....	5
3.2 Calcul de $\hat{\alpha}(T_i)$ pour des températures proches de T_{ref} (à une précision près).....	5
3.2.1 Calcul de $\alpha'(T_{ref})$	6

1 Introduction

Les valeurs des coefficients de dilatation sont déterminées par des essais de dilatométrie qui ont lieu à partir de la température ambiante (0°C ou plus généralement 20°C). De ce fait, on dispose en général des valeurs du coefficient de dilatation défini par rapport à 20°C (température à laquelle on suppose la déformation thermique nulle).

Certaines études nécessitent de prendre une température de référence différente de la température ambiante (déformation thermique nulle pour une autre température que la température ambiante). Il faut alors effectuer un changement de repère dans le calcul de la déformation thermique (équation [éq 1-1] et figure ci-dessous).



$$\epsilon^{th}(T) = \epsilon_m^{th}(T) - \epsilon_m^{th}(T_{ref}) \quad \text{éq 1-1}$$

où ϵ_m^{th} est la déformation thermique mesurée (définie par rapport à la température ambiante)
 ϵ^{th} est la déformation thermique calculée (définie par rapport à une température de référence)

Dans le Code_Aster, la déformation thermique est calculée par l'expression $\epsilon^{th}(T) = \hat{\alpha}(T)(T - T_{ref})$ où $\hat{\alpha}(T)$ est le coefficient de dilatation moyen (au sens RCC_M) à la température T déterminé par rapport à la température T_{ref} (T_{ref} étant la température à laquelle on considère que $\epsilon^{th}(T_{ref}) = 0$).

2 Coefficient de dilatation thermique connu par rapport à T_{ref}

Les valeurs du coefficient de dilatation thermique ont été déterminées par des essais de dilatométrie effectués à partir de la température T_{ref} .

Dans ce cas, le mot clé TEMP_DEF_ALPHA ne doit pas être spécifié dans la commande DEFI_MATERIAU [U4.23.01].

L'équation [éq 1-1] se simplifie, puisque $\varepsilon_m^{th}(T_{ref}) = 0$.

D'où :

$$\varepsilon^{th}(T) = \hat{\alpha}(T) (T - T_{ref}) \quad \text{éq 2-1}$$

$$\text{et } \varepsilon^{th}(T_{ref}) = 0$$

où les valeurs du coefficient de dilatation $\hat{\alpha}(T)$ sont renseignées sous le mot clé ALPHA (ou ALPHA_*) dans DEFI_MATERIAU.

3 Coefficient de dilatation thermique connu par rapport à une température $T_{def} \neq T_{ref}$

Les valeurs du coefficient de dilatation thermique ont été déterminées par des essais de dilatométrie qui ont eu lieu à partir d'une température T_{def} différente de la température de référence T_{ref} .

En effet, en général on dispose des valeurs du coefficient de dilatation défini par rapport à la température ambiante, 0°C ou plus généralement 20°C, et certaines études nécessitent de prendre une température de référence différente de la température ambiante.

Il faut alors effectuer un changement de repère [éq 1-1].

Dans ce cas, l'utilisateur renseigne sous le mot clé TEMP_DEF_ALPHA de la commande DEFI_MATERIAU, la valeur de la température T_{def} , et sous le mot clé ALPHA (ou ALPHA_*) les valeurs du coefficient de dilatation $\alpha(T)$ (défini par rapport à la température T_{def}). Dans la commande AFFE_MATERIAU sous le mot clé TEMP_REF, il indique la valeur de la température de référence T_{ref} .

Le calcul de $\varepsilon^{th}(T)$ se fait en utilisant la formule :

$$\begin{aligned} \varepsilon^{th}(T) &= \alpha(T) (T - T_{def}) - \alpha(T_{ref}) (T_{ref} - T_{def}) \\ &= \hat{\alpha}(T) (T - T_{ref}) \\ \text{et } \varepsilon^{th}(T_{ref}) &= 0 \end{aligned} \quad \text{éq 3-1}$$

Le calcul de $\varepsilon^{th}(T)$ nécessite le calcul préalable des valeurs de la fonction $\hat{\alpha}(T)$.

La fonction $\hat{\alpha}(T)$ reste définie (ou renseignée) pour les mêmes valeurs de T que $\alpha(T)$, $i = 1, N$ et garde les mêmes attributs (même type d'interpolation ('LIN', 'LOG') et même type de prolongement ('CONSTANT', 'LINEAIRE', 'EXCLUS')).

3.1 Calcul de $\hat{\alpha}(T_i)$ en des températures différentes de T_{ref} (à une précision près)

On obtient l'expression de $\hat{\alpha}(T_i)$ en utilisant l'équation [éq 3-1].

$$\forall i \text{ t.q. } |T_i - T_{ref}| \geq Prec$$

$$\hat{\alpha}(T_i) = \frac{\alpha(T_i)(T_i - T_{def}) - \alpha(T_{ref})(T_{ref} - T_{def})}{T_i - T_{ref}} \quad \text{éq 3.1-1}$$

La valeur de la précision est :

- soit spécifiée par l'utilisateur sous le mot clé PRECISION du mot clé facteur ELAS_FO (commande DEFI_MATERIAU [U4.23.01]),
- soit égale à 1. : valeur par défaut.

3.2 Calcul de $\hat{\alpha}(T_i)$ pour des températures proches de T_{ref} (à une précision près)

On ne peut pas utiliser l'équation [éq 3-1] directement. On dérive l'équation [éq 3-1] par rapport à la température et on prend la valeur de la dérivée à la température T_{ref} .

$$\varepsilon^{th}(T) = \alpha(T)(T - T_{def}) - \alpha(T_{ref})(T_{ref} - T_{def}) = \hat{\alpha}(T)(T - T_{ref})$$

$$\text{d'où } \frac{\partial \varepsilon^{th}}{\partial T} = \alpha'(T)(T - T_{def}) + \alpha(T) = \hat{\alpha}'(T)(T - T_{ref}) + \hat{\alpha}(T) \quad \text{éq 3.2-1}$$

$$\text{et donc } \hat{\alpha}(T_{ref}) = \alpha'(T_{ref})(T_{ref} - T_{def}) + \alpha(T_{ref})$$

L'équation [éq 3.2-1] donne l'expression de $\hat{\alpha}(T_{ref})$.

On considère que $\hat{\alpha}(T_i) = \hat{\alpha}(T_{ref}) \quad \forall i \text{ t.q. } |T_i - T_{ref}| < Prec$

La valeur de la précision est :

- soit spécifiée par l'utilisateur sous le mot clé PRECISION du mot clé facteur ELAS_FO (commande DEFI_MATERIAU [U4.23.01]),
- soit égale à 1. : valeur par défaut.

Aussi, pour calculer $\hat{\alpha}(T_i)$ il faut au préalable calculer $\alpha'(T_{ref})$.

3.2.1 Calcul de $\alpha'(T_{ref})$

1er cas : $\forall i$ t.q. $|T_i - T_{ref}| < Prec$ et $i \neq 1$ et $i \neq N$

$$\alpha'(T_{ref}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha(T_{i+1}) - \alpha(T_{ref})}{T_{i+1} - T_{ref}} + \frac{\alpha(T_{ref}) - \alpha(T_{i-1})}{T_{ref} - T_{i-1}} \right) \quad \text{éq 3.2.1-1}$$

2ème cas : $\forall i$ t.q. $|T_i - T_{ref}| < Prec$ et si $i = N$

$$\alpha'(T_{ref}) = \frac{\alpha(T_{ref}) - \alpha(T_{i-1})}{T_{ref} - T_{i-1}} \quad \text{éq 3.2.1-2}$$

3ème cas : $\forall i$ t.q. $|T_i - T_{ref}| < prec$ et si $i = 1$

$$\alpha'(T_{ref}) = \frac{\alpha(T_{i+1}) - \alpha(T_{ref})}{T_{i+1} - T_{ref}} \quad \text{éq 3.2.1-3}$$