

Manuel de Référence**Fascicule R5.03 : Mécanique non linéaire****Document R5.03.15**

Comportement viscoplastique avec endommagement de CHABOCHE

Résumé :

Le modèle viscoplastique couplé à l'endommagement isotrope de Chaboche (développé à l'origine pour prédire avec succès la durée de vie et la fissuration des aubes des turboréacteurs modernes) est utilisé pour des calculs de prédiction du temps de ruine de structures à hautes températures.

Il est implanté dans le *Code_Aster* sous le nom de VENDUCHAB ; les équations en vitesse sont intégrées numériquement par un schéma explicite de Runge-Kutta d'ordre 2 avec découpage automatique en sous-pas locaux en fonction d'une estimation de l'erreur d'intégration (méthode de Runge-Kutta emboîtée, cf. [R5.03.14]), ou par une méthode d'intégration implicite [R5.03.01].

Le test SSNV126 valide l'intégration explicite de ce modèle. Le document de validation [V6.04.126] fournit la solution analytique pour un essai de fluage uniaxial isotherme.

Table des matières

1	Introduction	3
2	Formulation du modèle	4
2.1	Cadre théorique	4
2.2	Equations du modèle	6
3	Calcul des paramètres matériau	7
4	Implantation dans le <i>Code_Aster</i>	9
4.1	Algorithme de résolution	9
4.2	Intégration implicite de la relation de comportement	9
4.2.1	Discretisation implicite des équations du modèle	10
4.2.2	Résolution numérique	11
4.2.3	Opérateur de comportement tangent	11
4.2.4	Cas particulier des contraintes planes	12
4.3	Syntaxe d'utilisation	12
4.3.1	Opérateur : <code>DEFI_MATERIAU</code>	12
4.3.2	Opérateur : <code>STAT_NON_LINE</code>	13
4.3.3	Utilisation de <code>DEFI_NAPPE</code> quand <code>K_D</code> dépend du tenseur des contraintes	14
5	Signification des variables internes	15
6	Bibliographie	15

1 Introduction

Les calculs par éléments finis effectués dans le cadre des études sur les accidents graves des réacteurs nucléaires ont mis en évidence le besoin d'utiliser des modèles d'endommagement afin de prévoir la ruine d'une structure telle que la cuve soumise aux conditions thermiques sévères et complexes (hautes températures allant jusqu'à la fusion, forts gradients thermiques dans l'espace ou le temps, etc.) que lui imposerait le corium [bib1].

L'intérêt majeur de ce choix réside dans le fait que la valeur de la variable d'endommagement à la rupture (ou à la fissuration) peut être considérée comme un paramètre intrinsèque du matériau qui est accessible, bien que cela soit difficile et délicat, par des mesures physiques (ultrasons, diffraction X, etc.). Le critère de rupture avec la théorie de l'endommagement est alors plus "physique" que les critères en déformation maximale utilisés parfois dans des calculs viscoplastiques sans endommagement ou les critères d'endommagement non couplé (règle de cumul du temps effectivement passé dans certaines conditions (σ, T) divisé par le temps de ruine pour ces mêmes conditions).

Le modèle implémenté dans *Code Aster* est un modèle de comportement viscoplastique à écrouissage viscosité-multiplicatif couplé à l'endommagement isotrope (modèle dû à Chaboche [bib2]).

Nota Bene :

On trouvera dans la référence [bib3] une description détaillée des capacités du modèle, une méthodologie pour l'identification des paramètres et les valeurs de ces paramètres pour l'acier 22 MoNiCr 3 7.

2 Formulation du modèle

2.1 Cadre théorique

Dans ce sous-chapitre, on insiste sur la spécificité de la loi VENDUCHAB (c'est-à-dire l'endommagement) par rapport aux modèles viscoplastiques habituels. Pour plus de détails, on se référera à [bib2].

La théorie de l'endommagement décrit l'évolution des phénomènes entre l'état vierge et l'amorçage de la fissure macroscopique dans un matériau au moyen d'une variable continue (scalaire ou tensorielle) décrivant la détérioration progressive de ce matériau. Cette idée, due à Kachanov qui fut le premier à l'utiliser pour modéliser la rupture par fluage des métaux en sollicitation uniaxiale, a été reprise en France dans les années 70 par Lemaitre et Chaboche. L'évolution du matériau de son état vierge à son état endommagé n'est pas toujours facile à distinguer du phénomène de déformation l'accompagnant le plus souvent et est due à plusieurs mécanismes différents dont le fluage fait partie. L'endommagement viscoplastique de fluage correspond aux décohésions intergranulaires accompagnant les déformations viscoplastiques pour les métaux à des températures moyennes et élevées.

Pour définir ce qu'est cette variable d'endommagement, considérons l'aire S d'une des faces d'un élément de volume Ω repérée par sa normale orientée vers l'extérieur \mathbf{n} . Sur cette section, les microfissures et les cavités qui constituent le dommage laissent des traces de formes diverses. Soit \tilde{S} l'aire résistante effective et S_D l'aire totale de l'ensemble des traces.

On a :

$$S_D = S - \tilde{S}$$

et on définit la variable d'endommagement par :

$$D_{\mathbf{n}} = \frac{S_D}{S}$$

$D_{\mathbf{n}}$ est la mesure de l'endommagement local relativement à la direction \mathbf{n} . D'un point de vue physique, la variable d'endommagement $D_{\mathbf{n}}$ est donc l'aire relative des fissures et cavités coupées par le plan normal à la direction \mathbf{n} . D'un point de vue mathématique, en faisant tendre S vers 0, la variable $D_{\mathbf{n}}$ est la densité surfacique des discontinuités de la matière dans le plan normal à \mathbf{n} .

$D_{\mathbf{n}} = 0$ correspond à l'état vierge non endommagé. $D_{\mathbf{n}} = 1$ correspond à l'élément de volume rompu en deux parties selon un plan normal à \mathbf{n} .

L'hypothèse d'isotropie implique que les fissures et cavités sont uniformément distribuées en orientation en un point du matériau. Dans ce cas, la variable d'endommagement devient un scalaire qui ne dépend plus de l'orientation et est notée D . On a :

$$D = D_{\mathbf{n}} \quad \forall \mathbf{n}$$

Nous ne considérerons ici que la variable d'endommagement isotrope.

Les mesures mécaniques globales (modification des caractéristiques d'élasticité, de plasticité ou de viscoplasticité) sont plus faciles à interpréter en terme de variable d'endommagement grâce à la notion de contrainte effective introduite par Rabotnov. La contrainte effective représente la contrainte rapportée à la section qui résiste effectivement aux efforts. Dans le cas de l'endommagement isotrope, elle s'écrit :

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{(1 - D)}$$

Et on a :

- $\tilde{\sigma} = \sigma$ pour un matériau vierge
- $\tilde{\sigma} \rightarrow +\infty$ au moment de la rupture

Le principe d'équivalence en déformation implique que tout comportement à la déformation, unidimensionnelle ou tridimensionnelle d'un matériau endommagé est traduit par les lois de comportement du matériau vierge dans lesquelles on remplace la contrainte usuelle par la contrainte effective.

On distingue 2 types de variables pour caractériser le milieu :

Les variables observables (mesurables) :

- la température T
- la déformation totale $\underline{\underline{\varepsilon}}$ qui se décompose comme indiqué ci-dessous :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^{vp} + \underline{\underline{\varepsilon}}^{th}$$

Les variables internes :

- la déformation viscoplastique $\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp}$
- la variable d'écrouissage isotrope r
- la variable d'endommagement isotrope D

Soit $\Psi = \Psi(\underline{\underline{\varepsilon}}, \underline{\underline{\varepsilon}}^{vp}, T, r, D)$, le potentiel d'état, les lois d'état décrivant ce potentiel sont :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\sigma}} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \\ R = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial r} \\ s = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial T} \\ Y = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial D} \end{cases}$$

D'après la loi de normalité, on a, avec Φ , le potentiel de dissipation :

$$\begin{cases} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{vp} = \frac{\partial \Phi}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \\ \dot{r} = \frac{\partial \Phi}{\partial R} \\ \dot{D} = \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \end{cases}$$

La modélisation de l'écrouissage et de l'endommagement du matériau se fait par l'intermédiaire de variables internes (ou cachées). Dans le cas du modèle VENDOCHAB, les variables internes introduites dans le Code_Aster sont :

- $\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp}$: tenseur des déformations inélastiques
- p : déformation plastique cumulée
- r : variable d'écrouissage viscosité
- D : variable scalaire d'endommagement isotrope

Nota Bene :

Dans la programmation faite, la variable $\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp}$ est stockée sous la forme d'un vecteur à 6 composantes, $\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp}$, ce qui fait que les variables internes sont stockées dans un tableau de dimension 9 (cf. [§5]).

2.2 Equations du modèle

Les équations du modèles s'écrivent alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^{th} + \underline{\underline{\varepsilon}}^{vp} \\ \underline{\underline{\sigma}} = (1-D)\underline{\underline{\Lambda}}\underline{\underline{\varepsilon}}^e \\ \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{vp} = \frac{3}{2} \dot{p} \frac{\underline{\underline{\sigma}}'}{\sigma_{eq}} \\ \dot{p} = \frac{\dot{r}}{(1-D)} \\ \dot{r} = \left\langle \frac{\sigma_{eq} - \sigma_y (1-D)}{(1-D)K r^{1/M}} \right\rangle^N \\ \dot{D} = \left\langle \frac{\chi(\underline{\underline{\sigma}})}{A} \right\rangle^R (1-D)^{-k(\chi(\underline{\underline{\sigma}}))} \end{array} \right.$$

avec :

$$\chi(\underline{\underline{\sigma}}) = \alpha J_0(\underline{\underline{\sigma}}) + \beta J_1(\underline{\underline{\sigma}}) + (1-\alpha-\beta) J_2(\underline{\underline{\sigma}})$$

où : $J_0(\underline{\underline{\sigma}})$ est la contrainte principale maximale

$$J_1(\underline{\underline{\sigma}}) = Tr(\underline{\underline{\sigma}})$$

$$J_2(\underline{\underline{\sigma}}) = \sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}'_{ij} \underline{\underline{\sigma}}'_{ij}}$$

$\langle x \rangle$: partie positive de x

où :

$\underline{\underline{\varepsilon}}, \underline{\underline{\varepsilon}}^e, \underline{\underline{\varepsilon}}^{th}$ et $\underline{\underline{\varepsilon}}^{vp}$ sont respectivement les déformations totale, élastique, thermique et plastique,

$\underline{\underline{\Lambda}} = (\Lambda_{ijkl})$ est le tenseur de rigidité élastique,

$\underline{\underline{\sigma}}' = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3} Tr(\underline{\underline{\sigma}}) Id$ est la partie déviatorique du tenseur des contraintes,

p est la déformation plastique cumulée,

r est la variable d'écrouissage isotrope viscoplastique

D est la variable scalaire d'endommagement isotrope

Nota Bene :

L'ensemble des paramètres du modèle $\alpha, \beta, N, M, K, A, R$ et k peuvent être fonctions de la température (en °C). k peut être constant, dépendre de la température ou de $\chi(\underline{\underline{\sigma}})$ (en MPa) et de la température.

Par ailleurs, on voit que ce modèle considère qu'il peut exister un seuil viscoplastique σ_y qui dépend de la température.

On voit que ce modèle se ramène au modèle viscoplastique de Lemaitre si on considère que $D = 0$ et si on néglige l'équation d'évolution de D . M, N , et K sont des coefficients caractéristiques du comportement purement viscoplastique du matériau.

L'évolution de l'endommagement est régi par une loi à trois paramètres : A , R , et k . La contrainte équivalente $\chi(\underline{\sigma})$ permet de tenir compte d'un éventuel effet de la partie sphérique du tenseur des contraintes sur l'endommagement (un peu comme dans les lois de croissance de cavités à la base des modèles de Gurson et de Rousselier). Le fait que la contrainte principale maximale puisse jouer un rôle dans $\chi(\underline{\sigma})$ est difficile à imaginer pour des matériaux comme l'acier mais rend le modèle plus général.

3 Calcul des paramètres matériau

Les paramètres de la loi de comportement peuvent être calculés à partir d'essais de fluage effectués pour différents niveaux de contraintes et de température. Pour cela on utilise une loi de comportement unidimensionnelle car la sollicitation d'une éprouvette cylindrique en traction peut se modéliser en dimension 1. Le tenseur des contraintes se réduit à sa composante axiale.

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\sigma}}' = \sigma_0 \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$\text{On a donc : } J_0(\underline{\underline{\sigma}}) = J_1(\underline{\underline{\sigma}}) = J_2(\underline{\underline{\sigma}}) = \sigma_0 \\ \chi(\underline{\underline{\sigma}}) = \sigma_0 \quad \forall (\alpha, \beta)$$

Le système d'équations à résoudre est alors :

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^{vp} = \dot{p} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \\ \dot{p} = \frac{\dot{r}}{(1-D)} \\ \dot{r} = \left\langle \frac{\sigma_0 - \sigma_y(1-D)}{(1-D)K r^{\frac{1}{M}}} \right\rangle^N \\ \dot{D} = \left\langle \frac{\sigma_0}{A} \right\rangle^R (1-D)^{-k(\sigma_0)}$$

Ce système d'équations est intégrable, ce qui permet d'avoir une seule équation pour le taux de déformation viscoplastique cumulée (qu'on peut assimiler à la déformation totale en négligeant les déformations élastiques).

On peut alors corréler cette expression aux données expérimentales pour ajuster les coefficients, mais le nombre de paramètres et les non-linéarités rendent cela difficile (de plus il n'y a pas unicité). Il faut donc utiliser une méthode de corrélation faisant appel à des hypothèses "physiques" sur le phénomène de fluage dont la courbe est représentée ci-après.

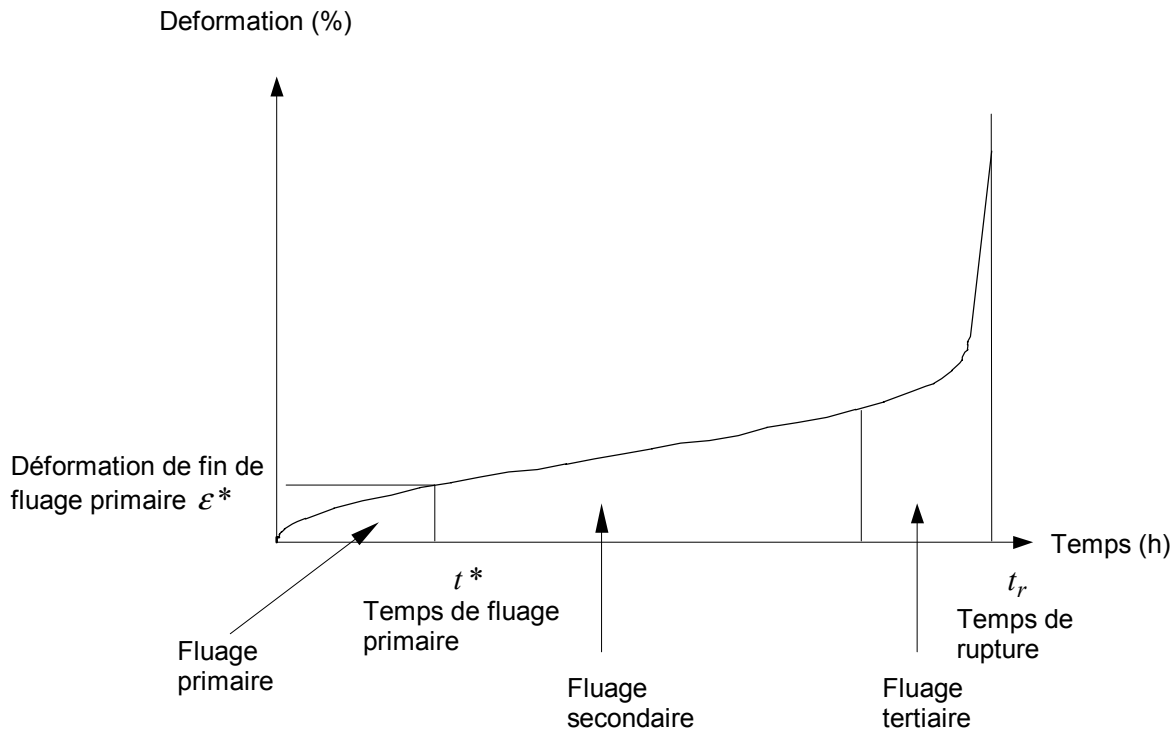


Figure 3-a : Les différentes phases de fluage sur une courbe de fluage

La courbe de déformation en fonction du temps obtenue après un essai de fluage se décompose en trois parties :

- une partie dite de fluage primaire où l'endommagement est négligeable.
- une partie dite de fluage secondaire où la vitesse de déformation est sensiblement constante.
- une partie dite de fluage tertiaire où l'écrouissage est saturé et où les phénomènes d'endommagement sont prépondérants.

Une méthode de calcul des paramètres utilisant les données expérimentales (ε, t) (on utilise également $(\dot{\varepsilon}, t)$ qui s'en déduit par une procédure numérique) pour différents niveaux de contraintes et différentes températures a été élaborée au CEA. Elle utilise les expressions trouvées plus haut dans le cas d'une contrainte homogène et unidimensionnelle en faisant des hypothèses suivant la partie de la courbe où sont prises les données. Par exemple, dans la phase de fluage primaire, on fait l'hypothèse $D = 0$ et dans la phase de fluage secondaire, on utilise le fait que $\dot{\varepsilon}$ est constant.

On trouvera dans les références [bib3] et [bib4] la description complète et des exemples de calculs effectués sur l'acier de cuve allemand 22 MoNiCr 3 7.

4 Implantation dans le Code_Aster

4.1 Algorithme de résolution

L'algorithme utilisé est du type global-local.

Les itérations globales utilisent la matrice de rigidité élastique calculée à partir de la matrice de Hooke endommagée :

$$\underline{\underline{\Lambda}} = (1 - D) \underline{\underline{\Lambda}}^0$$

Au niveau des itérations locales (c'est-à-dire en chaque point de GAUSS), l'intégration numérique des équations en vitesse peut être effectuée soit par un schéma explicite de Runge-Kutta d'ordre 2 avec découpage automatique en sous-pas locaux en fonction d'une estimation de l'erreur d'intégration (méthode de Runge-Kutta emboîtée), soit par un schéma implicite d'Euler résolu par une méthode de Newton. On se reportera aux références [bib3] pour tous les détails concernant les méthodes numériques, et à [R5.03.14] pour les algorithmes explicites employés et leur programmation informatique.

4.2 Intégration implicite de la relation de comportement

A chaque itération globale de résolution du problème variationnel de l'équilibre et pour chaque point d'intégration élémentaire, il faut intégrer les équations du modèle décrites au [§3] pour obtenir le tenseur des contraintes et éventuellement calculer l'opérateur de comportement tangent.

Le problème écrit sous une forme générique à l'instant t est constitué des quatre systèmes d'équations non linéaires suivants :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\mathbf{Rb}}}(\underline{\underline{\beta}}, \underline{p}, \underline{\underline{\varepsilon}}, \underline{v}_{etat}^{t-1}) = \underline{0} \\ \underline{\underline{\mathbf{Rp}}}(\underline{\underline{\beta}}, \underline{p}, \underline{\underline{\varepsilon}}, \underline{v}_{etat}^{t-1}) = \underline{0} \end{cases} \quad \text{éq 4.2-1}$$

avec

$$\begin{cases} \underline{\underline{\Omega}}(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\beta}}, \underline{p}, \underline{\underline{\varepsilon}}, \underline{v}_{etat}^{t-1}) = \underline{0} \\ \underline{\underline{\Theta}}(\underline{v}_{etat}, \underline{\underline{\beta}}, \underline{p}, \underline{\underline{\varepsilon}}, \underline{v}_{etat}^{t-1}) = \underline{0} \end{cases} \quad \text{éq 4.2-2}$$

$\underline{\underline{\mathbf{Rb}}}$ est un système de six équations (six inconnues) décrivant les inconnues associées aux contraintes. On note $\underline{\underline{\beta}}$ le vecteur 6 composantes de ces inconnues. La liaison entre $\underline{\underline{\beta}}$ et $\underline{\underline{\sigma}}$ est réalisée au moyen du système d'équations $\underline{\underline{\Omega}}$ et le vecteur \underline{p} contient les variables r et D .

$\underline{\underline{\mathbf{Rp}}}$ est un système d'équations décrivant les inconnues internes. On opte pour un système de 2 équations avec \dot{D} et \dot{r} comme inconnues internes. L'évolution des variables d'état est décrite par le système d'équations $\underline{\underline{\Theta}}$.

Le schéma implicite d'Euler est utilisé et l'algorithme se présente sous la forme suivante :

Initialisation des inconnues du problème discrétisé et récupération des valeurs des variables d'état obtenues au pas précédent

itérations de la méthode de Newton (nombre maximum d'itérations pré défini par l'utilisateur) :

- Récupération des valeurs des paramètres intervenant dans la loi matérielle (l'opérateur d'élasticité)
- Calcul des critères de contrainte et de leurs dérivées par rapport aux contraintes
- Récupération de la valeurs du paramètre k intervenant dans l'évolution de l'endommagement et sa dérivée
- Calcul de la valeur courante des variables d'état, des équations décrivant les inconnues internes et des équations décrivant les contraintes
- Calcul des dérivées des équations par rapport aux inconnues
- Résolution du système linéaire

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{Rb}^n}{\partial \underline{\beta}} & \frac{\partial \mathbf{Rb}^n}{\partial p} \\ \frac{\partial \mathbf{Rp}^n}{\partial \underline{\beta}} & \frac{\partial \mathbf{Rp}^n}{\partial p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{d\beta} \\ \underline{dp} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{Rb}^n \\ \mathbf{Rp}^n \end{bmatrix} \quad \text{éq 4.2-3}$$

- Test de convergence

Evaluation de l'opérateur tangent

4.2.1 Discrétisation implicite des équations du modèle

Considérant qu'un incrément de temps caractérise un nouvel état du système [éq 4.2-1] et [éq 4.2-2] résolu par un algorithme de Newton, on choisit d'identifier l'état d'une quantité à l'instant précédent par l'exposant $t-1$ alors que son état courant est noté sans exposant. Ainsi la variation d'une quantité pour l'incrément de temps considéré se présente par $\underline{U} = \underline{U}^{t-1} + \Delta \underline{U} = \underline{U}^{t-1} + \Delta t \dot{\underline{U}}(\theta \Delta t)$

Pour $\theta=0$, on obtient un schéma explicite et pour $\theta=1$, on obtient un schéma purement implicite.

Avec ces notations, la forme discrétisée du système vectoriel s'écrit :

$$\underline{\mathbf{Rb}} \equiv \underline{\beta} - \left(1 - \left(D^{t-1} + \Delta t \dot{D}\right)\right) \underline{\underline{\Delta}} \left(\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_{th} - \left(\underline{\varepsilon}_{vp}^{t-1} + \Delta t \frac{3}{2} \dot{\underline{\varepsilon}} \frac{\underline{\sigma}'(\underline{\beta})}{\left(1 - \left(D^{t-1} + \Delta t \dot{D}\right)\right) \underline{\sigma}_{eq}(\underline{\beta})} \right) \right) = \underline{0} \quad \text{éq 4.2.1-1}$$

ou plus simplement $\underline{\mathbf{Rb}} \equiv \underline{\beta} - \left(1 - \left(D^{t-1} + \Delta t \dot{D}\right)\right) \underline{\underline{\Delta}} \underline{\varepsilon}_{el} = \underline{0}$

$$\underline{\underline{\Omega}} \equiv \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\beta}}$$

où $\underline{\underline{\beta}}$ est le vecteur 6 composantes issu du tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$.

$$\underline{\mathbf{Rp}} \equiv \begin{cases} \dot{r} - \left\langle \frac{\sigma_{eq}(\underline{\beta}) - \sigma_y (1 - (D^{t-1} + \Delta t \dot{D}))}{(1 - (D^{t-1} + \Delta t \dot{D})) K (r^{t-1} + \Delta t \dot{r})^{1/M}} \right\rangle^N = 0 \\ \dot{D} - \left\langle \frac{\chi(\underline{\beta})}{A} \right\rangle^R (1 - (D^{t-1} + \Delta t \dot{D}))^{-k(\chi(\underline{\beta}))} = 0 \end{cases} \quad \text{éq 4.2.1-2}$$

L'évolution des variables d'état est décrite par le système d'équations $\underline{\Theta}$:

$$\underline{\Theta} \equiv \begin{cases} D = D^{t-1} + \Delta t \dot{D} \\ \underline{\varepsilon}_{vp} = \underline{\varepsilon}_{vp}^{t-1} + \Delta t \frac{3}{2} \frac{\dot{r}}{(1 - (D^{t-1} + \Delta t \dot{D}))} \frac{\underline{\sigma}'}{\sigma_{eq}} = \underline{\varepsilon}_{vp}^{t-1} + \Delta t \frac{\dot{r}}{(1 - (D^{t-1} + \Delta t \dot{D}))} \dot{\sigma}_{eq} \\ r = r^{t-1} + \Delta t \dot{r} \end{cases} \quad \text{éq 4.2.1-3}$$

où D , $\underline{\varepsilon}_{vp}$ et r sont les variables d'état dont l'historique est conservé.

Les déformations $\underline{\varepsilon}$ et les variables d'états ne sont pas des inconnues du problème. Ces grandeurs seront archivées à chaque incrément de temps convergé pour être réutilisées à l'incrément suivant.

4.2.2 Résolution numérique

La résolution du système non linéaire $\begin{cases} \underline{\mathbf{Rb}} = \underline{\mathbf{0}} \\ \underline{\mathbf{Rp}} = \underline{\mathbf{0}} \end{cases}$ utilise la méthode de Newton-Raphson associée à

une technique d'approximation tangentielle afin de rechercher les solutions dans un domaine où les fonctions sont correctement conditionnées.

Suivant l'algorithme de Newton-Raphson, on résout ce système de manière itérative sur la séquence suivante :

- Initialisation des inconnues
- Recherche d'une direction de descente par la résolution du système [éq 4.2-3]
- Test de la convergence $err = \frac{\sum |\Delta x|}{\sum |x|}$

4.2.3 Opérateur de comportement tangent

L'opérateur tangent s'obtient en dérivant les contraintes par rapport aux déformations totales suivant les règles de dérivation composées :

$$\frac{d\underline{\sigma}}{d\underline{\varepsilon}} = \frac{\partial \underline{\sigma}}{\partial \underline{\beta}} \frac{\partial \underline{\beta}}{\partial \underline{\varepsilon}} + \frac{\partial \underline{\sigma}}{\partial \underline{p}} \frac{\partial \underline{p}}{\partial \underline{\varepsilon}} + \frac{\partial \underline{\sigma}}{\partial \underline{\varepsilon}} \quad \text{éq 4.2.3-1}$$

où la fonction de contraintes $\underline{\Sigma}(\underline{\beta}, \underline{p}, \underline{\varepsilon}, v_{etat}^{t-1}) = \underline{\beta}$. Les dérivées des inconnues par rapport aux déformations totales s'obtiennent en dérivant le système [éq 4.2-1] soit :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{\mathbf{Rb}}}{\partial \underline{\beta}} & \frac{\partial \underline{\mathbf{Rb}}}{\partial \underline{p}} \\ \frac{\partial \underline{\mathbf{Rp}}}{\partial \underline{\beta}} & \frac{\partial \underline{\mathbf{Rp}}}{\partial \underline{p}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{\beta}}{\partial \underline{\varepsilon}} \\ \frac{\partial \underline{p}}{\partial \underline{\varepsilon}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{\mathbf{Rb}}}{\partial \underline{\varepsilon}} \\ \frac{\partial \underline{\mathbf{Rp}}}{\partial \underline{\varepsilon}} \end{bmatrix} \quad \text{éq 4.2.3-2}$$

4.2.4 Cas particulier des contraintes planes

Les éléments 2D en contraintes planes devant être utilisables pour ce modèle de comportement, on effectue un traitement supplémentaire en sur-couche du traitement général effectué en 3D.

Un test positif sur le cas des contraintes planes signifie :

- A la résolution du système [éq 4.2-1], on ajoute les équations supplémentaires $\sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$
- On modifie l'opérateur tangent pour assurer l'équilibre énergétique

4.3 Syntaxe d'utilisation

Le mot-clé retenu pour ce modèle est :

"Viscoplasticité avec ENDOmmagement de CHABoche" -> 'VENDOCHAB'

Ce modèle est accessible dans le *Code_Aster* à partir du mot clé COMP_INCR (RELATION : 'VENDOCHAB') de la commande STAT_NON_LINE [U4.32.01]. L'ensemble des paramètres du modèle est donné via la commande DEFI_MATERIAU (mots clés facteurs VENDOCHAB ou VENDOCHAB_FO si les coefficients dépendent de la température et/ou de la contrainte équivalente $\chi(\underline{\sigma})$) [U4.23.01].

4.3.1 Opérateur : DEFI_MATERIAU

Le tableau suivant donne les correspondances exactes entre les symboles des équations et les mots clés du *Code_Aster* :

Paramètre matériau	Symbole dans les équations	Mot-clé dans Aster
Seuil de viscoplasticité	σ_y	'S_VP'
Coefficient 1 de la contrainte équivalente de fluage	α	'SEDVP1'
Coefficient 2 de la contrainte équivalente de fluage	β	'SEDVP2'
Premier exposant de la loi viscoplastique	N	'N_VP'
Deuxième exposant de la loi viscoplastique	M	'M_VP'
Coefficient de la loi viscoplastique	K	'K_VP'
Coefficient de la loi d'endommagement	A	'A_D'
Premier exposant de la loi d'endommagement	R	'R_D'
Deuxième exposant de la loi d'endommagement	$k[\chi[\underline{\sigma}], T]$	'K_D'

Remarque :

- '_VP' => coefficient intervenant dans une équation du comportement viscoplastique.
- '_D' => coefficient intervenant dans une équation du comportement d'endommagement.
- 'SEDVP' => σ (Sigma) Equivalent en Dommage ViscoPlastique.

En résumé, cela donne donc la syntaxe suivante dans le *Code_Aster*.

```
ma [mater] = DEFI_MATERIAU (
#   Comportement Elastique
    /   ELAS = _F (
        )
    /   ELAS_FO = _F (
        )

#   Comportement Mécanique Non Linéaire
    /   VENDOCHAB = _F (
        ♦   S_VP =          [R]
        ♦   SEDVP1 =        [R]
        ♦   SEDVP2 =        [R]
        ♦   N_VP =          [R]
        ♦   M_VP =          [R]
        ♦   K_VP =          [R]
        ♦   A_D =           [R]
        ♦   R_D =           [R]
        ♦   K_D =           [R]
        )
    /   VENDOCHAB_FO = _F (
        ♦   S_VP =          [fonction]
        ♦   SEDVP1 =        [fonction]
        ♦   SEDVP2 =        [fonction]
        ♦   N_VP =          [fonction]
        ♦   M_VP =          [fonction]
        ♦   K_VP =          [fonction]
        ♦   A_D =           [fonction]
        ♦   R_D =           [fonction]
        ♦   K_D =           [fonction], [nappe]
        )
    )
```

4.3.2 Opérateur : STAT_NON_LINE

On ne détaille pas ici toutes les options de l'opérateur `STAT_NON_LINE`, mais seulement celles qu'il est possible d'utiliser pour la loi de comportement '`VENDOCHAB`'. On fera attention au fait qu'il faut utiliser:

- soit
 `NEWTON = _F (MATRICE = 'ELASTIQUE')`
avec
 `CONVERGENCE = _F (RESO_INTE = 'RUNGE_KUTTA_2')`
(Un message d'erreur est émis sinon)
- soit
 `CONVERGENCE = _F (RESO_INTE = 'IMPLICITE')`

4.3.3 Utilisation de DEFI_NAPPE quand K_D dépend du tenseur des contraintes.

Dans les fichiers de commande où l'on souhaite faire dépendre le paramètre K_D de la contrainte, il faut utiliser l'opérateur DEFI_NAPPE. Il faut pour cela utiliser DEFI_NAPPE de la manière suivante (le mot clé en face de NOM_PARA doit être 'TEMP' impérativement, et NOM_PARA_FONC est alors 'X') :

On montre ci-dessous un exemple :

```
kd_t      = DEFI_NAPPE ( NOM_PARA      = 'TEMP',
                        PROL_DROITE    = 'LINEAIRE',
                        PROL_GAUCHE    = 'LINEAIRE',
                        PARA            = (900, 1000., 1025., 1050),
                        NOM_PARA_FONC  = 'X',
                        DEFI_FONCTION  = _F ( PROL_DROITE = 'LINEAIRE',
                                              PROL_GAUCHE = 'LINEAIRE',
                                              VALE=( 0.1 , 14.355,
                                                    100. , 14.855,
                                                    200. , 14.355 ),
                                              ),
                        _F ( PROL_DROITE = 'LINEAIRE',
                            PROL_GAUCHE = 'LINEAIRE',
                            VALE=( 0.1 , 14.5,
                                    100. , 15.,
                                    200. , 15.5 ),
                            ),
                        _F ( PROL_DROITE = 'LINEAIRE',
                            PROL_GAUCHE = 'LINEAIRE',
                            VALE=( 900. , 14.5363,
                                    1000. , 15.0363,
                                    1050. , 15.5363 ),
                            ),
                        _F ( PROL_DROITE = 'LINEAIRE',
                            PROL_GAUCHE = 'LINEAIRE',
                            VALE=( 0.1 , 14.5725,
                                    100. , 15.0725,
                                    200. , 15.5725 ),
                            )
                        ) )
```

Si on a seulement une dépendance en contrainte, il faut impérativement utiliser un DEFI_NAPPE avec donc une dépendance " virtuelle " en température.

Par exemple :

```
kd_t      = DEFI_NAPPE ( NOM_PARA      = 'TEMP',
                        PROL_DROITE    = 'LINEAIRE',
                        PROL_GAUCHE    = 'LINEAIRE',
                        PARA            = (0., 10000.),
                        NOM_PARA_FONC  = 'X',
                        DEFI_FONCTION  = ( _F ( PROL_DROITE = 'LINEAIRE',
                                              PROL_GAUCHE = 'LINEAIRE',
                                              VALE=( 0.1 , 14.5,
                                                    100. , 15.,
                                                    200. , 15.5 ),
                                              ),
                        _F ( PROL_DROITE = 'LINEAIRE',
                            PROL_GAUCHE = 'LINEAIRE',
                            VALE=( 0.1 , 14.5,
                                    100. , 15.,
                                    200. , 15.5 ),
                            )
                        ) )
```

Il faut noter que l'utilisation d'une nappe pour K_D ralentit les calculs car la valeur de K_D en fonction du tenseur des contraintes est réactualisée à chaque itération locale.

5 Signification des variables internes

Les variables internes du modèle aux points de Gauss (mot-clé VARI_ELGA) sont accessibles par :

- $V1 = \varepsilon_{vp}^{11}$
- $V2 = \varepsilon_{vp}^{22}$
- $V3 = \varepsilon_{vp}^{33}$
- $V4 = \varepsilon_{vp}^{12}$
- $V5 = \varepsilon_{vp}^{13}$
- $V6 = \varepsilon_{vp}^{23}$
- $V7 = p$, la déformation plastique cumulée
- $V8 = r$, la variable d'écrouissage isotrope viscoplastique
- $V9 = D$, la variable d'endommagement

6 Bibliographie

- [1] P. MONGABURE, A. SIRVENT, M. DESMET : « RUPATHER : essai 1 », rapport DMT/95/367
- [2] LEMAITRE J., CHABOCHE J.L. : "Mécanique des matériaux solides", Ed. Dunod (1985)
- [3] P. DUPAS, J.-R. SCHNEITER : "Introduction d'un modèle couplé de dommage viscoplastique dans Aster" - Rapport d'avancement de la phase 4 du CERD RNE 533, note EDF/MTC à paraître
- [4] H. JAMET : "Détermination des paramètres de la loi de comportement viscoplastique couplé à l'endommagement pour l'acier 20MnMoNi55. Application au calcul par éléments finis d'un élément de tuyauterie du circuit primaire", note CEA/DRN/DMT/SEMT/LAMS/ DMT/95/406

Page laissée intentionnellement blanche.